1. El sistema de ecuaciones en $\mathbb{R}$

$$\left\{\begin{array}{rl} x + az = & -a \\ y + bz = & b \\ x + y + (a+b)z = & b - a \end{array}\right.$$

   ***a*) es siempre compatible indeterminado.**

   b) es compatible determinado para algunos valores de a y b.

   c) es incompatible para algunos valores de a y b.

   d) nunca es compatible indeterminado.

2. Se considera la aplicación $f : \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_6 \to \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_6$ dada por $f(a,b) = (b, 2a)$. Entonces $f^*(\{(0,0)\})$ es

   a) $\{(0,0)\}$

   ***b*)** $\{(\mathbf{0},\mathbf{0}),(\mathbf{0},\mathbf{3})\}$

   c) $\emptyset$

   d) $\{(0,0),(0,3),(0,4),(0,5)\}$

3. Para la aplicación lineal $f : (\mathbb{Z}_3)^4 \to (\mathbb{Z}_3)^4$ que tiene asociada, respecto de la base canónica, la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

   se verifica

   a) $\dim N(f) = 3$ y $\dim \mathrm{Im}(f) = 1$

   b) $\dim N(f) = 0$ y $\dim \mathrm{Im}(f) = 4$

   c) $\dim N(f) = 0$ y $\dim \mathrm{Im}(f) = 3$

   ***d*)** $\mathbf{\dim N(f) = 1}$ **y** $\mathbf{\dim Im(f) = 3}$

4. La aplicación $f : \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_6 \to \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_6$ dada por $f(a,b) = (b, 2a)$

   a) es biyectiva.

   ***b*) no es ni inyectiva ni sobreyectiva.**

   c) es inyectiva.

   d) es sobreyectiva.

5. El subespacio propio asociado al valor propio $\lambda = 2$ de la matriz en $\mathbb{Z}_3$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

   tiene como base

   ***a*)** $\{(\mathbf{1},\mathbf{0},\mathbf{0})\}$

   b) $\{(1,0,0),(0,1,0)\}$

   c) $\{(0,0,1)\}$

   d) $\{(1,0,1),(1,1,2)\}$

6. Se considera $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ y la relación de equivalencia en $X \times X$ dada por

$$(a, b)\mathcal{R}(c, d) \Leftrightarrow a + b = c + d$$

entonces el conjunto cociente tiene

a) 6 elementos.

b) 36 elementos.

c) 12 elementos.

***d*) 11 elementos.**

7. Dada la permutación $\sigma = (2\ 3\ 5\ 7)(4\ 1\ 6)$, el resultado de calcular σ^{2525} es

***a*)** $(\mathbf{2\ 3\ 5\ 7})(\mathbf{6\ 1\ 4})$

b) $(7\ 5\ 3\ 2)(4\ 1\ 6)$

c) $(2\ 5\ 7\ 3)(6\ 1\ 4)$

d) $(2\ 3\ 5\ 7)(4\ 1\ 6)$

8. Dadas $\sigma = (2\ 3\ 5\ 7)(2\ 5\ 6)$ y $\tau = (1\ 2)(2\ 3)(3\ 4)$ la permutación γ que verifica

$$\sigma^2\gamma\tau = \sigma$$

es

a) $(1\ 7\ 2\ 6\ 5\ 3\ 4)$

b) $(1\ 4\ 3\ 6\ 5\ 2\ 7)$

***c*)** $(\mathbf{1\ 4\ 6\ 5\ 3\ 7\ 2})$

d) $(1\ 5\ 6\ 3\ 4\ 2\ 7)$

9. Para la aplicación lineal $f : (\mathbb{Z}_3)^3 \to (\mathbb{Z}_3)^3$ dada por

$$\begin{aligned} f(1,0,1) &= (2,1,1) \\ f(0,1,0) &= (1,1,0) \\ f(1,1,0) &= (0,1,2) \end{aligned}$$

una base de $\mathrm{Im}(f)$ es

a) $\{(2, 1, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 2)\}$

b) $\{(1, 0, 2), (0, 1, 2)\}$

c) $\{(2, 1, 0), (1, 1, 1), (1, 0, 2)\}$

***d*)** $\{(\mathbf{1}, \mathbf{0}, \mathbf{1}), (\mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{2})\}$

10. El valor del determinante
$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -2 & 5 \end{vmatrix}$$
en $\mathbb{R}$ es
    a) 5
    b) 1
    c) no puede calcularse.
    ***d*) 0**

11. Dados los conjuntos $X = \{0,1,2,3,4\}$ e $Y = \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$, se considera
$$D = \{(a,b) \in X \times Y / a = b\}$$
El cardinal de $\mathcal{P}(X \times Y \setminus D)$ es
    a) 35^2
    ***b*) $\mathbf{2^{35}}$**
    c) $2^{40} - 2^5$
    d) $40^2 - 5^2$

12. En $\mathbb{R}$ el rango de la matriz
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & a & -a \\ 0 & 1 & b & b \\ 1 & 1 & (a+b) & b-a \end{pmatrix}$$
es
    a) depende de los valores de a y b.
    b) 3
    ***c*) 2**
    d) 4

13. Sea $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{Z}_2)$ tal que
$$A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{y} \qquad A^5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$
Entonces
    a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
    b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
    ***c*) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$**
    d) los datos del enunciado no permiten calcular A.

14. En el espacio vectorial $(\mathbb{Z}_5)^4$ se consideran los vectores

$$\begin{aligned} v_1 &= (1,1,2,0) \\ v_2 &= (1,2,2,0) \\ v_3 &= (1,1,2,1) \\ v_4 &= (1,1,2,0) \end{aligned}$$

¿cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?

a) Generan un subespacio vectorial de dimensión 3.

b) v_4 es combinación lineal de los otros tres.

c) Son linealmente dependientes.

***d*) $\mathbf{v_1}$ no es combinación lineal de los otros tres.**

15. El número de subespacios vectoriales de $(\mathbb{Z}_3)^2$ es

***a*) 6**

b) 11

c) 10

d) infinito.

16. Dados los vectores $\{(6,1,3,2),(1,4,2,6),(3,3,4,5)\}$ del espacio vectorial $(\mathbb{Z}_7)^4$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

***a*) Generan un subespacio de dimensión 2.**

b) Son linealmente independientes, pero no son base de $(\mathbb{Z}_7)^4$.

c) Son una base de $(\mathbb{Z}_7)^4$.

d) Son un sistema de generadores de $(\mathbb{Z}_7)^4$.

17. En $\mathbb{R}^3$ se consideran los subespacios

$$U \equiv \left\{ \begin{array}{rl} x+y+z = & 0 \\ y+z = & 0 \end{array} \right. \qquad W \equiv \left\{ \begin{array}{rl} x-y+z = & 0 \\ y+z = & 0 \end{array} \right.$$

¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

a) $\mathbb{R}^3 = U \oplus W$

***b*) La suma de U y W es directa.**

c) $\mathbb{R}^3 = U + W$

d) $U \cap W$ tiene dimensión 1.

18. En el espacio vectorial $(\mathbb{Z}_3)^4$ se conocen las dimensiones de dos subespacios: $\dim U = 2$ y $\dim W = 3$; ¿cuál de las siguientes afirmaciones es necesariamente falsa?

***a*) $(\mathbb{Z}_3)^4 = \mathbf{U} \oplus \mathbf{W}$**

b) $U + W$ tiene dimensión 4.

c) $U \cap W$ tiene dimensión 2.

d) $U \cap W$ tiene dimensión 1.

19. Sea $f : (\mathbb{Z}_5)^3 \to (\mathbb{Z}_5)^3$ la aplicación lineal dada por

$$\begin{gathered} f(1,1,1) = (0,2,3) \\ f(0,2,1) = (3,1,1) \\ (3,2,1) \in N(f) \end{gathered}$$

Las coordenadas del vector $f(4,0,3)$ en la base $\{(1,0,0),(1,1,1),(1,1,0)\}$ son

- ***a*) $(\mathbf{0},\mathbf{4},\mathbf{4})$**
- *b*) $(3,3,4)$
- *c*) $(0,0,0)$
- *d*) $(0,2,4)$

20. En $\mathbb{Z}_3$ la matriz

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- *a*) tiene valores propios $\lambda = 1$ con multiplicidad algebraica 1 y $\lambda = 2$ con multiplicidad algebraica 2.
- ***b*) tiene un único valor propio $\lambda = 2$ con multiplicidad algebraica 1.**
- *c*) tiene un único valor propio $\lambda = 2$ con multiplicidad algebraica 3.
- *d*) tiene valores propios $\lambda = 1$ con multiplicidad algebraica 2 y $\lambda = 2$ con multiplicidad algebraica 1.