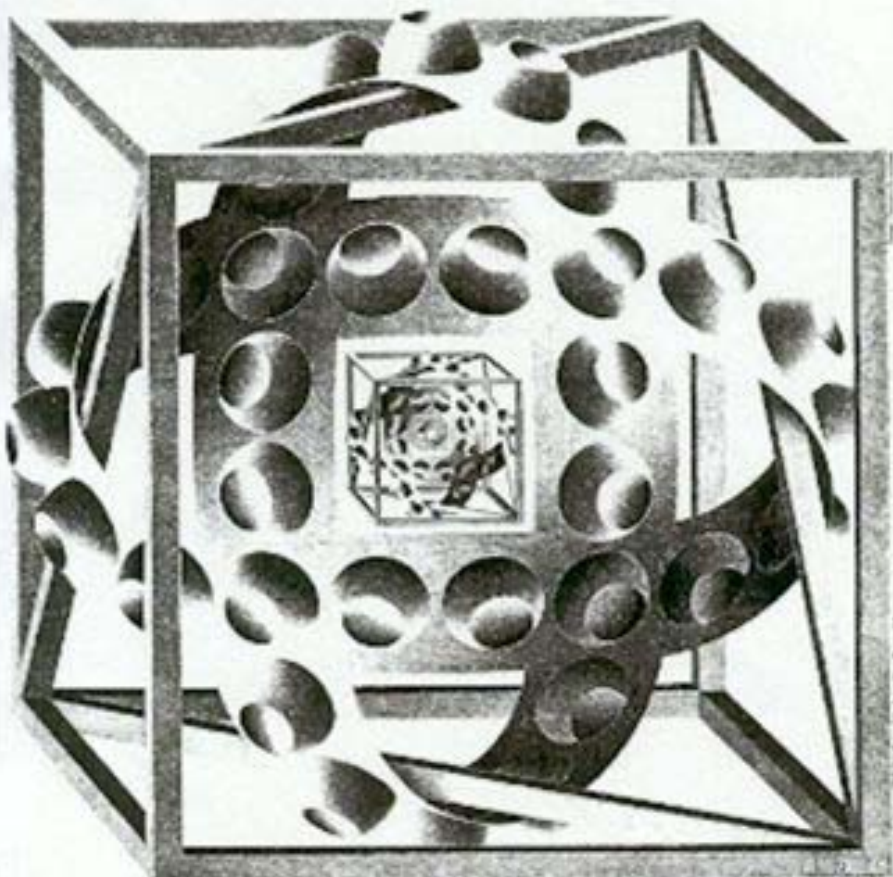


# a matemática

na formação do professor

XII Encontro de Investigação em Educação na Matemática



Secção de Educação Matemática  
Secretaria Portuguesa dos Estudos da Educação

18,19 e 20 de Maio Évora

**A MATEMÁTICA NA  
FORMAÇÃO DO PROFESSOR**

XII ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO  
EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

**18, 19 e 20 de Maio de 2003**

**ÉVORA  
ÉVORAHOTEL**

Sociedade Portuguesa de  
Ciências de Educação



Secção de Educação e Matemática  
Av. Columbano Bordalo Pinheiro, 98, 3º Dto.  
1070-066 LISBOA

## OBJECTIVOS

A formação Matemática do professor tem vindo a ser uma preocupação daqueles que, nas Instituições de formação, têm como meta proporcionar os conhecimentos necessários, aos futuros professores de modo a que eles venham a desempenhar um bom trabalho. Sabemos no entanto que, para tal, não bastam sólidos conhecimentos de Matemática, mas também determinadas atitudes face à aprendizagem desta disciplina que contribuam para um desenvolvimento integral das crianças e dos jovens. Quais os conhecimentos fundamentais? Haverá diferenças entre a Matemática escolar e a Matemática que se ensina nos cursos que não são cursos de Educação? Que diferenças entre a formação dos professores dos diferente níveis de ensino? E dos educadores? Que estratégias de formação?

Assim, neste encontro pretendemos :

1. Promover um debate aprofundado sobre a componente matemática na formação do professor nos diversos níveis de ensino;
2. Perspectivar e discutir a formação à luz das actuais orientações curriculares do ensino básico e secundário;
3. Analisar as implicações da formação matemática em termos de desenvolvimento de materiais, da formação de formadores e colocar questões para investigação futura..

## PROGRAMA

### Domingo, Dia 18

#### Tarde

- Sessão de abertura
- Sessão Plenária (*Jaime Silva, Univ. Coimbra*)

### Segunda, Dia 19

#### Manhã

- Sessão Plenária (*Maarten Dolk, Inst. Freudenthal*)
- Grupos de trabalho

#### Tarde

- Sessão Plenária (*Pablo Flores, SEIEM*)
- Grupos de trabalho

### Terça, Dia 20

#### Manhã

- Sessão Plenária (*Eduardo Veloso*)
- Painel (*Darlinda Moreira, Univ. Aberta*)
- Sessão de encerramento

# **RELACIÓN CON EL CONOCIMIENTO PROFESIONAL EN LA FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS DE SECUNDARIA: REFLEXIÓN SOBRE CUESTIONES PROFESIONALES**

Pablo Flores Martínez

Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática SEIEM. U. Granada, España

## **0. INTRODUCCIÓN**

En el marco de la asignatura Prácticas de Enseñanza de Matemáticas en Institutos, de la Licenciatura de Matemáticas de la Universidad de Granada, que atiende a la formación pedagógica de futuros profesores de matemáticas de enseñanza secundaria, los estudiantes nos han planteado la siguiente cuestión: ¿Se puede enseñar matemáticas con juegos? Todos los profesores de matemáticas podrían darle respuesta a esta pregunta con argumentos que provienen de su experiencia docente o de las lecturas realizadas. Pero no sabemos cómo repercutirían en los estudiantes estas respuestas.

El formador, responsable de la asignatura, podría presentarles aportes teóricos que ayudan a estudiar la cuestión. Por ejemplo podría decirles que:

- El aprendizaje se produce por interacción entre el sujeto que aprende y las situaciones prácticas que le dan sentido (Ausubel, 1980), y que el juego, que es una situación práctica, puede producir aprendizaje.
- Los juegos crean situaciones en las que los alumnos entran en contacto con problemas, les obligan a buscar estrategias para afrontarlos con mayores posibilidades de éxito (Corbalán, 1994), y algunas de estas estrategias encierran matemáticas.
- Los currículos actuales (NCTM, 1991; Ferrini-Mundy y Martin, 2000) consideran que el aprendizaje matemático tiene que llegar por medio de la acción sobre objetos concretos, entre los cuales los juegos son elementos interesantes.
- Los juegos geométricos, como El Tangram, promueven una relación espontánea con aspectos espaciales, lo que hace que se generen hábitos que van a favorecer la creación de sentido espacial de los jugadores (Alsina y otros, 1997).

Los estudiantes pueden recibir estas ideas como verdades absolutas, que les sugieren que los alumnos obtienen mejores resultados escolares empleando juegos en clase. ¿Es esa la idea que quiere transmitirles el formador? ¿Cómo hacer que el conocimiento profesional le sea significativo al estudiante?

El formador de profesores pretende que el estudiante se haga una imagen de la tarea profesional en la que se integren aspectos fundamentales de la docencia, y que perciba las matemáticas como una herramienta para ayudar a los alumnos en sus procesos de crecimiento personal. Para conseguir estos objetivos, dispone de un conocimiento profesional, emanado de la investigación y de la práctica educativa. Para que este conocimiento le sea útil, el estudiante tiene que integrarlo de manera significativa en su visión de la profesión. Pero no podemos olvidar la situación actual de los estudiantes, es decir, que:

- Son aún alumnos, que tienen que satisfacer las exigencias del formador, en el marco de los cursos, para que éste les asigne una calificación adecuada
- Probablemente estén buscando una respuesta técnica que les diga qué contenidos matemáticos se pueden enseñar con juegos, y qué juegos existen para la enseñanza de las matemáticas, entendiendo enseñar como ayudar a que sus alumnos obtengan éxitos académicos, es decir, que resuelvan ejercicios estándares, que suelen aparecer en los libros de texto y en las pruebas, aunque su resolución no indique que han comprendido el concepto, etc.

En estas condiciones, los estudiantes interpretarán lo que les diga el formador de forma distinta a como él espera que lo hagan, ya que las expectativas de los estudiantes no coinciden con las expectativas que tiene el formador de ayudarles en su desarrollo profesional. Parece que nos encontramos en un círculo vicioso: Si se le suministra al estudiante alguna parte de los resultados que la comunidad de educadores matemáticos va aceptando como conocimiento profesional (especialmente el conocimiento estático, Blanco, 1999) corremos el riesgo de que lo interprete de manera técnica, ya que, como dice Schön (1992), la Universidad puede *seducir y abandonar* al licenciado, a quien se le ha creado unos hábitos de rigor y validación del conocimiento matemático que no puede aplicar al conocimiento profesional. Y es que el estudiante, que domina un conocimiento matemático que tiene una estructura formal muy clara, demanda a la didáctica esa misma estructura

formal, que se concreta en estrategias tecnológicas de enseñanza que le ayuden a conseguir que sus alumnos dominen destrezas matemáticas. También puede ver el conocimiento profesional como un conjunto de máximas eruditas, con las que espera analizar la enseñanza. Pero el contraste con la práctica profesional le puede llevar a despreciar este conocimiento, creándole una actitud de escepticismo respecto a la preparación profesional recibida. Cuando esto ocurre, el estudiante puede devenir en un profesor artesano, que basa su actuación en principios subjetivos de acción.

Para evitar en parte este círculo vicioso, los planes de formación inicial de profesores recurren a la realización del Practicum (Stagio pedagógico), en el que se deja al futuro profesor en un aula de secundaria para que se relacione con los alumnos, a cargo de un profesor experto que actúa como tutor (orientador), que le ayude a situarse a los estudiantes en la perspectiva del docente profesional. Durante el practicum, el estudiante desarrolla destrezas técnicas de comunicación con los alumnos, pone al día sus conocimientos de la matemática escolar y comienza a percibir la que será su profesión futura. Pero, ¿es suficiente con esta experiencia de inmersión en la profesión docente y de actuación semiautónoma del estudiante para cambiar las expectativas que le dominan, fruto de su larga vida como alumno? ¿Cómo utilizar esta experiencia de prácticas para ayudar al estudiante a relacionarse con el conocimiento profesional (especialmente con el conocimiento dinámico, Blanco 1996) y sobre todo a procesarlo?

Para afrontar esta problemática, en la Licenciatura de Matemáticas de la Universidad de Granada, España, estamos tratando de que la asignatura Prácticas de Enseñanza de Matemáticas, tenga una orientación de taller de reflexión de los estudiantes. Esta asignatura se encarga de regular el practicum, promoviendo una revisión antes, durante y después de que los estudiantes hayan pasado por los centros de enseñanza,. Durante tres meses tratamos de que los estudiantes lleven a cabo un proceso de reflexión sistemática sobre cuestiones profesionales surgidas durante su paso por la práctica.

En esta ponencia describimos el proceso formativo que se está llevando a cabo en la Licenciatura de Matemáticas de la Universidad de Granada, dentro de la asignatura

Prácticas de Enseñanza de Matemáticas en Institutos. Los trabajos realizados sobre esta asignatura nos han permitido esbozar una *investigación sobre la práctica del formador*.

La ponencia se compone de 4 puntos. En primer lugar hacemos algunas consideraciones teóricas sobre el profesor y la formación de profesores. Posteriormente describimos el plan de formación en la asignatura Prácticas de Enseñanza de Matemáticas en Institutos (Flores, 1998a, 1998b, 2000), y la evolución que ha sufrido a lo largo de 9 años. Entre otros objetivos, en la asignatura tratamos de que los estudiantes se relacionen de manera significativa con el conocimiento profesional del profesor. En el tercer punto de esta ponencia mostramos un caso en el que hemos estudiado la forma en que un grupo de estudiantes se ha relacionado con el conocimiento profesional. Cerramos la ponencia mediante unas conclusiones sobre el proceso descrito.

## **1. CARACTERÍSTICAS DEL PROFESOR Y LA FORMACIÓN: EL PROFESOR COMO PROFESIONAL CRÍTICO Y REFLEXIVO**

Con la explosión de la sociedad urbana, la enseñanza se ha generalizado, tendiendo a la escolarización plena en las edades tempranas. La revolución industrial y los modelos derivados de la política de empresa hacen que desde la década del cincuenta se considere la docencia como una profesión de carácter tecnológico, marcada fuertemente por la intención de lograr ciertos objetivos observables. Para alcanzar estos objetivos es necesario que los docentes tomen en cuenta las condiciones en las que se produce su actuación y la de sus alumnos y se comprometan en su desarrollo, con lo que podemos decir que tendemos hacia la profesionalización del profesor de Matemáticas (Noddings, 1992; Romberg, 1988).

Las evoluciones posteriores de las ciencias cognitivas, han llevado a caracterizar el aprendizaje por algo más que las conductas explícitas. La concepción democrática de la sociedad ha provocado que se considere que la tarea profesional del docente es atender las necesidades del alumno en su incorporación al mundo y a la sociedad. Con ello la actuación del profesor no está sólo marcada por los fines instructivos del alumno, sino que tiene que atender al desarrollo de la persona que se forma en el contexto cultural en que vive (Contreras, 1997). Por eso, la docencia se distancia de la técnica, lo que da lugar a definir al

profesor como un profesional práctico con función ética, que pone en tela de juicio los valores dominantes, constituyéndose en profesional crítico (Carr y Kemmis, 1988; Contreras, 1997; Hergreaves, 1996; Liston y Zeichner, 1997).

En este contexto podemos considerar que la docencia es una tarea asistencial, que atiende a sujetos únicos, distintos y cambiantes, tanto por su individualidad, como por las condiciones socioculturales en las que se ubican. Para ello el docente tiene que disponer de principios de actuación versátiles, que le permitan adaptarse a las distintas etapas que atraviesa en su desarrollo profesional. Durante el mismo el profesor tiene que adoptar una actitud reflexiva (Schön, 1992) que le permita contemplar y afrontar los problemas profesionales que se le van planteando (Stenhouse, 1991; Elliot, 1993).

El término *actitud reflexiva* ha pasado a ser un lugar común. En esta ponencia nos referimos a la idea de reflexión que proviene de los escritos de Dewey (1989), quien sugiere que la reflexión incluye un estado de duda y un acto de búsqueda de resolución. Para Dewey, el proceso de reflexión de los profesores comienza cuando la experiencia se torna difícil y surge algún acontecimiento problemático que no puede ser resuelto inmediatamente. Los profesores experimentan una incertidumbre que les hace analizar su experiencia, durante la acción o después de ella. Para Dewey el principal propósito de los cursos de formación de profesores debe ser ayudarlos a reflexionar sobre su práctica profesional (Mewborn, 1999).

En los estudios de formación de profesores Schön (1983, 1992) ha remarcado las diferencias que existen entre la formación teórica que suele dar la universidad y las necesidades prácticas que tienen los profesionales. Para Schön, la reflexión en y sobre la acción son mecanismos que los docentes prácticos reflexivos usan para su desarrollo continuo y para aprender desde su desempeño práctico. Van Manen (1998), utiliza el término reflexión para delimitar lo que él llama *tacto educativo*. Distingue los siguientes tipos de reflexión, según el momento en que se realiza y la intención de la misma:

- Reflexión anticipativa (*para la acción*). Puede tener dos formas:
  - Reflexión sobre las situaciones pedagógicas, antes de tratarlas



- Reflexión en la planificación de las clases, más sistemática
- Reflexión activa o interactiva que permite al profesor afrontar problemas que aparecen *en la acción*
- La conciencia de la actuación constituye otro tipo de reflexión, que exige una separación entre los dos tipos de egos: Yo y mí.
- La reflexión sobre los recuerdos (sobre la acción) le ayuda a dar sentido a las experiencias pasadas, y de esta forma, conseguir perspectivas sobre el significado de esas experiencias.

Al reflexionar, los profesores pueden profundizar sobre los problemas con diferentes expectativas, con las que Van Manen (1977) establece los siguientes niveles de reflexión:

- *Racionalidad técnica* (Nivel empírico-analítico): La reflexión se basa en la aplicación eficaz de las habilidades y conocimientos técnicos, así como de la selección y uso adecuado de estrategias didácticas.
- *Acción práctica* (Nivel hermenéutico-fenomenológico): La reflexión presta atención a la comprensión de la interacción entre los individuos. El profesor hace explícitas las suposiciones en las que descansan sus acciones profesionales.
- *Reflexión crítica* (Nivel crítico-teórico): La reflexión centra su atención en el cuestionamiento de los criterios morales, éticos y normativos relacionados directa o indirectamente con el aula y atañe a los supuestos que limitan o modelan la práctica, empleando una teoría emancipatoria de la verdad.

Los niveles de reflexión se distinguen según dónde se sitúan los focos de atención y por la naturaleza del conocimiento demandado. La literatura de investigación ha tomado en cuenta estos niveles, aunque se debate sobre su carácter jerárquico (Oliveira y Serrazina, 2002). Si nos fijamos en la cantidad y variedad de las condiciones contextuales que se toman en consideración en los distintos niveles, observaremos que dan una idea de la evolución que puede sufrir el educador a lo largo de su desarrollo profesional, desde el principiante (estudiante para profesor) al docente-guía, pasando por el experto. Algunos teóricos de la reflexión presuponen que conforme el docente va adquiriendo experiencia y se enfrenta a las distintas situaciones problemáticas que le surgen en el transcurso de la práctica, sus reflexiones van alcanzando un mayor grado de profundización (preocupación por los principios o teorías subyacentes a su práctica y a la práctica docente en su

conjunto). Parece lógico pensar que con la experiencia disminuye el número de situaciones no familiares de carácter técnico (que requieren solución con mayor grado de inmediatez en la práctica) con lo que el profesor demanda otros tipos de argumentaciones que corresponden a nuevos niveles de reflexión (Peñas, 2003).

En nuestra comunidad educativa y educadora han proliferado las investigaciones y procesos formativos en Educación Matemática, que parten de considerar que el profesor es un *profesional práctico reflexivo*. Para nosotros han sido especialmente significativos los análisis de Cooney, en la Universidad de Athens, Georgia, y sus propuestas de formación. (Cooney, 1999, 2001; Cooney, Shealy y Arvold, 1998; Mewborn, 1999). Estos autores se inspiran en la idea de reflexión de Dewey y la posterior evolución de Schön (1992), asumiendo la definición de reflexión de Von Glaserfeld (1991), quien la define como la *actuación de un individuo que se distancia de los hechos de la experiencia directa y se representa un fragmento de esta experiencia y lo contempla como tal, mientras es consciente de qué cosas son hechos y cuáles no*. Como Cooney (2001) destaca, el proceso de reflexión *parte de detectar una situación de duda e implica un distanciamiento de la realidad (Von Glaserfeld, 1991) que permite poner en evidencia las propias creencias sobre la cuestión para poder confrontarlas con la evidencia empírica*.

Identificamos pues al profesor reflexivo como aquel que reúne dos disposiciones:

- A distanciarse de la acción para dar sentido a la experiencia
- A examinar todos los elementos que condicionan su experiencia, incluidas aquellos derivados de sus creencias e ideas implícitas.

Una forma de facilitar la reflexión es ser consciente de ella. Por esta razón, en algunos trabajos se ha relacionado la reflexión con la metacognición, es decir, con la disposición a organizar y verbalizar su actuación, por medio de un discurso coherente, que le ayude a continuar el proceso de reflexión.

Con objeto de generar en nuestros estudiantes una actitud reflexiva, desde hace 9 años estamos llevando a cabo un curso de formación de profesores (presentado en el siguiente

epígrafe), pretende que nuestros estudiantes reflexionen sobre cuestiones profesionales, llegando a los siguientes tipos de reflexión, según las tipologías de Van Manen (1998):

- Reflexión sobre las dudas o cuestiones profesionales que le han surgido durante las prácticas (*sobre la acción*, Van Manen, 1998, en tanto ya ha ocurrido)
- *Reflexión para la acción* que tendrán que afrontar cuando se vuelvan a presentar situaciones como las que desencadenan la cuestión seleccionada
- *Reflexión para la acción en la planificación*, para diseñar una acción educativa de sus compañeros, que le sirva de modelo de la que deberán llevar a cabo para preparar sus clases.

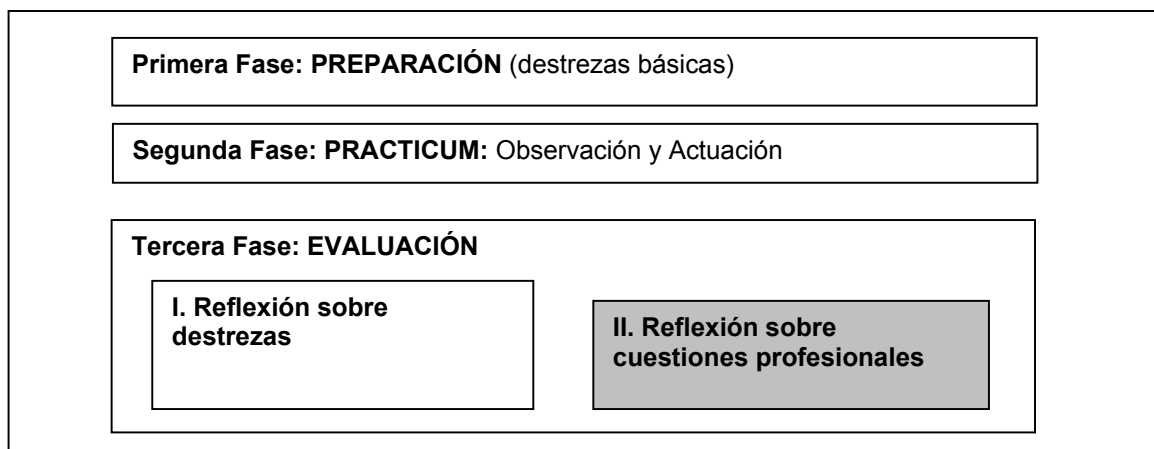
## **2.: PROCESO DE FORMACIÓN. INVESTIGACIÓN SOBRE LA PRÁCTICA FORMATIVA**

El proceso formativo se desarrolla en la asignatura Prácticas de Enseñanza de Matemáticas (Flores, 1998a y 2000), asignatura obligatoria del 5º curso de la Licenciatura de Matemáticas, especialidad de Metodología. Dicha asignatura se imparte en la Facultad de Ciencias durante dos horas semanales, salvo el mes de enero, en el que los estudiantes asisten en horario completo a los centros de secundaria, siguiendo el horario de trabajo de un profesor de este nivel (practicum). Esta asignatura permite interacción con los estudiantes antes, durante y después del practicum, con lo que podemos emplear su paso por las aulas como centro de atención de nuestra acción formativa.

Los estudiantes están inmersos en una Licenciatura de Matemáticas, con una mayoría de créditos matemáticos formales (Análisis Matemático, Topología, Álgebra, etc.), junto a otra asignatura con contenido didáctico: Didáctica de la Matemática (Rico y Flores, 1997).

Tal como se describe en varios documentos, los futuros profesores de matemáticas en España suelen tener expectativas técnicas, fundamentadas en la lógica de las matemáticas formales, y demandan estrategias de enseñanza para que sus alumnos aprendan destrezas (Sánchez y Llinares, 2003, Flores, 1998a).

Desde el curso 1994-95 comenzamos a diseñar un módulo que conjugara la reflexión sobre cuestiones profesionales, con una experiencia de microenseñanza con sus compañeros sobre estas cuestiones (Figura 1).



**Figura 1.** Estructura de la asignatura Prácticas de Enseñanza de Matemáticas

Después de realizar el Prácticum durante el mes de enero (24 días lectivos) en los centros de enseñanza, la tercera parte de la asignatura pretende generar un proceso de reflexión sobre una cuestión profesional sobre la enseñanza de las matemáticas, que les haya surgido a los estudiantes con motivo de su experiencia en las prácticas. Para que se ejerciten en la dirección de enseñanza, aprovechamos la experiencia de reflexión para que expongan una lección a sus compañeros (experiencia de microenseñanza). Con ello se pretende que los estudiantes lleven a cabo un proceso de autoformación basado en detectar, analizar, compartir y afrontar, una cuestión sobre la enseñanza de las matemáticas, que sea significativa para ellos, y que entren en contacto con las fuentes de información de las que disponen los profesores de matemáticas. Para impartir la clase, se pretende que ejerciten de manera cooperativa, destrezas de preparación de enseñanza, y pongan en práctica la clase preparada, desarrollando las destrezas comunicativas y de enseñanza necesarias.

Para ayudar a los estudiantes en su reflexión y clase, se han previsto dos reuniones de trabajo con el profesor. La primera (Seminario 1) para definir la cuestión a tratar, y la segunda (Seminario 2) para confrontar el guión de clase que van a efectuar. Posteriormente los estudiantes imparten la clase a sus compañeros y finalmente realizan un trabajo memoria de la experiencia realizada (figura 2).

Figura 2. ESQUEMA DEL PROCESO FORMATIVO

1ª FASE: Primer Seminario: Identificación de la cuestión
2ª FASE: Los estudiantes preparan la clase
3ª FASE: Segundo Seminario: Supervisión del diseño
4ª FASE: <b>CLASE</b>
5ª FASE: Trabajo Memoria

El *Módulo de reflexión sobre cuestiones profesionales* (M.R.C.P., desde ahora), que diseñamos, tiene las siguientes características:

- Está basado en cuestiones profesionales que le han surgido a los estudiantes durante su experiencia docente y discente; pretende que los estudiantes profundicen en esas cuestiones y se relacionen con el conocimiento profesional que existe sobre ellas
- Les lleva a dirigir una sesión de trabajo con sus compañeros, empleando destrezas similares a las que desarrolla el profesor de matemáticas, en su clase (programación e interacción).

La intención del módulo es hacer que los estudiantes se relacionen de manera significativa con el conocimiento profesional. De acuerdo con lo enunciado en la introducción, tratamos de romper el círculo vicioso, partiendo del supuesto de que los estudiantes lograrán una relación más significativa (Ausubel, 1998) cuando ese conocimiento les sirva para afrontar problemas profesionales, que han manifestado como dudas en su fase de practicum.

Como formadores partimos de un problema profesional (*Cómo hacer que los estudiantes se relacionen de manera significativa con el conocimiento profesional*), que se ha constituido en el germen de un proceso de *investigación sobre la práctica formativa*. Para Ponte (2002, p. 16) en una investigación sobre la práctica hay que distinguir cuatro momentos o etapas: Definición de un problema de investigación; Recogida de elementos que permitan responder al problema; Interpretación de la información con vista a sacar conclusiones y Divulgación de los resultados. En este caso, el problema definido nos llevó a planear el plan de formación que hemos comentado (MRCP).

Una vez definido el problema, diseñamos un primer plan práctico de formación. Con vistas a hacer un estudio sistemático del mismo, comenzamos por grabar las reuniones con los estudiantes. Más adelante introducimos otros registros y momentos de reflexión (trabajo memoria, relatos de los estudiantes individuales, escritos, en diferentes momentos de los seminarios, etc.). La valoración sistemática de estos informes nos ha permitido realizar un análisis y revisión del proceso, en diversas etapas, que hemos diferenciado según las bases teóricas que sustentan el proceso formativo, y las herramientas de análisis empleadas. Fruto de estos análisis han aparecido diferentes artículos sobre el proceso, que han constituido informes parciales de investigación (Flores 1998, 2000). Este documento constituye el primer intento de hacer un recorrido completo de los nueve años que ha tenido lugar el proceso. Para facilitar su descripción hemos distinguido varias etapas, que vamos a describir indicando en cada una las características más importantes, el proceso de interpretación que hemos realizado (recogida de elementos y la interpretación) y las conclusiones parciales obtenidas (conclusiones y divulgación de resultados).

#### **1. Etapa: cuestiones generales (importancia de la clase):**

La primera etapa se inició de manera intuitiva en 1994. En aquellos momentos se pretendía que los estudiantes trabajaran el conocimiento profesional de manera significativa, para resolver cuestiones profesionales y que realizaran experiencias de microenseñanza con un modelo de enseñanza prefijado basado en la Teoría de Situaciones de Brousseau (1986). Para determinar las cuestiones profesionales, los estudiantes disponían de una lista de dudas y preguntas que habían manifestado durante los seminarios de supervisión de las prácticas. Estas cuestiones abarcaban aspectos generales relacionados con la educación. En esos momentos dirigíamos la asignatura a la formación general práctica, sin tener que centrarse en matemáticas. Esto era valorado positivamente por los estudiantes, pero les dificultaba entender los criterios didácticos con los que se sancionaban sus aportes, muy diferentes de los criterios de valor de las matemáticas. El objetivo fundamental era que los estudiantes pusieran en juego el modelo didáctico (Brousseau, 1986), que se basa en proponer situaciones de acción de los alumnos, pero que exige además coordinen situaciones de comunicación y de institucionalización, en las que adquiere protagonismo el conocimiento profesional trabajado por los estudiantes.

Poco a poco fue tomando protagonismo la reflexión explícita que realizan los estudiantes al completar el proceso. Para ello y para animarlos a que hicieran una revisión final, se sugirió que escribieran la experiencia vivida en forma de comunicaciones para congresos provinciales. Surgen varios artículos de alumnos (Vázquez y Mercado, 1995, y Acosta y otros, 1998), otros de presentación del proceso (Flores, 1997b; 1998b, Rico y Flores, 1997), y uno en forma de artículo compartido entre el formador y los estudiantes, cada uno contando su punto de vista sobre la experiencia (Flores, Mercado y Vázquez, 1996).

## **2. Etapa: Interpretación del proceso como una iniciación en la reflexión; análisis con ayuda del ciclo de Smyth**

En la Universidad de Granada se llevó a cabo un estudio sobre la reflexión de un conjunto de profesores de un centro de enseñanza (Villar, 1994), y se elaboraron materiales específicos (Villar, 1994, Moral y Fernández, 1995), para promover y analizar procesos reflexivos. El estudio se basó en el trabajo de Smyth (1991), profesor de la Universidad de Deakin, Australia, dentro del proyecto: Teacher's Theories of Action Group, quien se ocupa de la forma en que los profesores cuestionan su práctica, partiendo de su desarrollo profesional, y argumentando que el conocimiento pedagógico puede partir de la práctica para alterar las condiciones en que se desarrolla la enseñanza. Smyth (1991) pretende que los profesores pasen de preocuparse del *¿cómo hacer las cosas para que funcionen, tecnológicamente?*, a interesarse del *¿por qué hago las cosas así?*, *¿qué me lleva a ello?*, *¿cómo cambiar?* Como modelo de actuación reflexiva propone un ciclo con cuatro etapas:

- Descripción *¿Qué es lo que hago?* En esta fase se caracteriza la práctica.
- Información *¿Cuál es el sentido de mi enseñanza?* Para ello se tratarán de expresar las teorías locales que determinan la práctica.
- Confrontación *¿Cómo llegué a ser de este modo?* En la que se analiza la práctica y las bases que la sustentan, percibiendo otras formas de concebir la práctica
- Reconstrucción *¿Cómo podría hacer las cosas de otra manera?* En ella se define un nuevo plan de actuación, fruto de las fases anteriores.

Este marco teórico nos suministró una caracterización más precisa de lo que se entiende por profesor reflexivo, no sólo como ideal formativo, sino como metodología de actuación. Con estos aportes planteamos que la intención del MRCP era ayudar a los estudiantes a realizar un ciclo de reflexión sobre la cuestión seleccionada. Durante este ciclo se relacionarían con el conocimiento profesional de una manera significativa.

El modelo de reflexión que promueve el ciclo de Smyth reúne las características que le hemos exigido a la reflexión (distanciamiento para clarificar y disposición a cuestionar creencias), junto con la posibilidad de enfrentarse a otras formas de contemplar la práctica. Por tanto nos permitió concretar las intenciones del MRCP, en que los estudiantes:

- Identifiquen y describan la cuestión que van a afrontar, y la formulen de manera precisa (*Descripción. D* en la figura 3).
- Tomen conciencia de las teorías propias, con las que analizan la cuestión planteada. Esto permite analizar estas teorías (*Información. I*, figura 3)
- Perciban otras prácticas y teorías relacionadas con la cuestión, revisando las creencias que las sostienen (*Confrontación, C*, figura 3)
- Elaboren nuevos planes de acción, redefinan la cuestión y planifiquen el proceso de búsqueda y aplicación del conocimiento profesional (*Reconstrucción, R*, figura 3).

El modelo formativo e investigador empleado nos permitió analizar los procesos de reflexión ya finalizados, tratando de estudiarlos como si hubiera sido planteado para recorrer el ciclo de Smyth. Esto nos llevó a comprender mejor las variables y momentos que estaban teniendo lugar, tal como se recoge en el cuadro de la figura 4, el que se sugieren las siguientes apreciaciones:

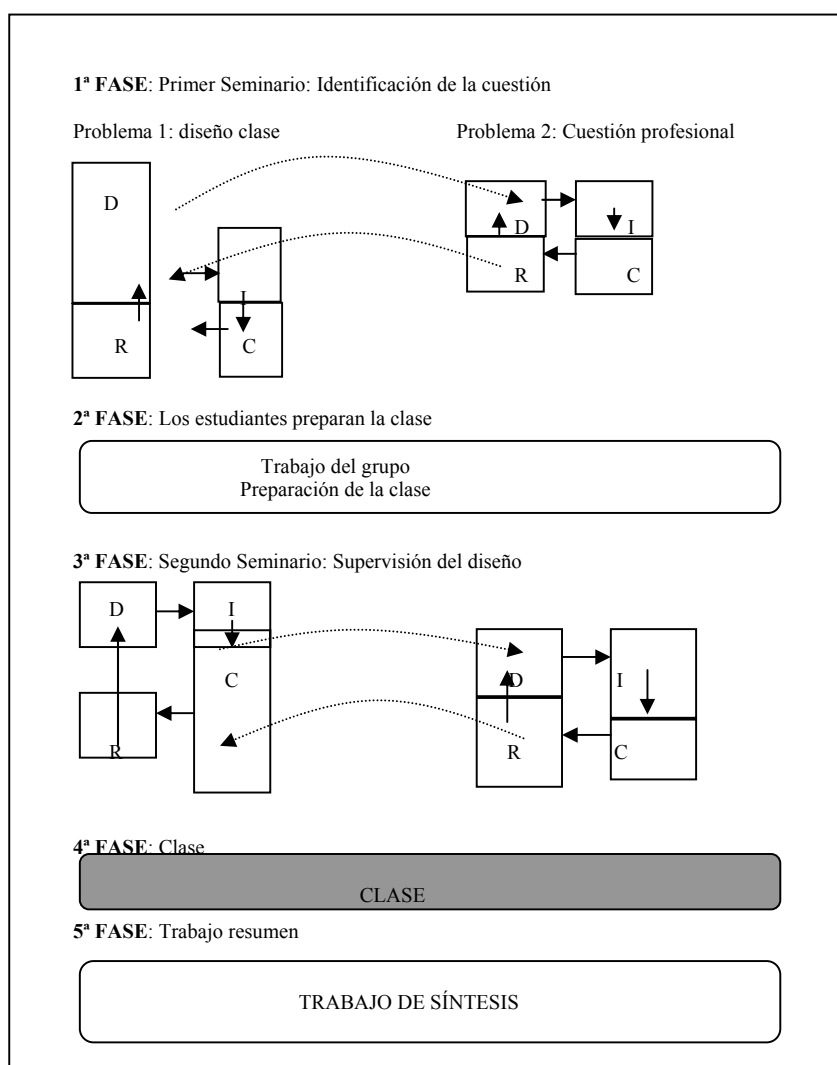
- Realmente hay dos focos de actuación diferentes en el proceso, cada uno de los cuales se constituye en una cuestión sobre la que se reflexiona:
  - 1: Una cuestión profesional práctica: *diseñar una sesión de actuación en el aula.*
  - 2: *La cuestión profesional que han seleccionado los estudiantes*
- El modelo de reflexión adoptado permite percibir la forma en que se relacionan las reflexiones sobre las dos cuestiones planteadas. (Ver ciclos de reflexión sobre ambas cuestiones en la figura 3)



- El ciclo de reflexión no se circunscribe al primer seminario, sino que también se lleva a cabo en el seminario de planificación de la clase.

Fruto de este estudio, cambiamos el foco de atención: desde ese momento lo más importante es que los estudiantes lleven a cabo un ciclo de reflexión sobre la cuestión seleccionada. La experiencia de microenseñanza pasaba a ser un medio de reflexión.

Figura 3: ESQUEMA DE LAS FASES QUE ATRAVIESA EL PROCESO



También en este período decidimos que las cuestiones profesionales tuvieran una referencia explícita al proceso de aprendizaje y enseñanza de algún contenido matemático. Así los estudiantes realizaron reflexiones didácticas, prácticas, sobre la enseñanza o aprendizaje de

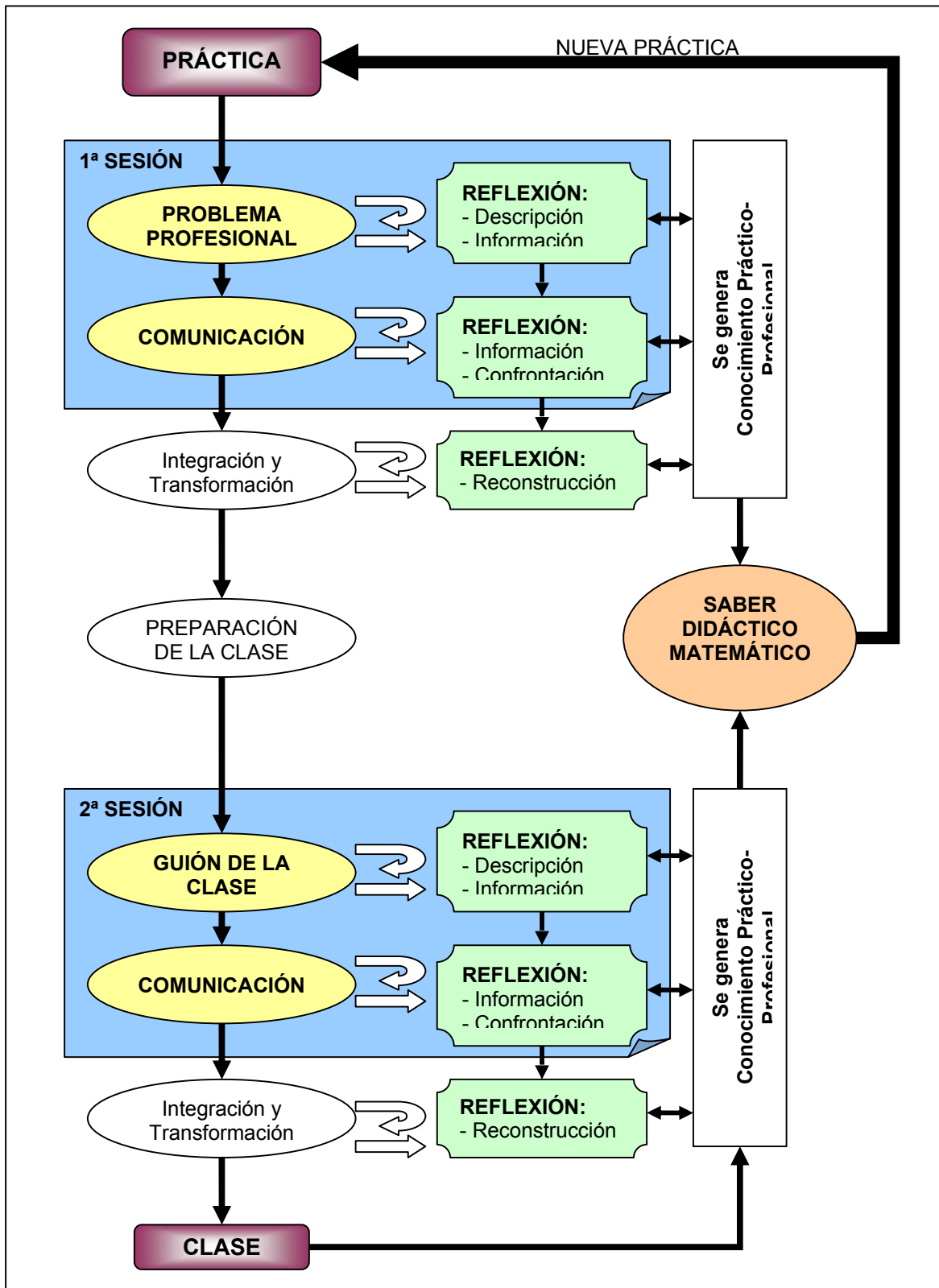
un concepto matemático, utilizando como criterios de validez de las apreciaciones la fenomenología didáctica (Freudenthal, 1983) del concepto.

Al ganar protagonismo la reflexión de los estudiantes, se atiende especialmente a los momentos de confrontación, que facilitan la ruptura de creencias y concepciones de los estudiantes (Flores, 1998a). Para ello se proponen a los estudiantes, tareas que, mediante elementos evocadores, los lleven a revisar sus conocimientos matemáticos. (Flores, 1999, 2000, 2002), y conceptuales (Castro, Flores y Segovia, 1998, Segovia, Castro y Flores, 1996).

### **3. Etapa: formando parte de una investigación: (Importancia de clarificar lo que ocurre en el proceso)**

El grado en que se ha clarificado el marco formativo da ocasión a que se lleven a cabo investigaciones sistemáticas sobre el alcance del proyecto, por medio de observadores externos. El trabajo con nuestros colaboradores (Morcote, 2001; Peñas, 2002 y 2003, Peñas y Flores, 2002) nos permite compartir de manera sistemática la estructura del proceso formativo, definiendo cada una de las fases, y estableciendo modelos de actuación más precisos. La literatura de investigación sobre profesor reflexivo suministra aportaciones importantes para establecer instrumentos de reflexión (Villar, 1994, Moral y Fernández, 1995) y de investigación (Cooney et al. 1999). Las necesidades investigativas nos llevan a que elaboremos guiones de actuación más precisos, y que demandemos a los estudiantes que escriban más sobre sus reflexiones, dando un mayor peso a la reflexión individual, por medio del registro escrito. Para las fases de confrontación se planifican estrategias para que se analicen las creencias que manifiestan los estudiantes durante los seminarios de trabajo (Villar, 1994).

Figura 4. Esquema del proceso formativo en la actualidad



En vista de la bibliografía (Villar, 1994) se promueven varios momentos de escritura personal, de puesta en común de las redacciones, y de análisis de los textos, escribiendo en la pizarra para que todos los tengan presentes; gracias a ello podemos buscar características precisas (sujeto de la cuestión, acción a revisar, importancia de las acciones, jerarquía de intereses, equivalencia/diferencia de expresiones, etc.), y estudiar las más acordes a las intenciones y la operatividad necesaria para impartir una clase. Esto nos permite realizar revisiones sistemática de los procesos llevados con cada grupo. Y estas revisiones pueden confrontarse entre el formador y los observadores externos (Cooney et all. 2001) (Ver Peñas, 2002)

En la figura 4 hemos esquematizado el proceso actual, analizado de acuerdo con las expectativas de reflexión que tenemos en cada seminario. En ella podemos ver que la importancia relativa de cada momento se ha igualado para los formadores e investigadores. Aunque los estudiantes siguen dando más importancia al momento de actuación frente a sus compañeros. El proceso que está teniendo lugar el curso académico 2002-2003 está constituyendo el estudio de campo para una tesis doctoral que intenta caracterizar el proceso de reflexión y precisar cómo se relacionan con el conocimiento profesional 30 estudiantes de la asignatura. En el siguiente apartado presentamos una parte del estudio piloto realizado el curso pasado (Peñas, 2002), centrado en analizar la forma en que un grupo de estudiantes se relacionó con el conocimiento profesional.

### **3. RELACIÓN CON EL CONOCIMIENTO**

Para evitar que el conocimiento profesional sea un recurso erudito para los estudiantes, el MRCP se propone que los estudiantes sientan la necesidad del mismo para afrontar las tareas que se han propuesto: profundizar en las cuestiones profesionales, y dirigir una clase a sus compañeros.

En el diseño del MRCP hay dos momentos clave en que se van a relacionar los estudiantes con el conocimiento profesional. El primero ocurre en el seminario de definición de la cuestión profesional, y va a ser promovido por el formador, para que los estudiantes

confronten sus creencias sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En esta fase se pretende mostrar a los estudiantes la naturaleza práctica del conocimiento profesional y la relación dialéctica que tienen que establecer con el mismo. Llamamos a este momento Confrontación.

El segundo momento se produce de manera autónoma, cuando los estudiantes seleccionan el conocimiento profesional de los textos que se han llevado tras el primer seminario, para poder profundizar en las cuestiones y planificar su clase. El resultado de esta selección y el grado en que se implican con este conocimiento lo percibiremos cuando los estudiantes lleven a cabo su clase, especialmente cuando muestren a sus compañeros los aportes teóricos que consideran pertinentes para profundizar en el estudio de la cuestión seleccionada. También aparece en sus trabajos memorias, tal como resumimos en el cuadro 1. Para estudiar la forma en que los estudiantes se relacionan con el conocimiento profesional vamos a presentar un ejemplo, que analizaremos atendiendo a una serie de variables: sujeto, finalidad, medios, momento, etc., tal como se muestra en el cuadro de la figura 5.

Figura 5: Momentos de relación con el conocimiento profesional

Características Momento	Confrontación	Trabajo autónomo
Quién lo propone	Formador	Estudiantes
Finalidad	Remover imágenes de los estudiantes (creencias y concepciones sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje)	Profundizar en la cuestión profesional Seleccionar los aportes teóricos que van a presentar a sus compañeros
Medios	Actividades matemáticas Situaciones conflictivas sobre el significado de los objetos matemáticos Elementos evocadores (Paradojas, metáforas, etc.)	Material bibliográfico: Libros didácticos de profesor Artículos de revistas de profesor Libros de texto y de profesor
Cuándo se produce	Primer seminario	Entre S1 y S2, entre S2 y clase, cuando elaboran el trabajo memoria)

En España, dentro de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM) se han emprendido varios trabajos que analizan la forma en que los estudiantes se relacionan con el conocimiento profesional. En Granada Gómez (2002), en Almería (Gil y Romero, 2003), y en las Universidades de Sevilla y Alicante. Sánchez y Llinares (2003),

investigadores del grupo de Conocimiento y Desarrollo Profesional del Profesor de Matemáticas, de la SEIEM, continúan los trabajos iniciados en el estudio del conocimiento profesional de profesores de matemáticas de secundaria (García, 1997), y tratan de relacionar la forma en que cuatro recientes licenciados (similares a los que siguen nuestros cursos, en un curso de postgrado de formación profesional) conocen el contenido (Cooney, 1999) y las imágenes que tienen sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, con el razonamiento pedagógico, entendido como la forma en que estos estudiantes transforman el conocimiento sobre el contenido en tareas de enseñanza.

La *forma en que los estudiantes conocen el contenido*, es un constructo propuesto por Cooney (1999). Sánchez y Llinares establecen para estudiarlo tres variables:

- Aspectos del conocimiento del contenido que enfatizan los estudiantes
- Conexiones explícitas que llegan a establecer
- Diferentes usos y formas de representación que enfatizan

Las *imágenes* se refieren al conjunto de “creencias y actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas su enseñanza y aprendizaje”.

Utilizando estas variables, presentamos el caso de un grupo de estudiantes del curso 2001-2002, quienes partieron de la cuestión: *¿Se puede enseñar matemáticas en la Secundaria por medio de juegos?* En el curso del primer seminario esta cuestión se transformó en la nueva: *¿Qué matemáticas se pueden enseñar en secundaria con el TANGRAM?* En la confrontación del seminario se trató de profundizar sobre la creencia implícita de los estudiantes según el cual *el Tangram es útil para motivar y para que los alumnos ejerciten destrezas que se les han comunicado previamente de manera formal y expositiva*, intentando que ellos mismos perciban que no sólo se pueden *aprender* destrezas con el Tangram, sino también *conceptos*.

En el cuadro de la figura 6 aparecen resumidos los dos momentos en que los estudiantes se relacionan con el conocimiento profesional.

Nos situamos en el **primer seminario** (que analiza la cuestión). Después de identificar la cuestión, llegan a la conclusión de estudiar la siguiente: *¿Qué matemáticas se pueden*

enseñar por medio de juegos en la enseñanza secundaria obligatoria (12 – 16 años de edad)?

Figura 6: Un caso: Aprendizaje con el TANGRAM

	Confrontación en S1	Textos – clase
Enseñanza con el TANGRAM ( <i>¿Qué matemáticas se enseñan con el TANGRAM?</i> ) (Peñas, 2002, Flores y Peñas, 2002)	<i>Se trata de confrontar la creencia de que el TANGRAM sólo sirve para motivar y ejercitar a que vean que produce aprendizaje conceptual</i>	
	Relación medida formal y empírica: Dificultad de aplicar el teorema de Pitágoras a determinar medida empírica. Enunciados de Teorema de Pitágoras (algebraico). Dificultad de pasar de uno a otro.	Libros de didáctica de la geometría (Alsina et all., 1988), Papel de los juegos (Corbalán, 1998, Fernández y otro 1989, Torres, 2001). Aspectos históricos, clasificaciones de juego, tareas para clase (alcance instructivo del TANGRAM en matemáticas).

Vamos a describir la actuación de los estudiantes durante una de las tareas que propusimos en la fase de confrontación: *Relación entre las longitudes de las piezas del Tangram.*

En la Fase de Información del Seminario se pone de manifiesto que los estudiantes ven los juegos como elementos motivadores, que además facilitan la ejercitación de destrezas, como a ellos les ha ocurrido con el *Dominó de fracciones*. Nuestra intención es mostrarles juegos y situaciones en que se produzca aprendizaje de conceptos, con lo que esperamos que se ponga en duda esta creencia.

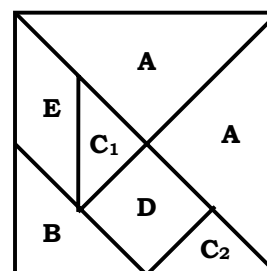


Figura 7:  
Piezas del tangram

Decidimos centrarnos en un juego, y estudiar su potencial instructivo. Seleccionamos el Tangram, e hicimos que lo construyesen con una hoja de papel. Tras ello, comenzamos por pedirles que estudiaran la relación que existe entre las superficies de las piezas. La comparación empírica les sugiere la relación formal ( $A = 2B$ ;  $B = E = D = 2C$ ) (figura 7). A continuación se les pidió que relacionaran entre sí, las longitudes de los lados de las piezas. Se pretendía con esta tarea que encontraran medidas enteras y fraccionarias, de manera empírica, y que trataran de confirmarlas formalmente, llegando a percibir medidas irracionales. Así se podría apreciar el interés del Tangram para medir.

Comenzaron a obtener medidas enteras, y sus inversas fraccionarias, sin dificultad aparente. Pero en un momento dado intentan medir la hipotenusa del triángulo A con el cateto del triángulo C. Los estudiantes dan medidas aproximadas ( $3/2$ ,  $5/4$ , etc.), buscando empíricamente, sin aludir en ningún momento a la relación derivada de la construcción (que les llevaría a ver que se trata de una longitud irracional). Pensamos entonces que los estudiantes no estaban siendo conscientes de que se trata de triángulos rectángulos isósceles, y ante nuestra sorpresa los estudiantes justifican la imposibilidad de obtener la medida argumentando que han recortado las piezas de manera burda.

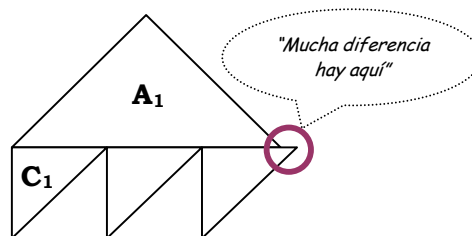


Figura 8:

*Medida de la hipotenusa con el cateto.*

Les damos un Tangram de plástico, rígido, para que sigan intentando medir el lado con menos interferencias. El nuevo material no les permite dividir la unidad de medida doblando por lo que buscan con otras piezas obtener otras aproximaciones a la medida de la hipotenusa (p.e., miden la hipotenusa de  $A_1$  con el cateto de  $A_2$ , figura 8). Siguen midiendo y realizando aproximaciones y buscando unidades más pequeñas, tratando de buscar la parte aliqüota. Sorprendidos por esta resolución empírica, y creyendo que no recurren al cálculo formal por no haberse dado cuenta de que están en un triángulo rectángulo, tratamos de que lo identifiquen. Tras ciertas vacilaciones llegan a aludir al teorema de Pitágoras, pero tienen dificultades iniciales para aplicarlo ya que *no conocen la medida del lado (cateto)*. Sugerimos que asignen una letra a la longitud del lado y finalmente llegan a que la hipotenusa mide raíz de dos veces lo que mide el lado.

Salimos con la impresión de que los estudiantes han sido conscientes de esta dificultad, que les ha llevado a no ser capaces de resolver problemas concretos, pese a disponer de herramientas matemáticas suficientes. Nos pareció además, que los estudiantes habían observado que no siempre son capaces de utilizar, en situaciones distintas de las habituales, un conocimiento que creen tener asimilado. Esperábamos que ello les llevara a buscar nuevas formas de enseñanza, dándole sentido a emplear juegos y a la necesidad de relacionar las diferentes cualidades de un mismo concepto desde diversas perspectivas. Creíamos que esta tarea les había suministrado nuevas experiencias, creándoles un



importante conflicto sobre su conocimiento de las matemáticas escolares, un aspecto del que pensamos que no tenían dudas al inicio de la experiencia.

El análisis posterior de este fragmento del seminario nos ha permitido recrear la situación vivida, y preguntarnos sobre si realmente se han creado las condiciones para que los estudiantes tomen conciencia de los argumentos didácticos que apoyan el interés instructivo del Tangram. Para ello hemos analizado toda la secuencia, formulando las intenciones y los medios puestos en juego. Gracias a ello hemos podido percibir mejor la relación que establecen los estudiantes con el conocimiento sobre medida de longitudes. Esto nos ha permitido analizar si están en condiciones de llevar a cabo el razonamiento didáctico necesario para establecer la función instructora del Tangram. En el cuadro de la figura 9 resumimos las variables consideradas (Sánchez y Llinares, 2003) para la situación vivida.

Figura 9: Forma de relacionarse con el conocimiento matemático

Comparación de longitudes en el TANGRAM	
Aspecto del contenido matemático que emplean	Objetos a medir = segmentos empíricos (relacionados con proceso construcción) Destrezas de medida directa (ver cuántas veces un segmento contiene, primero a la unidad estándar; ante la ausencia de instrumento cuántas veces contiene al otro) Destrezas para obtener fracciones de longitudes Diversos procedimientos de obtención (división en partes iguales, buscar parte alícuota) Al final recurren a la medida formal
Conexiones explícitas	La medida empírica permite obtener la medida formal La medida empírica / formal dará números racionales El Teorema de Pitágoras se aplica a medidas numéricas (con unidad estándar); luego a segmentos variables (independientemente de su medida $a$ )
Diferentes usos de formas de representación que enfatizan	Segmento: <b>borde material</b> de las piezas Medida: resultado de la comparación empírica; cuando la unidad es estándar, se convierte en un <b>número</b> ; cuando la unidad es arbitraria expresa una <b>porción</b> . Teorema de Pitágoras como <b>expresión formal</b> , algebraica.

Para aclarar estas apreciaciones analicemos las destrezas necesarias para obtener la irracionalidad de la hipotenusa de A respecto del cateto de C ( $h_A = 2h_C = 2\sqrt{2} c_C$ ). Lo que se pretende es que los estudiantes comparen un segmento con otro, tratando de buscar el número que multiplicado por uno da el otro. Para ello no hay necesidad de medir con una unidad, sino que basta con *comparar segmentos*, que son cantidades de longitud (Castro y otros, 1999, Segovia y otros, 1996), y por tanto *se realiza en la magnitud longitud*. Como la construcción del Tangram es siempre aproximada, esta relación entre las longitudes de sus

lados hay que obtenerla a partir de la construcción. Para llegar a ver que la hipotenusa de A no contiene al cateto de C un número racional de veces hay que percibir que estamos comparando la hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles y su cateto, y recordar que esa relación es irracional, ya que corresponde a la que existe entre la diagonal y el lado del cuadrado (hito importante en la historia de la Matemática griega).

Si queremos aplicar el teorema de Pitágoras tenemos que pasar estos segmentos a longitudes, ya que el enunciado algebraico de este teorema se refiere a cuadrados de longitudes, lo que exige que estas longitudes sean números (medidas, no está definida la multiplicación de cantidades de longitud, de segmentos).

En la tarea propuesta estamos pidiendo que los estudiantes midan las longitudes de los segmentos formales (derivados de la construcción del Tangram), a partir de lo que les sugiere la comparación directa. Esperamos que ellos descubran el número que permite obtener un segmento en función del otro, es decir, que comparen segmentos (no todos ellos comparables racionalmente). Estamos incidiendo en la medida directa, que prácticamente se queda en el estadio de la operación externa en la magnitud longitud. En este plano, los estudiantes realizan fácilmente la comparación cuando el número resultante es entero (o fraccionario inverso), relacionando con soltura la construcción formal con la aparición empírica. Pero para detectar la relación irracional los estudiantes tienen que aludir a la construcción formal (la comparación empírica siempre será racional). Cuando los estudiantes no llegan a ello pensamos que no están dándose cuenta que estamos comparando la hipotenusa con el cateto de un triángulo rectángulo isósceles (entre lado y diagonal del cuadrado), y por eso no se les ocurre aplicar el Teorema de Pitágoras (pese a que el grupo de estudiantes esté trabajando este contenido en otra asignatura de su curso).

El análisis posterior nos muestra que la dificultad está relacionada con la forma en que conciben la medida y que no les viene a la mente la incomensurabilidad de la diagonal con el lado del cuadrado. Si bien es cierto que formalmente el teorema de Pitágoras se aplica a números, los estudiantes tienen dificultades para operar con cantidades de longitud. Necesitan medir para transformar el segmento en número. Por tanto, al no estar trabajando con la medida en cm, por ejemplo, no recurren a aplicar las expresiones formales, como las relacionadas con el teorema de Pitágoras. Lejos de ello, realizan los pasos de la

comparación que llevaron a cabo los griegos, división de un segmento en partes, búsqueda de parte aliqūota, etc., para estudiar la comparación entre lado y diagonal de cuadrado. Aunque en un momento se dan cuenta de que estamos trabajando con triángulos rectángulos, dicen no poder aplicar el Teorema de Pitágoras por no tener la medida. Cuando le sugerimos que llamen al segmento  $a$  (cantidad de longitud, no número), aplican el teorema a un número  $a$  (número desconocido, pero susceptible de concretarse, cuando tengamos una regla graduada), ya que nuestros estudiantes tienen capacidad para identificar letras con números desconocidos.

El análisis de la situación creada nos muestra que los estudiantes no relacionan con soltura los planos empírico y formal, en las medidas con el Tangram, pese a encontrarse en situaciones sin salida aparente, resolubles por matemáticas elementales. Además se ha detectado que los estudiantes trabajan con soltura con medidas, más que con segmentos, lo que es un inconveniente a la hora de resolver la tarea. En estas condiciones creemos que los estudiantes no captarán fácilmente el argumento didáctico que pretendía confrontar su creencia de que el Tangram tiene utilidad lúdica en clase (para introducir un tema, completar clases), más que instructiva (facilitar el aprendizaje de conceptos), y en particular el concepto de medida.

#### **4. REFLEXIONES FINALES Y EXPECTATIVAS**

Hemos realizado la descripción de un proceso formativo, que se está llevando a cabo en la asignatura Prácticas de Enseñanza, de la Licenciatura de Matemáticas de la Universidad de Granada. En el curso de implementación de este módulo hemos incidido en la importancia de crear una actitud reflexiva en el profesor, que le permita adaptarse a distintas situaciones que se le van a presentar en su desempeño profesional. Pero a su vez, la reflexión se ha constituido en un ideal de actuación formativa con los estudiantes. La actitud reflexiva con la que hemos afrontado la formación de profesores nos ha llevado a poner en práctica una investigación sobre la práctica formativa, por medio de la revisión sistemática. En coherencia con las finalidades y la concepción del proceso docente, nos hemos visto sumergidos en una reflexión más o menos organizada, que ha eclosionado en determinados momentos de la historia de implementación del módulo. En el último de estos momentos se

han planteado investigaciones de observadores externos sobre la reflexión de los estudiantes y sobre la relación que establecen con el conocimiento profesional.

Las primeras conclusiones de las investigaciones se han centrado en dos momentos clave dentro del proceso: la confrontación del primer seminario y cuando realizan el trabajo autónomo. En este trabajo hemos descrito con cierto detalle la forma en que un grupo de 5 estudiantes, que en el año 2002 partieron de una cuestión sobre el empleo de los juegos en la enseñanza de las matemáticas, se relacionaban con el conocimiento matemático. El análisis realizado con ayuda de las variables empleadas nos muestra que se presentan dificultades para que los estudiantes pongan en cuestión sus creencias sobre las matemáticas y su enseñanza, por medio de las tareas de confrontación que proponemos, ya que la preponderancia de su conocimiento matemático formal no va acompañado de un esquema que le haga clarificar el concepto, estableciendo relaciones entre diversas formas. Esto supone que su razonamiento permanezca en el terreno de la enseñanza formalizada de un contenido formal, sin descender a valorar los aportes de la relación empírica con el conocimiento.

Hemos observado además, que estos estudiantes seleccionan conocimiento profesional que proviene preferentemente de textos del profesor, pero que se limita a reflexiones prácticas, intuitivas, que no constituyen resultados de investigaciones, sino profundizaciones en el análisis fenomenológico del contenido. En resumen, hemos encontrado que los estudiantes tienen dificultades para relacionarse con el conocimiento profesional de carácter didáctico, pero también matemático, aun en el caso de estudiantes que disponen de una carga amplia de conocimiento matemático formal.

Ante estas constataciones, nos planteamos nuevas perspectivas para entender mejor el proceso de relación con el conocimiento que siguen los estudiantes. En primer lugar nos ha surgido la necesidad de detectar el nivel en que los estudiantes están en disposición de reflexionar, y proponer tareas acordes para que no se descuelguen del proceso. Es decir, sondear sobre las cuestiones que los estudiantes están en disposición de afrontar, de manera que no se llegue a situaciones en las que se produzcan desencuentros como el que hemos descrito, pero que además sirva para que los estudiantes avancen en su desarrollo

profesional. Una forma de entender mejor los valores que atribuyen los estudiantes consiste en tomar en cuenta su contexto de formación, realizando un análisis sociocultural del proceso llevado a cabo por estudiantes, quienes constituyen una comunidad de prácticas, con sus propias expectativas, valores, etc. (Llinares, 2003). El estudio de sus valoraciones nos permitirá satisfacer la expectativa anterior, es decir, situarnos en posiciones más acordes con sus niveles de reflexión.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACOSTA, F. Y OTROS (1998). Hábitos de la formación matemática para la resolución de problemas. En Muñoz, F.J., y otros (Eds.), *VIII Jornadas Andaluzas de Educación Matemática "Thales"*, (23-27). Jaén, SAEM Thales y Universidad de Jaén.
- ALSINA, C., FORTUNY, J.M. y PÉREZ, R. (1997). *¿Por qué geometría?. Propuestas didácticas para la ESO*. Madrid, Síntesis.
- AUSUBEL, D.P. (1980). *Psicología Educativa*. Madrid, Trillas.
- BLANCO, L. (1996) Aprender a enseñar matemáticas: tipos de conocimiento. En Llinares, S., y Sánchez, M.V. (Eds.) *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. (199-221). Granada, Comares.
- BROUSSEAU, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Récherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 7, nº 2, pp. 33-115.
- CARR, W. y KEMMIS, S. (1998). *Teoría crítica de la enseñanza*. Barcelona: Martínez Roca.
- CASTRO, E., FLORES, P. y SEGOVIA, I. (1999). Relatividad en las fórmulas de cálculo de superficie de figuras planas. *SUMA* 26, 23-32.
- CONTRERAS, J. (1997). *La autonomía del profesorado*. Madrid: Morata.
- COONEY, T. (1999). Conceptualizing teachers' ways of knowing. *Educational Studies in Mathematics*, No. 38. pp. 163-187.
- COONEY, T. J.; SHEALY, B. E. y ARVOLD, B. (1998). Conceptualizing belief structures of preservice secondary mathematics teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*. Vol. 29, No. 3. pp. 306-333.

- COONEY, T.J. (2001) Considering the paradoxes, perils, and purposes of conceptualizing teacher development. En F-L Lin & T.J. Cooney (Eds.) *Making sense of mathematics teacher education*, pp. 9-31 Holanda: Kluwer Academic
- COONEY, T.J. (1999) Conceptualizing teachers' ways of knowing. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 38: 163-187.
- COONEY, T.J.; SHEALY, B.E.; ARVOLD, B. (1998) Conceptualizing Belief Structures of Preservice Secondary Mathematics Teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 29, pp. 306-333
- CORBALÁN, F. (1994). *Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato*. Madrid, Síntesis.
- DEWEY, J. (1989). *Cómo pensamos*. Barcelona: Paidós.
- ELLIOT, T. S. (1993). *El cambio educativo desde la investigación-acción*. Madrid: Morata.
- FERRINI-MUNDY, J. y MARTÍN, W. G. (eds.) (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, NCTM.
- FLORES, P. (1997a). La utilización del humor para facilitar la comunicación entre educadores matemáticos. *Educación Matemática*. Vol. 9, No. 3. pp. 52-63.
- FLORES, P. (1997b). El profesor de matemáticas, un profesional reflexivo. En Berenguer, L., y otros (Eds.). *Investigación en el aula de matemáticas. La tarea docente*. Departamento de Didáctica de la Matemática y SAEM THALES, Granada.
- FLORES, P. (1998a). *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje*. Granada, Comares.
- FLORES, P. (1998b). Formación inicial de profesores de Matemáticas como profesionales reflexivos. *UNO* 17, 37-48.
- FLORES, P. (1999). Empleo de metáforas en la formación inicial de profesores de matemáticas. *Educación Matemática*, Vol. 11, nº 1, 84-102.
- FLORES, P. (2000) Reflexión sobre problemas profesionales surgidos durante las prácticas de enseñanza. *Revista EMA*, Vol. 5, nº 2, pp. 113-138
- FLORES, P. y PEÑAS, M. (en prensa) *Formación inicial de profesores de matemáticas reflexivos*. Revista Educación y Pedagogía. Colombia: Universidad de Antioquia.

- FLORES, P., MERCADO, I., y VÁZQUEZ, M. (1996). Formación de profesores de Matemáticas de secundaria basada en la reflexión sobre el período de prácticas de enseñanza. *Revista de Enseñanza Universidad de Salamanca*.
- FREUDENTHAL, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrech, Reidel Publishing Company.
- GARCÍA, M. (1997). *Conocimiento profesional del profesor de matemáticas. El concepto de función como objeto de enseñanza-aprendizaje*. Sevilla, GIEM.
- GIL, F. y ROMERO, I.M. (2003). ¿Qué formación inicial reciben los profesores de matemáticas de secundaria? *SUMA* 42, 5-11.
- GÓMEZ, P. (2002). Desarrollo del conocimiento didáctico de los futuros profesores de matemáticas: el caso de la estructura conceptual y los sistemas de representación. En Moreno, F., Gil, F., Socas, M. y D. Rodino, J. (Eds.). *Investigación en educación matemática*. (169, 180). Almería, Servicio de Publicaciones Universidad Almería.
- HERGREAVES, A. (1996). *Profesorado, cultura y postmodernidad*. Madrid: Morata.
- LISTON, D. P. y ZEICHNER, K. M. (1997). *Formación del profesorado y condiciones sociales de la escolarización*. Madrid: Morata.
- LLINARES, S. (2002). Participation and Reification in Learning to Teach: The Role of Knowledge and Beliefs. In Leder, G.C., Pehkonen, E. & Törener, G. (Eds.) *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education*. (pp. 195-209). London, Kluwer.
- MEWBORN, D. S. (1999) Reflective thinking among preservice elementary mathematics teacher. *Journal for Research in Mathematics Education*. Vol. 30, pp. 316-341.
- MORAL, C. (1998). *Formación para la profesión docente*. Granada, Grupo Editorial Universitario.
- MORAL, C. Y FERNÁNDEZ, M. (1995). *Manual de entrenamiento. El profesor como práctico reflexivo*. Granada, FORCE.
- MORCOTE, O. (2001). *El conocimiento profesional de estudiantes para profesor, en una programación sobre fracciones*. Memoria de Tercer Ciclo. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (1991). *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. Sevilla: SAEM THALES.

- NODDINGS, N. (1992). Professionalization and mathematics teaching. In: GROUWS, D. A. (eds.). *Handbook of research in mathematics teaching and learning*. New York, MacMillan. pp. 197-208.
- OLIVEIRA, I. E SERRAZINA, L. (2002). A reflexao e o professor como investigador. En Associaçao de Professores de Matemática, (Ed.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional*. Lisboa, Quinta Dimensao. ( 29-42).
- PEÑAS, M. (2002). *Un estudio sobre el proceso de reflexión de estudiantes en la formación inicial de profesores de matemáticas*. Trabajo de Investigación Tutelada. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- PEÑAS, M. (2003). Los números enteros y la calculadora. Una experiencia de reflexión sobre la práctica. *UNO* 32, pp. 109-118.
- PEÑAS, M. y FLORES, P. (2002). Experiencia en formación inicial basada en cuestiones profesionales del profesor de matemáticas. Comunicación presentada en las Jornadas sobre Formación inicial del Profesorado. Análisis de la situación actual y nuevos retos sobre políticas de formación. Granada, noviembre de 2002.
- PONTE, J.P. (2002). Investigar a nossa própria prática. En Associaçao de Professores de Matemática, (Ed.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional*. Lisboa, Quinta Dimensao. ( 5-27).
- RICO, L. Y FLORES, P. (1997). Didáctica de la Matemática y formación del profesorado. En Fernández, M., y Moral, C. (Eds.). *Formación y desarrollo de los profesores de Educación Secundaria en el marco curricular de la reforma. Los retos profesionales de la nueva etapa*. (63-75). Granada, FORCE y Grupo Editorial Universitario.
- ROMBERG, T. (1988). Can teachers be professionals? In: GROUWS, D. A. y COONEY, T. (eds.). *Handbook of research in mathematics teaching and learning*. New York: MacMillan. pp. 197-208.
- SÁNCHEZ, M.V. y LLINARES, S. (2003) Four Students Teachers' Pedagogical Reasoning on Functions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6, 5-25.
- SCHÖN, D. A. (1983) *The reflective practitioner*. Londres: Temple Smith.
- SCHÖN, D. A. (1992). *Formación de profesionales reflexivos*. Barcelona: Paidós.
- SEGOVIA, I., CASTRO, E. y FLORES, P. (1996). El área del rectángulo. *UNO*, 10, 63-78.
- SMYTH, J. (1991) Una pedagogía crítica de la práctica en el aula. *Revista de Educación*, nº



294, pp. 275-300

STENHOUSE, L. (1991). *Investigación y desarrollo del currículo*. Madrid: Morata.

VAN MANEN, M. (1977). Linking ways of knowing with ways of being practical. *Curriculum Inquiry*. Vol. 6, No. 3. pp. 205-228.

VAN MANEN, M. (1998). *El tacto pedagógico*. Barcelona, Morata.

VÁZQUEZ, M. Y MERCADO, I. (1995). La formación de profesores: Una experiencia de aula. En Berenguer, L., y otros (Eds.), *Investigación en el aula de matemáticas*. Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática y SAEM THALES.

VILLAR, L.M. (Ed.) (1995). *Un ciclo de enseñanza reflexiva*. Bilbao, Mensajero.

VON GLASERFELD (1991). Abstraction, re-presentation and reflection: An interpretation of experience and Piaget's approach. In: STEFFE, L. P. (ed.). *Epistemological foundations of mathematical experience*. New York: Springer-Verlag. pp. 45-67.

VYGOTSKY, L. (1995). *Pensamiento y Lenguaje*. Barcelona, Paidós.