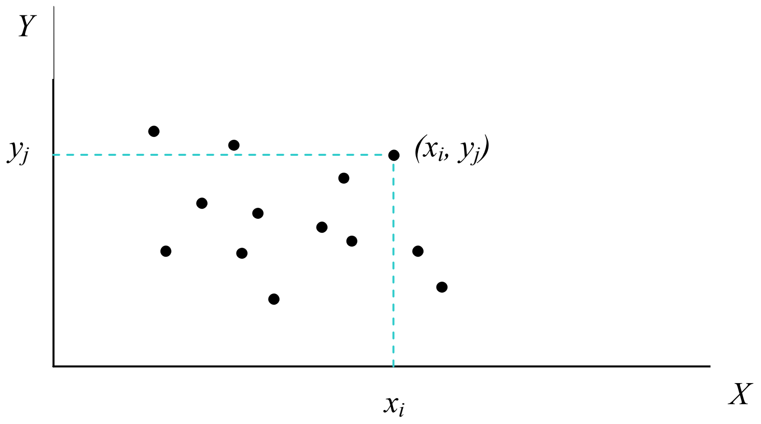
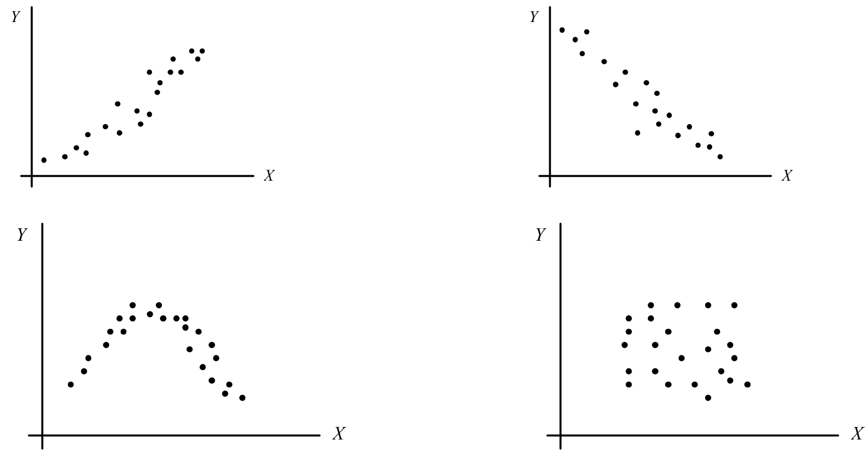
## NUBE DE PUNTOS:

Se representan las observaciones en unos ejes cartesianos.
Para cada individuo se tiene un punto con coordenadas $(x_i, y_j)$, que respresenta el valor observado en $(X, Y)$.




*Nota*: como cada pareja $(x_i, y_j)$ tiene una frecuencia $n_{ij}$ que en muchos casos es diferente de la unidad, un punto puede ser la concentración de $n_{ij}$ puntos.

Algunos ejemplos:




## RECTA DE REGRESIÓN:

$$Y = aX + b$$

Método de los **mínimos cuadrados**: se minimiza la suma de los RESIDUOS al cuadrado:

$$\min\left(\frac{1}{n}\sum_{i,j}\left(y_j - (ax_i + b)\right)^2 n_{ij}\right) = \Phi(a, b)$$

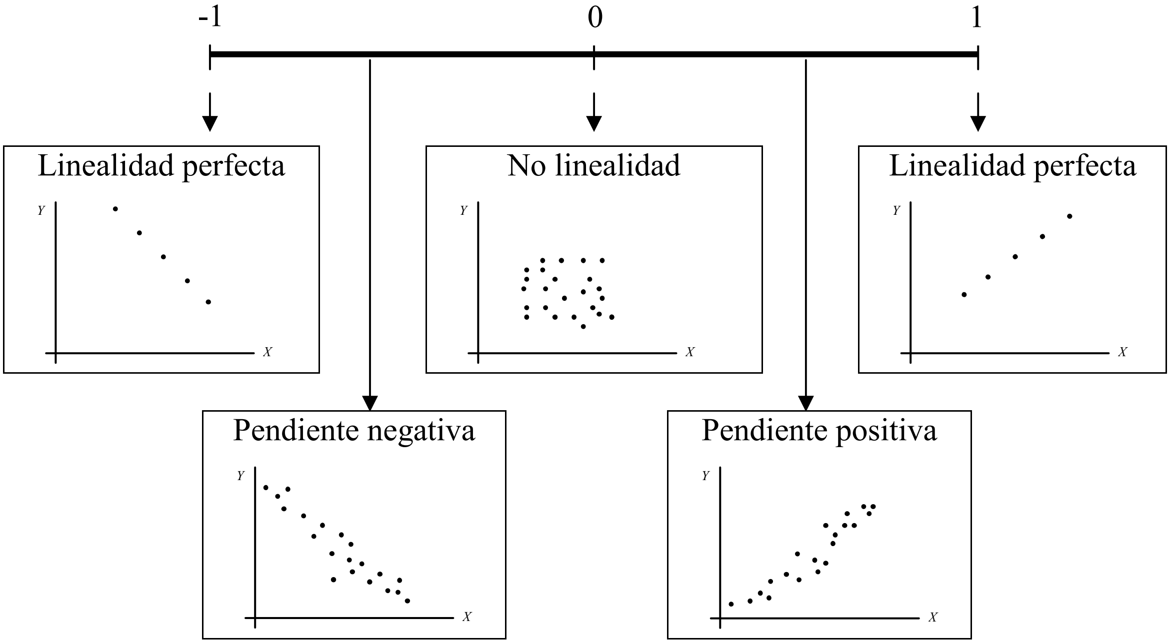
## Ecuaciones normales de la regresión lineal Y|X:

$$\frac{\partial}{\partial a}\Phi(a,b) = \frac{-2}{n}\sum_{i,j} n_{i,j}\left(y_j - a x_i - b\right)x_i = 0$$
$$\frac{\partial}{\partial b}\Phi(a,b) = \frac{-2}{n}\sum_{i,j} n_{i,j}\left(y_j - a x_i - b\right) = 0$$

| $Y\|X$ | X\|Y |
|---|---|
| Variable dependiente: $Y$<br>Variable independiente: $X$<br><br>Recta de regresión: $Y = aX + b$<br><br>$a = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X^2}$ $\quad b = \bar{y} - \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X^2}\bar{x}$ | Variable dependiente: $X$<br>Variable independiente: $Y$<br><br>Recta de regresión: $X = \alpha Y + \beta$<br><br>$\alpha = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_Y^2}$ $\quad \beta = \bar{x} - \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_Y^2}\bar{y}$ |

- **COEFICIENTE de CORRELACIÓN LINEAL de PEARSON:** $r = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y}$

Valores:




## Posición relativa de las rectas de regresión:

Ambas rectas pasan por el punto $(\bar{x}, \bar{y})$

- Si las pendientes de las rectas son iguales, las rectas son coincidentes, cuando $r^2 = 1$
- Si las pendientes de las rectas no son iguales, $r^2 \neq 1$, las rectas se cortan en ese punto.

## REGRESIÓN PARABÓLICA

$$Y = aX^2 + bX + c$$

Ecuaciones normales de la regresión parabólica Y|X:

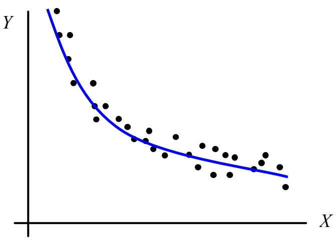
$$\frac{\partial}{\partial a}\Phi(a,b) = \frac{-2}{n}\sum_{i,j} n_{i,j}\left(y_j - a x_i^2 - b x_i - c\right)x_i^2 = 0$$
$$\frac{\partial}{\partial b}\Phi(a,b) = \frac{-2}{n}\sum_{i,j} n_{i,j}\left(y_j - a x_i^2 - b x_i - c\right)x_i = 0$$
$$\frac{\partial}{\partial c}\Phi(a,b) = \frac{-2}{n}\sum_{i,j} n_{i,j}\left(y_j - a x_i^2 - b x_i - c\right) = 0$$

## OTROS AJUSTES NO LINEALES:

### Hipérbola equilátera

$Y = \dfrac{a}{X} + b$

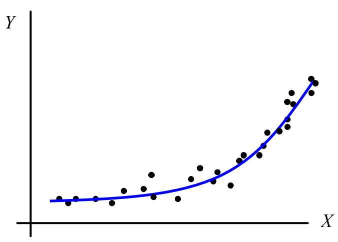
Cambio: $Z = \dfrac{1}{X}$




### Función potencial

$Y = bX^a$

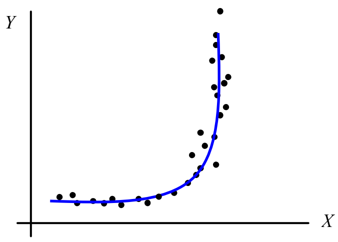
Cambio: $\ln Y = \ln b + a \ln X$




### Función exponencial

$Y = ba^X$

Cambio: $\ln Y = \ln b + X \ln a$

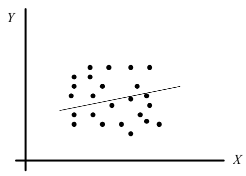



## COEFICIENTE de DETERMINACIÓN: $R^2 = 1 - \dfrac{S_{rY}^2}{\sigma_Y^2}$

Valores:

0 1

Ajuste pésimo




Ajuste perfecto