

## Los números enteros y la calculadora: una experiencia de reflexión sobre la práctica

**María Peñas**  
Estudiante de Doctorado  
Universidad de Granada

*En el transcurso de la práctica docente es habitual encontrarnos con situaciones problemáticas a las que se debe dar respuesta con mayor o menor grado de inmediatez. Estas situaciones pueden ser de diversa naturaleza (Schön, 1992): situaciones familiares, en las que el práctico (en nuestro caso el docente) puede resolver el problema mediante la aplicación rutinaria de acciones, reglas y procedimientos derivados del tronco del conocimiento profesional; y situaciones no familiares, donde el problema no resulta inicialmente claro y no hay ajuste evidente entre las características de la situación y el cuerpo disponible de teorías y técnicas. En este artículo se pretende describir una estrategia de autoformación que atiende a estas situaciones no familiares ante las que se encuentra el docente en su práctica diaria.*

### **Whole numbers and the calculator: an experiment of reflection about practice**

*During teaching practice it is typical to find ourselves with problematic situations to which we must respond with a certain immediacy. These situations may have a diverse nature (Schön 1992) familiar situations in which the practice (here teaching practice) might resolve the problem through the application of routine actions, rules and procedures derived from the trunk of professional knowledge. On the other hand, non-familiar situations where the problem is not initially clear and there isn't an evident adjustment between the characteristics of the situation and the available body of theories and techniques. This article aims at describing a self-training strategy that takes in these non-familiar situations that the teacher has to confront.*

En este artículo pretendemos describir un proceso de reflexión. Para ello se ha llevado a cabo una estrategia de formación que toma como punto de partida aquellas situaciones problemáticas, no familiares, que se derivan de nuestra práctica como docentes (Brubacher y otros, 2000). Esta estrategia procura que las respuestas a dichas situaciones surjan tras un proceso de reflexión sistemático que debe permitirnos comprender el problema, encontrar e instrumentar soluciones y evaluar sus resultados. Una vez llevada a cabo nuestra actuación es posible que nos encontremos ante la necesidad de analizar la «validez» de nuestras respuestas, así como de reflexionar sobre los distintos elementos que configuran e influyen en nuestro problema «profesional».

### **Contexto**

En una asignatura del programa de doctorado de Didáctica de la Matemática, de la Universidad de Granada, en la que se habló de la im-

**Cuadro 1.** Fases del proceso de reflexión.

*Descripción:* identificación de la práctica. ¿Qué hago?  
*Información:* soporte de las prácticas. ¿Qué significado tiene lo que hago?  
*Confrontación:* percepción de otras prácticas y teorías.  
*Reconstrucción:* nuevo plan de acción. ¿Qué haría en una nueva ocasión?

portancia de la reflexión, se llevó a cabo un proceso de reflexión sobre un problema profesional. En este artículo se relata la propia reflexión de la autora sobre un problema surgido durante la práctica docente, en la que su experiencia se reduce a las clases particulares, y es allí donde surgió el problema profesional.

A continuación, se explicita de manera esquemática (cuadro 1) las distintas fases del proceso de reflexión, efectuado en aquel momento a raíz de la detección de la situación problemática, siguiendo para ello un modelo de carácter cíclico (Smyth, 1991).

El ciclo comienza cuando el profesorado detecta un problema profesional surgido en el transcurso de la práctica (Flores, 1998, 2000) y las diferentes fases suponen por parte del docente un esfuerzo para explicitar el problema, así como de reflexión de su práctica.

Dependiendo de la profundidad de este proceso se pueden distinguir una serie de niveles de reflexión (Van Manen, 1977): racionalidad técnica, acción práctica y reflexión crítica (cuadro 2). Estos niveles identificarán de manera gradual al docente desde el principiante, pasando por el experto y finalizando en el docente guía (Brubacher y otros, 2000).

**Cuadro 2.** Niveles de reflexión.

NIVELES DE REFLEXIÓN (VAN MANEN)	
<b>Racionalidad técnica</b> (nivel empírico-analítico)	La reflexión se basa en la aplicación eficaz en el ámbito del aula, de las habilidades y conocimientos técnicos así como de la selección y uso adecuado de estrategias didácticas en el aula.
<b>Acción práctica</b> (nivel hermenéutico-fenomenológico)	La reflexión presta atención a la comprensión de la interacción de los individuos. El profesorado hace explícitas las suposiciones en las que descansan sus acciones profesionales.
<b>Reflexión crítica</b> (nivel crítico-teórico)	La reflexión centrará su atención en el cuestionamiento de los criterios morales, éticos y normativos relacionados directa o indirectamente con el aula.

La reflexión se basa en la aplicación eficaz en el ámbito del aula, de las habilidades y conocimientos técnicos así como de la selección y uso adecuado de estrategias didácticas en el aula.

La reflexión presta atención a la comprensión de la interacción de los individuos. El profesorado hace explícitas las suposiciones en las que descansan sus acciones profesionales.

La reflexión centrará su atención en el cuestionamiento de los criterios morales, éticos y normativos relacionados directa o indirectamente con el aula.

Parece lógico pensar que conforme el docente va adquiriendo experiencia, el número de situaciones no familiares de carácter técnico (que requieren una solución con mayor grado de inmediatez en la práctica) disminuyen, pudiéndose prestar atención a otro tipo de situaciones problemáticas que exigen mayores niveles de reflexión por parte del docente.

En este artículo se presenta una experiencia de reflexión sobre la práctica en la que se pretende profundizar en la utilización de las cuatro fases del ciclo como herramienta útil en procesos de reflexión, en este caso de carácter individual. La idea básica es que el profesorado al reflexionar sobre lo que sucede en su clase pueda discernir sobre aquellos elementos de los que antes no tenía conciencia (Villar, 1995) y que le pueden permitir modificar y mejorar su práctica. La tarea profesional del profesorado es una tarea práctica, basada en la resolución de situaciones que se presentan en un contexto, que permite un estudio sistemático pero siempre impregnado de la individualidad de los sujetos que se ven implicados en ella (Flores, 1998). Esta individualidad se ve reflejada de manera manifiesta en la experiencia que se explicita a lo largo de este escrito.

### Fases de la experiencia de reflexión

#### Descripción (¿Qué es lo que hago?)

Esta experiencia de reflexión comienza cuando se detecta un problema y se realiza un intento para explicitarlo y delimitarlo. Para lograrlo Villar propone como estrategia el relato de los acontecimientos y de su contexto (Villar, 1995), de la manera más detallada posible. De forma esquemática destaco los momentos más importantes que se dieron en la fase de descripción (cuadro 3) del ciclo de reflexión propio.

#### Información (¿Cuál es el sentido de mi enseñanza?)

En esta fase se pretende profundizar en las razones que pueden estar definiendo la práctica, y analizar las respuestas dadas a las situaciones problemáticas con el objeto de detectar las creencias que pueden

Cuadro 3. Momentos de la fase de descripción

CONTEXTO: ALUMNO O ALUMNA DE 3º ESO (CLASES PARTICULARES)				
Problema inicial	SITUACIÓN	El alumno o alumna tiene dificultad para operar con números enteros (siempre utiliza la calculadora) cuando está trabajando con números racionales.	CUESTIÓN	¿Debo detenerme y aclarar las dudas o dejar que utilice la calculadora?
Respuesta		<ul style="list-style-type: none"> <li>Ante una nueva aparición de la dificultad me detengo para ejemplificar las operaciones con números enteros para que recuerde.</li> <li>Realizo la transformación de las operaciones en representaciones.</li> <li>Utilización de diversas representaciones de números enteros:                             <ul style="list-style-type: none"> <li>Verbal: deber/haber (González y otros, 1990)</li> <li>Bolas blancas/negras: utilización del modelo de equilibrio (Bruno, 1997)</li> <li>Recta numérica: considerando «+» ir hacia la derecha, «-» ir hacia la izquierda, sobre la recta (Bruno, 1997)</li> </ul> </li> </ul>		
Problema	SITUACIÓN	Observo que dependiendo de la operación aritmética realizada necesito adaptar las distintas representaciones.	CUESTIÓN	¿Existe representación válida para todos los casos?
Respuesta		<ul style="list-style-type: none"> <li>Adopto la representación de la recta numérica (entendiendo el signo «-» como un cambio de sentido en el movimiento sobre la recta), sólo para las operaciones de suma y resta de números enteros.</li> <li>Utilizo la memorización de la regla de los signos (sin representación), especialmente para la multiplicación y la división.</li> </ul>		
Problema	SITUACIÓN	El alumno o alumna sigue utilizando la calculadora en operaciones aritméticas «sencillas».	CUESTIÓN	¿Utiliza la calculadora por seguridad y comodidad?
Respuesta		<ul style="list-style-type: none"> <li>Permito el uso de la calculadora por ser una herramienta habitual en clase y un elemento que aporta seguridad al alumno o alumna.</li> <li>Continúo con las operaciones con fracciones y números racionales.</li> </ul>		

estar determinando la actuación del docente. Destaco a continuación (Cuadro 4) algunas de las reflexiones realizadas sobre la práctica ligadas al problema descrito, señalando en la columna de la izquierda aquellos elementos de la descripción que determinan la práctica y en la de la derecha las razones o significados que pueden caracterizarla.

#### Confrontación (¿Cuáles son las causas?)

Esta etapa está pensada inicialmente para que se produzca con

Cuadro 4. Reflexiones sobre la práctica

ASPECTOS A DESTACAR	INFORMACIÓN: ¿QUÉ PRINCIPIOS SOPORTAN LA PRÁCTICA?
Uso representaciones, preferentemente visuales.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Atribuyo gran importancia a las representaciones como medio de comprensión de conceptos.</li> <li>Concedo gran importancia a lo visual y geométrico.</li> </ul>
Empleo diversidad de representaciones y sentidos de los números enteros.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Pretendo que el alumno o alumna escoja aquello que mejor se adapte a sus preferencias, características o habilidades.</li> <li>Utilización de las representaciones como forma de convencimiento (validador de los resultados).</li> <li>Existe una concepción de la enseñanza que identifica «enseñar» con «mostrar» de la manera más variada posible.</li> <li>Necesidad de conocer la variedad de modelos existentes y los adecuados para cada situación.</li> </ul>
Permito el uso de la calculadora.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Concedo mayor importancia a los resultados sobre el razonamiento en este contexto.</li> </ul>
Papel de la calculadora en la enseñanza-aprendizaje.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Entiendo la calculadora como una herramienta habitual en el aula.</li> <li>Percibo la amenaza de que la calculadora aparezca como sustituta del cálculo mental.</li> <li>Me debato entre la «seguridad» en el cálculo frente al «esfuerzo mental» por parte del alumno o alumna lo que conlleva inseguridad en esta situación.</li> <li>Aparece la calculadora como un elemento validador para el alumno o alumna.</li> </ul>
Papel de la regla de los signos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Es un hecho que hay que memorizar.</li> <li>El alumno o alumna puede validar la regla de los signos cuando utiliza la calculadora o puede validar el resultado de la calculadora con el recuerdo de la regla.</li> </ul>
La ejercitación.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Lo considero como elemento del aprendizaje que ayuda a la memorización y al cálculo mental.</li> </ul>
Resultados versus razonamiento.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Manifiesto una preponderancia de los resultados sobre el razonamiento.</li> <li>Considero como resultados favorables del proceso de enseñanza-aprendizaje las buenas calificaciones.</li> </ul>
Incapacidad de detectar el problema si las operaciones son «complicadas».	<ul style="list-style-type: none"> <li>Necesidad por parte del profesorado de presentar tareas con diferente nivel de dificultad (por ejemplo, números «fáciles» versus números «difíciles») para poder detectar con mayor precisión los errores y dificultades del alumnado.</li> </ul>

otros docentes. Ante su dificultad, en este proceso se ha realizado la confrontación mediante la búsqueda de documentación relativa a los números enteros, su enseñanza y aprendizaje, y el uso de la calculadora. Entre los temas que me resultaron significativos para profundizar en ellos están los siguientes:

- Curriculo de secundaria (Decreto 106/1992).

- Historia de los números enteros (Bruno, 1997; González y otros, 1990).
- Vías de acceso a los enteros.
- Concepciones de la enseñanza del número entero.
- Libros de texto escolares.
- Obstáculos unidos al uso de los enteros.
- Uso de la calculadora en los procesos de enseñanza-aprendizaje (Álvarez, 1995; Udina, 1989).

### Reconstrucción (¿Cómo podría cambiar?)

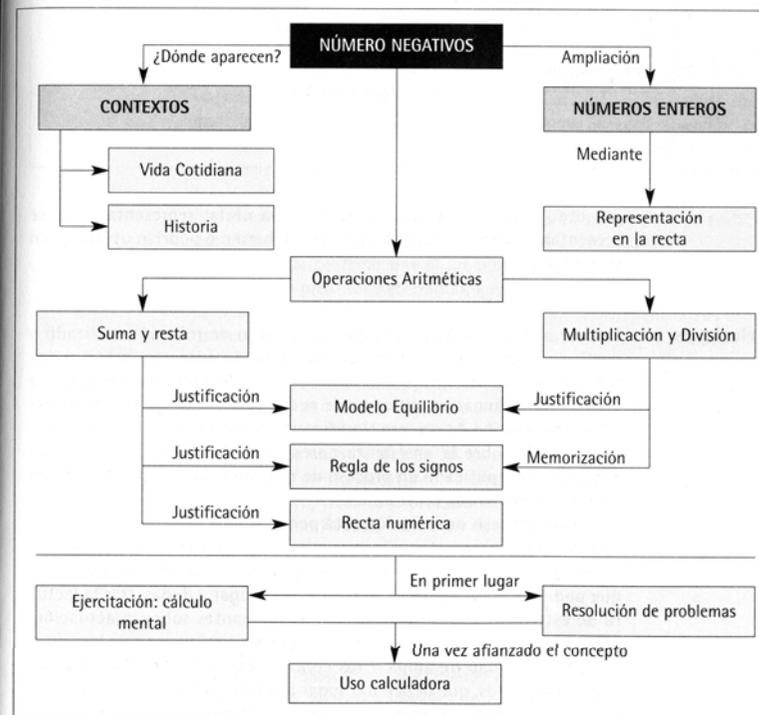
En la reconstrucción el docente realiza propuestas para futuras actuaciones derivadas del proceso de reflexión. En este caso los cambios más significativos derivados de las etapas anteriores que se han producido para la práctica son los siguientes:

- He adquirido una mayor seguridad en la actuación.
- Inexistencia de duda en la decisión de explicar los números enteros aunque no fuesen el objetivo inicial.
- Convencimiento de la inexistencia de un modelo unitario que englobe las cuatro operaciones aritméticas con números enteros.
- Consideración de las peculiaridades de cada modelo utilizado.
- Utilización de elementos visuales en la práctica:
  - Suma/Resta:
    - Utilización modelo equilibrio: bolas blancas/negras.
    - Utilización modelo recta numérica (signo «-»: cambio de orientación en la recta).
  - Producto:
    - Utilización modelo de equilibrio (multiplicación como suma repetida).
    - Utilización de una tabla para la regla de los signos.
- Inexistencia de un modelo «convicente» para la regla de los signos.
- Memorización de la regla de los signos.
- No utilizaría el modelo de áreas de rectángulos en 3º ESO, a pesar de ser el modelo de producto que más satisface mis expectativas, por la necesidad de introducir el plano y los ejes coordenados.
- Mayor aprovechamiento de la calculadora, cercana a la idea que aparece en el currículo.
- Si el objetivo primordial no es el cálculo mental la calculadora debe ser un elemento de uso habitual en clase.
- Si lo que se pretendía era que el alumno o alumna no utilizara la calculadora hubiera sido necesario trabajar la ejercitación de operaciones aritméticas con números enteros.
- Dificultad de detectar el problema del alumno o alumna si las operaciones aritméticas hubieran sido con números más difíciles.

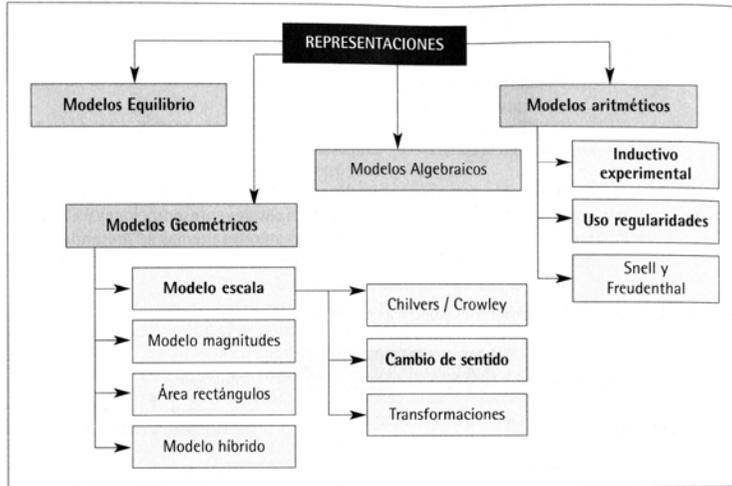
- Necesidad de realizar ejercicios con distintos niveles de dificultad no sólo conceptual sino también procedimental.
- Dificultad de detectar el problema en el marco de una clase escolar con la calculadora como elemento habitual.

Fruto de este proceso, surgió la necesidad de realizar unos esquemas conceptuales (Gráfica 1 y 2) sobre los tipos de representaciones y el tratamiento de los números enteros. Con estos esquemas se pretende organizar conceptualmente los elementos de conocimiento puestos en

Gráfica 1. Esquema conceptual: contextos y operaciones con números enteros



Gráfica 2. Representaciones



juego durante la reflexión. En el esquema de las representaciones se presentan en negrita aquellas que creo deberían o podrían utilizarse en secundaria.

## Conclusiones

En este artículo se ha presentado un proceso de reflexión realizado a partir de un problema profesional detectado durante una práctica docente. Gracias a este proceso se ha llegado a reformular la práctica, a la vez que se ha tomado conciencia de necesidades formativas, y se ha establecido relación de manera significativa con el conocimiento didáctico existente sobre la enseñanza-aprendizaje del número entero. Con ello se ha ejemplificado un proceso de reflexión sobre la práctica como proceso de desarrollo profesional.

Este proceso de reflexión está pensado para realizarlo de manera cíclica; cada nueva actuación requerirá de un nuevo ciclo cuya intención es profundizar en los aspectos problemáticos ya tratados y en otros que pudieran surgir durante la práctica. Sin lugar a dudas, tras la lectura de este ciclo se plantean nuevos interrogantes sobre la actuación, concepciones de la enseñanza, las creencias que subyacen en la actuación, la necesidad de ampliar los conocimientos en didáctica, y otros muchos aspectos, que deben dar lugar a futuras reflexiones en las cuales se irán poniendo de manifiesto los diferentes niveles de reflexión.

En este escrito se han manifestado principalmente unos niveles de reflexión que podrían considerarse, según la escala de Van Manen, como de «racionalidad técnica», si bien en algunos momentos del ciclo se pueden detectar elementos de reflexión sobre la «acción práctica». Este hecho está en concordancia con la idea de que los diferentes niveles identifican de manera gradual al docente, desde el principiante al docente-guía pasando por el experto. Se presupone que, conforme el docente va adquiriendo experiencia y reflexiona sobre las distintas situaciones problemáticas que le surgen en el transcurso de la práctica, sus reflexiones van alcanzando un mayor grado de profundización (preocupación por los principios o teorías subyacentes a su práctica y a la práctica docente en su conjunto).

Se podría considerar como principal meta a alcanzar en este proceso el adquirir niveles de reflexión crítica, pero lo cierto es que aunque estos niveles no se consiguiesen el ciclo seguiría conservando una gran potencialidad como herramienta para la mejora de la práctica educativa. Además, este proceso podría desarrollarse tanto en el ámbito individual (como el presentado en el artículo con la confrontación entre diferentes documentos) como grupal (mediante la confrontación con otros miembros de la comunidad educativa) lo cual resultaría mucho más enriquecedor para los individuos encuadrados dentro del proceso de reflexión. Indiscutiblemente, en ambos casos estaríamos enmarcados en un proceso de desarrollo profesional (Flores, 2000).

Se ha de destacar que el proceso descrito corresponde a las reflexiones de un profesor determinado, con ello se quiere constatar que para cada profesor o profesora el proceso de reflexión tendrá sus propias características, aun partiendo del mismo problema inicial, y cada profesor o profesora determinará las consecuencias de la reflexión para su práctica futura, las cuales pueden concluir en nuevos planes de acción. Este proceso de reflexión puede permitir al profesorado afrontar los retos de su actuación desde de la perspectiva de una práctica reflexiva que nos hace conscientes de las dificultades de nuestra profesión a la vez que nos facilita nuestra relación con el conocimiento profesional.

Al ejemplificar este proceso de reflexión sobre la práctica se ha puesto de manifiesto un proceso de desarrollo profesional a la vez que se ha ejercitado una estrategia que podrá ser aplicada a nuevos problemas profesionales en el futuro.

## Referencias bibliográficas

- ÁLVAREZ, A. (1995): *Uso de la calculadora en el aula*. Madrid. Narcea.  
BRUBACHER, J. W. y otros (2000): *Cómo ser un docente reflexivo. La construcción de una cultura de la indagación en las escuelas*. Barcelona. Gedisa.

- BRUNO, A. (1997): *La enseñanza de los números negativos desde una perspectiva unitaria*. La Laguna. Universidad de La Laguna.
- Junta de Andalucía (1992): «Decreto 106/1992, de 9 de Junio, por el que se establecen las enseñanzas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria» en BOJA 20/06/92.
- DEWEY, J. (1989): *Cómo pensamos. Nueva exposición de la relación entre pensamiento reflexivo y proceso educativo*. Barcelona. Paidós.
- FLORES, P. (1998): «Formación inicial de profesores de matemáticas como profesionales reflexivos.» en *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, n. 17, pp. 37-48.
- FLORES, P. (2000): «Reflexión sobre problemas profesionales surgidos durante las prácticas de enseñanza.» en *EMA*, vol. 5, n. 2, pp. 113-138.
- GONZÁLEZ, J. L. y otros (1990): *Números Enteros*. Madrid. Síntesis.
- SCHÖN, D. A. (1992): *La formación de profesionales reflexivos*. Barcelona. Paidós.
- SMYTH, J. (1991): «Una pedagogía crítica de la práctica en el aula.», en *Revista de Educación*, n. 294, pp. 275-300.
- VAN MANEN, M. (1977): «Linking ways of knowing with ways of being practical.» en *Curriculo Inquiri*, vol. 6, n.3, pp. 205-228.
- VILLAR, L. M. (ed.) (1995): *Un ciclo de enseñanza reflexiva. Estrategia para el diseño curricular*. Bilbao. Ed. Mensajero.
- UDINA, F. (1989): *Aritmética y calculadoras*. Madrid. Síntesis.

Referencia de la autora

Maria Peñas. Estudiante de doctorado de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada  
mtroyano@ugr.es

*Línea de trabajo.* Formación inicial de profesores de secundaria. Estudios de procesos de formación basados en la reflexión sobre problemas profesionales en la práctica docente.