**RELACIÓN 1 DE PROBLEMAS (RESUELTA)**

1. La energía y la materia son una manifestación de la misma cosa, según la ecuación de Einstein donde una variación de energía puede deberse a una variación de masa:

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2$$

¿Qué variación de energía tendría lugar si hubiera una variación de masa de 1 u?

1 u = $1.6605 \times 10^{-27}$ Kg → $\Delta E = 1.6605 \times 10^{-27} Kg \cdot (2.9979 \times \frac{10^8 m}{s})^2 = 1.4924 \times 10^{-10}\, J$

Dado que la energía se suele dar en MeV (mega electrón-voltios), y que 1 eV = $1.6022 \times 10^{-19}$ J

$$\Delta E = \frac{1.4924 \times 10^{-10}\, J}{1.6022 \times 10^{-19}\, J/eV} = 931.47\ MeV/u$$

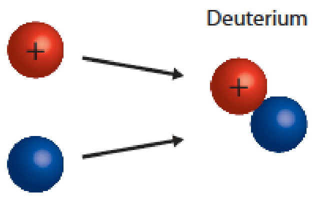
Es decir, una variación de masa de 1 u equivale a una variación de energía de 931.47 MeV.

2. El núcleo de deuterio $({}^{2}_{1}D)^{+}$ tiene una masa de 2.0136 u.

a) Indique su número atómico y número másico

b) Calcule el defecto de masa correspondiente a su formación, suponiendo que la masa del protón es 1.0073 u y la del neutrón 1.0087 u.

c) Calcule la energía por nucleón




a) Número atómico (Z) = 1

Número másico (A) = 2

b) $Defecto\ de\ masa = \Delta m = (1.0073\, u + 1.0087\, u) - 2.0136\, u = +0.0024\, u$

Por el principio de equivalencia de masa y energía:

$$\Delta E = 0.0024\, u \times \frac{931.47 MeV}{u} = 2.2355\ MeV$$

c) $\frac{\Delta E}{nucleón} = \frac{2.2355 MeV}{2\ nucleones} = 1.1178\ MeV/nucleón$

**Nota importante.-** Si el problema diera masas isotópicas (o atómicas) en lugar de nucleares habría que tener en cuenta también la masa de los electrones implicados para el cálculo del defecto de masa.

3. La fisión del isótopo de uranio-235 al ser bombardeado con neutrones y formar uranio-236 puede dar lugar a varios productos de fisión: kriptón-92 + bario-141 + 3 neutrones, rubidio-90 + cesio-143 + 3 neutrones, estroncio-95 + xenón-139 + 2 neutrones, etc. Determine qué proceso ha tenido lugar, de los tres indicados, si durante la fisión se han producido alrededor de 177 MeV.

**Datos (en u):** masa del neutrón = 1.008665 // masa isotópica del uranio-236 = 236.045568 // masa isotópica del kriptón-92 = 91.926156 // masa isotópica del bario-141 = 140.914411 // masa isotópica del rubidio-90 = 89.914802 // masa isotópica del cesio-143 = 142.927352 // masa isotópica del estroncio-95 = 94.919359 // masa isotópica del xenón-139 = 138.918793 //

Si tuviera lugar el primero:

$$\Delta E = \{236.045568 - [91.926156 + 140.914411 + (3 \times 1.008665)]\}\, u \times 931.47\, MeV/u$$
$$= +0.179006\, u \times 931.47 \frac{MeV}{u} = +166.74\, MeV$$

Si tuviera lugar el segundo:

$$\Delta E = \{236.045568 - [89.914802 + 142.927352 + (3 \times 1.008665)]\}\, u \times 931.47\, MeV/u$$
$$= +0.177419\, u \times 931.47 \frac{MeV}{u} = +165.26\, MeV$$

Si tuviera lugar el tercero:

$$\Delta E = \{236.045568 - [94.919359 + 138.918793 + (2 \times 1.008665)]\}\, u \times 931.47\, MeV/u$$
$$= +0.190086\, u \times 931.47 \frac{MeV}{u} = +177.06\, MeV$$

Por lo tanto, ha tenido lugar el tercer proceso.

4. Supongamos cuatro posibles procesos de formación de un núcleo (A, B, C y D) cuyos defectos de masa (en Kg) asociados son:

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| $6.0 \times 10^{-29}$ | $2.0 \times 10^{-29}$ | 0.0 | $-6.0 \times 10^{-29}$ |

Indique la afirmación correcta:

a) D es el más estable y A el menos estable
b) C es estable mientras que A, B y D no lo son
c) A es el más estable y D no es estable
d) A y B son estables pero B es más estable

La afirmación correcta es la c, ya que A presenta el mayor defecto de masa, por tanto la mayor conversión a energía nuclear para su formación, mientras que D es inestable al presentar un defecto de masa negativo.

5. Un ejemplo de emisión alfa es la desintegración del radio-226 en radón-222. Determine:

a) la energía emitida en el proceso de desintegración

b) la energía cinética de las partículas resultantes

c) su velocidad relativa

a) masas isotópicas (en u):

$^{4}_{2}He = 4.002603$ // $^{222}_{86}Rn = 222.017574$ // $^{226}_{88}Ra = 226.025406$

$$\Delta m = (222.017574\, u + 4.002603\, u) - 226.025406\, u = -0.005229\, u$$

$$\Delta E = -0.005229\, u \times 931.47 \frac{MeV}{u} = -4.87066\, MeV$$

b) en la desintegración, los momentos lineales de las partículas resultantes son iguales y opuestos: $p_\alpha = -p_{Rn}$

La energía cinética es ½ $mv^2$. En forma del momento lineal:

$$E_{c(\alpha)} = \frac{p_\alpha^2}{2m_\alpha} \qquad\qquad E_{c(Rn)} = \frac{p_{Rn}^2}{2m_{Rn}}$$

La suma de ambas energías cinéticas es la emitida durante el proceso de desintegración, y su relación es sencilla al saber que $p_\alpha = -p_{Rn}$.

$$E_{c(\alpha)} + E_{c(Rn)} = 4.87066\, MeV$$

$$\frac{E_{c(\alpha)}}{E_{c(Rn)}} = \frac{m_{Rn}}{m_\alpha} = \frac{222.017574}{4.002603} = 55.4683 \ \rightarrow\ E_{c(\alpha)} = 55.4683 \cdot E_{c(Rn)}$$

Sustituyendo en la ecuación de arriba: $56.4683 \cdot E_{c(Rn)} = 4.87066\, MeV \ \rightarrow$

$$E_{c(Rn)} = 0.086255\, MeV \ \rightarrow\ E_{c(\alpha)} = 4.7844\, MeV$$

c) Ahora,

$$E_{c(\alpha)} = \frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2} \rightarrow v_\alpha = \sqrt{\frac{2E_{c(\alpha)}}{m_\alpha}} = \sqrt{\frac{9.5688\ \times 10^6\, eV \cdot 1.6022 \times 10^{-19}\, J/eV}{4.002603\, u \cdot 1.6605 \times 10^{-27} Kg/u}}$$

$$= \sqrt{2.3067 \times 10^{14}\, m^2/s^2} = 1.51878 \times \frac{10^7 m}{s} = 15188\, Km/s$$

De igual forma,

$$v_{Rn} = \sqrt{\frac{2E_{c(Rn)}}{m_{Rn}}} = \sqrt{\frac{0.17251\ \times 10^6\, eV \cdot 1.6022 \times 10^{-19}\, J/eV}{222.017574\, u \cdot 1.6605 \times 10^{-27} Kg/u}} = \sqrt{7.4973 \times 10^{10}\, m^2/s^2}$$

$$= 2.73812 \times \frac{10^5\, m}{s} = 274\, Km/s$$

Puesto que van en direcciones opuestas, la velocidad relativa entre ambas partículas será la suma de ambas: 15462 Km/s

**Nota.-** La masa de una partícula puede calcularse de dos formas:

$$\frac{4.002603 \times 10^{-3}\, Kg/mol}{6.023 \times 10^{23}\, partículas/mol} \ \ o\ también\ como\ \ 4.002603\, u \cdot 1.6605 \times 10^{-27} Kg/u$$

6. El período de semidesintegración del estroncio-90 (masa atómica = 89.908 u) es de unos 28.90 años, pasando a itrio-90 a través de un decaimiento beta. Determine:

a) Si el decaimiento es $\beta^-$ o $\beta^+$

b) la constante de desintegración (cte. de velocidad) y el tiempo de vida media

c) la actividad inicial

d) El tiempo que ha de transcurrir para disminuir un 90% una cantidad inicial de 1.5 mg de isótopo radiactivo

e) Actividad de la muestra transcurrido el tiempo del apartado anterior

a) El decaimiento es $\beta^-$ ya que se transforma en un radioisótopo con una unidad mayor de número atómico y, por lo tanto, un neutrón se ha transformado en un protón.

b) La constante de desintegración representa la velocidad de desintegración por unidad de concentración. Y el tiempo de vida media, el tiempo medio que tardará una partícula en desintegrarse.

$$k = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = 0.02398\ años^{-1}$$

$$\tau = \frac{1}{k} = 41.70\ años$$

c) La actividad inicial depende de la cantidad inicial de radioisótopos, y se mide en desintegraciones por segundo, de forma que lo primero es pasar la cte. de desintegración a $s^{-1}$:

$$k = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = 7.6054 \times 10^{-10}\ s^{-1}$$

$$A_0 = kN_0 = 7.6054 \times 10^{-10}\ s^{-1} \times \frac{1.5\ \times 10^{-3}\ g}{89.908\ g/mol} \cdot 6.023 \times 10^{23} \frac{partículas}{mol}$$
$$= 7.642\ \times 10^{9}\ desintegraciones/s$$

O sea, inicialmente habrá siete mil seiscientos cuarenta y dos millones de desintegraciones por segundo.

d) Hacemos uso de la ecuación de velocidad integrada para determinar dicho tiempo según la forma:

$$\ln \frac{[A]}{[A]_0} = -kt = \ln \frac{N}{N_0} = \ln \frac{m}{m_0}$$

$$\ln \frac{(1.5 - 0.9 \times 1.5)}{1.5} = -kt\ \rightarrow \ln 0.1 = \ -2.3026 = -kt$$

$$t = \frac{2.3026}{0.02398\ años^{-1}} = 96.022\ años$$

Comprobamos este resultado de la siguiente manera. A tiempo t, queda un 10% de la muestra inicial, que corresponde a un poco más de 3 periodos de semidesintegración que serían 3 × 28.9 años = 86.7 años.

e) De igual forma que en el apartado c, la actividad a tiempo t dependerá de la cantidad de radioisótopos a tiempo t.

$$A_t = kN_t = 7.6054 \times 10^{-10}\ s^{-1} \times \frac{10\%(1.5\ \times 10^{-3}\ g)}{89.908\ g/mol} \cdot 6.023 \times 10^{23} \frac{partículas}{mol}$$
$$= 7.642\ \times 10^{8}\ desintegraciones/s$$

Diez veces menos desintegraciones al haber diez veces menos muestra.

7. Se dispone de 1 mg de carbono-14 que tiene un periodo de semidesintegración de 5730 años.

a) ¿Cuánto quedará sin desintegrar después de dos periodos de semidesintegración (aprox. 11500 años)? ¿Y cuánto después 10?

b) ¿Cuál es la actividad de la muestra tras 10 periodos?

a) Tras dos periodos de semidesintegración (≈ 11500 años) quedará un 25% de la cantidad inicial = 0.25 mg.

¿Cómo calcular la cantidad que resta tras T periodos? $[A]_T = \frac{[A]_0}{2^T}$

Para 10 periodos (57300 años): $[A]_{10} = \frac{[A]_0}{2^{10}} = \frac{1\,mg}{1024} = \ 0.977\ \mu g \approx 1\ \mu g$

b) Primero hay que conocer la cte. de desintegración:

$$k = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = 1.2097\ \times 10^{-4}\ años^{-1} = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = 3.83589\ \times 10^{-12}\ s^{-1}$$

$$A_{10} = kN_{10} = 3.83589 \times 10^{-12}\ s^{-1} \times \frac{0.977\ \times 10^{-6}\ g)}{14.0032\ g/mol} \cdot 6.023 \times 10^{23} \frac{partículas}{mol}$$
$$= 1.61193\ \times 10^{5}\ desintegraciones/s$$

8. Se tiene una muestra inicial de $10^{20}$ átomos, de los que un 0.2% son isótopos radiactivos con un periodo de semidesintegración de 13 años. Determine:

a) valor de la cte. de desintegración

b) actividad radiactiva inicial

c) átomos radiactivos y actividad después de 50 años

a) $$k = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = 5.3319\ \times 10^{-2}\ años^{-1} = 1.6907\ \times 10^{-9}\ s^{-1}$$

b) $$A_0 = kN_0 = 1.6907 \times 10^{-9}\ s^{-1} \cdot 2 \times 10^{17} isótopos =$$
$$= 3.3814\ \times 10^{8}\ desintegraciones/s$$

c) $N = N_0 \cdot e^{-kt} = 2 \times 10^{17} isótopos \cdot e^{-(0.053319\ años^{-1} \cdot 50\ años)} = 1.3907 \times 10^{16}\ isótopos$

$$A = kN = 1.6907\ \times 10^{-9}\ s^{-1} \cdot\ 1.3907 \times 10^{16}\ isótopos$$
$$= 2.3513 \times 10^{7}\ desintegraciones/s$$

9. Una muestra radiactiva tiene una actividad de 1200 desint/s, y tras un día se redujo a 1176 desint/s. Hallar su período de semidesintegración.

La relación de actividades a diferentes tiempos es igual a la relación de isótopos existente en cada tiempo que, a su vez, está relacionada con la constante de desintegración y el intervalo temporal de forma exponencial.

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{N_1}{N_2} = e^{-k\Delta t} \ \rightarrow\ \ln\frac{A_1}{A_2} = -k\Delta t$$

Donde $A_2 > A_1$. Así: $ln\frac{1176}{1200} = -0.0202027 = -k \cdot 1\ día\ \rightarrow k = 2.02027 \times 10^{-2}\ día^{-1}$

De aquí se sigue que: $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k} = \frac{0.69315}{2.02027 \times 10^{-2}\ día^{-1}} = 34.31\ días$