Conocimiento profesional del profesor de matemáticas. Un acercamiento desde los números racionales.

Antonio J. Moreno Verdejo, Pablo Flores Martínez (SAEM THALES, Granada).

Introducción

El conocimiento social acumulado es hoy de tal complejidad y amplitud que la sociedad se organiza en torno a subgrupos que tienden a la especialización de la actividad de sus miembros, a la profesionalización. El profesor de matemáticas no es ajeno al proceso que se está viviendo (Flores, 1998).

Los profesionales se caracterizan por tener competencias específicas basadas en conocimientos y destrezas adecuadas para el desarrollo de su actividad. El profesor de matemáticas tiene competencias profesionales con las que afronta los problemas de enseñanza, pero además tiene que para reconocerlas para identificarse como profesional y actuar de manera racional ante las situaciones que rodean a las pruebas de acceso y promoción del profesorado (Flores y Moreno, 1999). En las "oposiciones a profesores de secundaria" y en el "acceso a la condición de catedrático", los profesores deberían contar con una descripción de sus competencias profesionales tanto para facilitar la preparación de los candidatos, como para diseñar criterios de valoración para que puedan ser aplicados por aquellos que formen parte de un tribunal que juzgue estas pruebas. En esta comunicación reflexionamos sobre las competencias profesionales del profesor de matemáticas, describiendo el conocimiento del profesor en relación a los números racionales.

Competencias profesionales del profesor de matemáticas. Algunas propuestas

Las competencias profesionales del profesor de matemáticas tienen un componente práctico, que le permite resolver los problemas profesionales de manera inmediata, y que se ejercita con la experiencia reflexiva, y un componente teórico específico de su actividad y que los hace distinguirse de otros grupos profesionales como los matemáticos. La forma en que se adquieren estas compentencias es compleja, ya que la docencia es una actividad práctica, por lo que el profesor no puede surtirse exclusivamente de una preparación teórica, y a la vez, es ingenuo e irresponsable esperar adquirir la profesionalidad por medio del ejercicio empírico, dada la complejidad e importancia social de su tarea, en la que se trabaja con sujetos que no pueden someterse a experimentos de manera irreflexiva.

La caracterización administrativa del conocimiento profesional del docente deja un margen de ambigüedad (Flores y Moreno, 1999) que ha dado lugar a que se enfatice el conocimiento matemático en las "oposiciones", por encima de otras componentes profesionales. También ha provocado que se estén ofreciendo "planteamientos didácticos" en los Temarios de Oposiciones actuales, que son listas de términos didácticos sin mucho significado para los clientes ni para los jueces. Ello hace muy difícil su estudio, recuerdo, exposición y valoración por parte de quien actua como tribunal.

Se abren pues, dos problemas: Clarificar las componentes del conocimiento profesional del profesor de matemáticas, (lo que constituye una línea de investigación en educación matemática, Llinares 1998), y buscar formas para favorecer que los profesores desarrollen este conocimiento, lo lleguen a explicitar y puedan compartirlo. Sólo cuando los profesores de matemáticas consensuen conjuntos de problemas profesionales, discutan sobre su importancia, establezcan criterios para enjuiciar si se han resuelto estos problemas o para establecer la calidad de la solución (valores de una programación, por ejemplo, o de un libro de texto), estaremos en condiciones de realizar con racionalidad pruebas de acceso a la docencia o de promoción profesional.

De acuerdo con este argumento, los autores de esta comunicación estamos elaborando un conjunto de reflexiones sobre el conocimiento matemático, desde el punto de vista del profesor de matemáticas de secundaria. En este artículo hemos querido anticipar el contenido resumido de uno de los temas, los números racionales. Nuestra intención es compartir este conocimiento profesional y abrir un debate sobre su alcance e importancia para el profesor de matemáticas.

Para facilitar la comunicación del conocimiento profesional utilizamos alguno de los organizadores curriculares de Rico (1997)[1], quien ha aportado al campo una estructura original y bien fundamentada. Nosotros comenzaremos por ofrecer algunas reflexiones sobre el concepto matemático, su significado a lo largo de la historia de la matemática y los campos en los que se emplea (Fenomenología del concepto). Posteriormente estudiaremos su aparición en el currículo, y haremos algunas precisiones sobre los demás organizadores (representaciones, errores, materiales curriculares), para terminar con algunas consideraciones de carácter metodológico.

Conocimiento didáctico de los números racionales.

El número racional amplia al número entero con la posibilidad de resolver todas las ecuaciones de la forma $ax+b=c$, permitiendo resolver todos los problemas reducibles a estas ecuaciones. Este hecho acarrea la construcción del cuerpo de fracciones en un anillo, pero también la posibilidad de realizar la división y con ello la ruptura de la matemática discreta, para generar un conjunto denso. La densidad es una característica de muchas de las magnitudes, por lo que los números racionales permiten encarar la medida de magnitudes, con todo lo que esto aporta a la ciencia, la técnica y la práctica social.

Las fracciones (origen de la construcción de Q) aparecen en muchas ocasiones como la *relación entre una parte y un todo* que actúa como unidad de referencia (*a medio camino*). En otros casos aparecen como *una división sin realizar* (*le toca a cada uno un tercio*). También puede indicar *el resultado de una medida* (*cuarto y mitad*). En otros casos es un *operador* (*le corresponden los dos tercios del total*). Pero el sentido que más se aproxima al de número racional es el de la fracción *razón*, entendida como relación parte a parte, o como proporción. El número racional está, pues, en la base del razonamiento proporcional. Ligados a estos sentidos de uso de las fracciones, aparecen las equivalencias y las operaciones entre números racionales. La suma y resta son fáciles de establecer con los mismos sentidos que la suma y resta de números naturales, especialmente cuando se refieren a la misma unidad, pero la multiplicación y división obedecen a otros criterios y sentidos diferentes de las operaciones en N. En general, la multiplicación exige la actuación como operador de una fracción sobre el resultado obtenido por la otra, mientras que la división se refiere a la comparación entre partes, más que al reparto. Como se observa, los números racionales tienen su propia significación, que no siempre coincide con la de los números enteros y naturales, por lo que el profesor debe conocer estas características.

El origen histórico de los números racionales se encuentra en la necesidad de medir, lo que lleva a proponer expresiones numéricas para llevar a cabo la operación. Los Babilónicos y Egipcios emplean fracciones de numerador unidad con las que obtienen relaciones numéricas y medidas. La matemática griega encara el problema de la búsqueda de la parte aliqüota entre dos longitudes, para establecer la medida de una respecto a la otra, con la expectativa de que siempre sea posible, pero la constatación de que es imposible encontrarla entre el lado del cuadrado y su diagonal les lleva a una crisis de la que salen enfocando su atención a la geometría.

La matemática árabe va a dar un auge importante en el manejo de los números racionales, introduciendo una notación más actual. Es Stevin, en el siglo XVI quien establece las operaciones con las fracciones y la expresión decimal, dando un fuerte empuje a su aceptación generalizada. La formalización del número racional llegará en el siglo XIX, construyéndolo como lo que el álgebra llama cuerpo de fracciones de los números enteros.

Los números racionales se expresan de dos formas diferentes, en forma de fracción, y con notación decimal. La escritura en forma de fracción tiene, para Aleksandrov (1973) su origen en

---

[1] Veanse los dos textos de Rico para entender los organizadores dentro de la teoría curricular
Rico, L. (1997). *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria*. Madrid, Síntesis.
Rico, L. (1997). *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona, Horsori.

las relaciones entre la aritmética y la geometría. El uso particular de fracciones decimales y su utilización para la medida de magnitudes, como el tiempo, da lugar a la notación decimal (Centeno, 1988).

Los currículos sitúan el estudio de las fracciones y números racionales tanto en ESO como en el primer curso de todos los Bachilleratos aunque con diferentes enfoques. Mientras en la primera de las etapas se trabajará la lectura, interpretación y utilización de los números fraccionarios, sus operaciones y su relación con la proporcionalidad de magnitudes y la probabilidad; en bachillerato se utilizarán los números racionales mediante estimaciones y aproximaciones, controlando los márgenes de error adecuados con el contexto.

Representaciones y modelos.

Nos referimos al término representación como "el modo en que los sujetos expresan sus conocimientos con notaciones simbólicas o mediante algún tipo de gráfico" (Rico, 1997:53). Los modelos sirven para la presentación y el desarrollo de un concepto determinado.

Las fracciones pueden representarse de manera geométrica, discreta, numérica y literal. Las representaciones geométricas se realizan en un contexto continuo y las más frecuentes son los diagramas circulares, rectangulares y la recta numérica. En las representaciones discretas la unidad está formada por un conjunto discreto de objetos. Las representaciones numéricas encuentran distintas formas de utilizar los números para indicar una relación parte-todo: representación como división indicada (3/5), representación como razón (3:5), representación decimal (0.6), representación de porcentajes (60%). En las representaciones literales podemos distinguir distintas formas: tres quintos, tres de cinco y proporción de tres a cinco (Llinares y Sánchez, 1988).

Entre los modelos usuales en el trabajo con números y operaciones podemos destacar los siguientes: lineales, utilizan la recta numérica como modelo de representación numérica; métricos, emplean longitudes, superficies, balanzas para el estudio de conceptos numéricos; geométricos, que utilizan figuras geométricas para representar partes de la unidad; funcionales, aunque no son los modelos habituales actualmente se emplean para operaciones con racionales pero no con decimales, excepto algunos casos de porcentajes.

Obstáculos, errores y dificultades.

El conocimiento de los obstáculos, errores y dificultades anticipa al profesor los conceptos que van a tener una especial dificultad, pero también permite el diseño de instrumentos para su diagnóstico y tratamiento.

Algunos errores conceptuales aparecen al relacionar distintas interpretaciones de la fracción. La identificación de la fracción con una cantidad es un obstáculo para interpretar y manejar la fracción como razón, y para el número racional.

La noción de equivalencia de fracciones es origen de errores debidos al manejo simultáneo de diversos sentidos de fracción y de equivalencia, y otras veces por los problemas originados ante la transitividad del signo igual.

La introducción temprana del cálculo algorítmico puede provocar confusiones en su manejo. Estos equívocos también se pueden producir por la similitud entre las notaciones de los números naturales y las fracciones. En este sentido se puede considerar que las operaciones aprendidas con los números naturales son un obstáculo para las operaciones realizadas con racionales ya que, por ejemplo, la multiplicación no significa siempre un aumento de la cantidad.

En el aprendizaje de los números decimales, los alumnos encuentran dificultades en las operaciones, en el uso del cero, en la lectura y escritura de los números y en el orden. Estas dificultades se deben en gran medida a la persistencia de conocimientos de los números naturales.

Sugerencias metodológicas

Las orientaciones metodológicas del currículo oficial no difieren mucho de unos bloques a otros. En este epígrafe recogemos algunas sugerencias metodológicas específicas para el tema que nos ocupa y que están recogidas en la bibliografía didáctica sobre el tema.

Conviene comenzar el estudio de los racionales con la relación parte-todo para ir readaptando esta noción durante la secuencia de enseñanza, de manera que al final el concepto de número racional tenga como subconceptos las diferentes interpretaciones que el alumno ha ido adaptando a lo largo de su formación (Llinares y Sánchez, 1988). El objetivo de desarrollar la comprensión del concepto viene vinculado a la capacidad de representación que el niño pueda hacer de la noción parte-todo (lo que excluye la representación sobre la recta en edades tempranas) y a la necesidad de negociar con los alumnos el significado de los símbolos (la representación de la relación).

Para el diseño del proceso de enseñanza del número racional se sugiere comenzar a trabajar en contextos concretos, tratando de vincular las fracciones a problemas reales. Posteriormente se abordarán los contextos continuos hasta finalizar con la recta numérica.

Materiales y recursos.

Para la enseñanza de las fracciones podemos emplear materiales y recursos relacionados con la enseñanza de los números, como los marcadores, los ábacos, etc. También se pueden emplear otros materiales generales, como el Tangram y la calculadora. Otros recursos específicos son el círculo de fracciones, los puzzles troquelados de fracciones, el dominó de fracciones, la baraja de fracciones y cualquier objeto que se preste a la partición y estudio de las relaciones entre las partes. Hay que destacar la importancia de los instrumentos de medida en la enseñanza de los racionales: reglas graduadas, escalas, vasos graduados, jeringuillas, calibradores, cartulinas, papel cuadriculado, etc.

Conclusiones

Hemos intentado, en este artículo mostrar un conjunto de compentencias sobre números racionales que el profesor debería conocer y manejar para poder llegar a diseñar sus unidades didácticas con mayor riqueza de objetivos educativos, y mejor adecuación entre estos y las actividades previstas. Esperamos poder compartir esta visión y recibir las críticas y comentarios que enriquezcan esta caracterización del profesor como profesional reflexivo (Flores, 1997).

Referencias bibliográficas.

Aleksandrov, A.D. y otros. (1973). *Las matemáticas su contenido método y significado*. Madrid, Alianza.

BOJA, (2000). Convocatoria de pruebas para el ingreso en los Cuerpos de Funcionarios Docentes.

Centeno, J. (1988). *Números decimales*. Síntesis. Madrid.

Flores, P. (1997). El profesor de matemáticas, un profesional reflexivo. En Berenguer, M., Cobo, B. y Fernández, F. (Eds.), *Investigación en el aula de matemáticas. La tarea docente*. Departamento de Didáctica de la Matemática y SAEM THALES, Granada. 13-27.

Flores, P. (1998). Formación inicial de profesores de matemáticas como profesionales reflexivos. *UNO* 17, 37-50.

Flores, P.; Moreno, A. (1999). Conocimiento profesional del profesor de matemáticas y oposiciones. Actas de las 9ª Jornadas para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Lugo.

Llinares, S. (1998). Conocimiento profesional del profesor de matemáticas y procesos de formación. *UNO* 17, pp. 51-64.

Llinares, S. y Sánchez, Mª V. (1988). *Fracciones*. Síntesis. Madrid.

MEC (1993). Real Decreto que regula el ingreso en los Cuerpos de Funcionarios Docentes.

Rico, L. (1997). *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona, Horsori.