

## GUÍA DOCENTE DEL CURSO

<b>Nombre del curso</b>	Cálculo y modelización estocástica. Procesos de difusión
<b>Profesor(es)</b>	Francisco de Asís Torres Ruiz ( <a href="http://www.ugr.es/local/fdeasis">http://www.ugr.es/local/fdeasis</a> ) Patricia Román Román ( <a href="http://www.ugr.es/local/proman">http://www.ugr.es/local/proman</a> )
<b>Descripción</b>	Esta asignatura está planteada como una introducción conceptual a la teoría de los procesos de difusión. Como objetivos generales se persigue que el alumno se familiarice con esta clase de procesos, conozca las condiciones que los caracterizan y adquiera destrezas en lo que se refiere a su tratamiento. En ese sentido se profundizará en métodos de obtención de las distribuciones asociadas, cálculo de funciones media y covarianzas, así como de otras características de interés en aplicaciones prácticas. La aproximación a esta clase de procesos se realizará tanto desde el punto de vista de las ecuaciones diferenciales de Kolmogorov como desde las ecuaciones diferenciales estocásticas, proporcionando métodos para su resolución en cada caso. Una vez afianzados estos conocimientos, los cuales se ilustrarán con abundantes ejemplos (Wiener, Ornstein-Uhlenbeck, lognormal,...), se abordarán algunos tópicos concretos como es el problema de la inferencia, principalmente por medio de muestreo discreto, así como una introducción al problema de tiempos de primer paso.
<b>Objetivos particulares</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conocer e identificar las condiciones que definen y determinan a un proceso de difusión.</li> <li>• Conocer diferentes procedimientos que permitan el estudio de procesos de difusión, la obtención de las densidades de transición y análisis de sus principales características. En concreto,             <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Identificar las condiciones que garantizan la existencia de solución de las ecuaciones de Kolmogorov. Adquirir destrezas en su resolución por diversos procedimientos.</li> <li>○ Identificar las condiciones que garantizan la existencia de solución de las ecuaciones diferenciales estocásticas cuya solución sean procesos de difusión. Adquirir destrezas en su resolución, especialmente en casos como el lineal o transformables en él.</li> </ul> </li> <li>• Conocer y manejar con soltura algunos procesos de difusión concretos (Wiener, Ornstein-Uhlenbeck, lognormal,...).</li> <li>• Conocer procedimientos para obtener procesos de difusión a partir de otros conocidos.</li> <li>• Adquirir destrezas en la estimación de los parámetros de procesos de difusión mediante muestreo discreto. Aplicación a casos concretos.</li> <li>• Conocer el problema de <i>tiempos de primer paso</i> en difusiones. Adquirir destrezas para su resolución en casos concretos.</li> </ul>
<b>Prerrequisitos y recomendaciones</b>	<p>Para realizar este curso se recomienda tener conocimientos de probabilidad y procesos estocásticos como los proporcionados, por ejemplo, en las licenciaturas en Ciencias y Técnicas Estadísticas o Matemáticas. Asimismo es aconsejable disponer de algunos conocimientos sobre algunos métodos matemáticos concretos, como es el caso de ciertos aspectos sobre ecuaciones diferenciales.</p> <p>No obstante, durante el curso se facilitarán complementos necesarios (atendiendo a las necesidades de cada alumno) para solventar problemas puntuales en este sentido.</p>
<b>Contenidos</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Repaso de conceptos generales sobre cálculo, modelización estocástica y procesos estocásticos.</li> <li>2. Procesos gaussianos: Definición y caracterización. Continuidad. Procesos gaussianos markovianos. Ejemplos.</li> <li>3. Procesos de difusión: Ecuaciones cinéticas. Teorema de Pawula. Definición de proceso de difusión. Ecuaciones de Fokker-Planck y de Kolmogorov en los procesos de difusión. Condiciones frontera en el caso homogéneo. Resolución de las ecuaciones de Kolmogorov. Los procesos de difusión y las ecuaciones diferenciales estocásticas. Ejemplos.</li> <li>4. Inferencia en procesos de difusión mediante muestreo discreto. Ejemplos.</li> <li>5. Tiempos de primer paso en procesos de difusión. Definiciones y ejemplos. Obtención de las densidades de tiempo de primer paso mediante ecuaciones integrales de Volterra. Obtención de densidades de tiempo de primer paso a</li> </ol>

	partir del proceso Wiener. Otros procedimientos. Ejemplos.
<b>Metodología</b>	<p>El curso se desarrolla de modo virtual usando la plataforma Moodle. A lo largo del curso, los profesores proporcionarán, de forma secuencial, los materiales que deberán ser objeto de estudio así como indicaciones sobre qué fuentes bibliográficas pueden ser consultadas de forma complementaria. Asimismo se propondrán ejercicios para afianzar los conocimientos. Dichos ejercicios propuestos irán acompañados de otros resueltos que permitan orientar al alumno sobre la resolución de los primeros. Al final de cada tema, en los plazos que se irán indicando en la plataforma, el alumno deberá entregar la resolución de los problemas propuestos y un resumen/esquema de los principales contenidos del tema.</p> <p>Al final del curso, el alumno deberá presentar un trabajo individual que incluya:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Desarrollo completo del proceso de obtención de la densidad de transición del proceso Wiener, sus principales características, así como el cálculo de la densidad de tiempo de primer paso por barreras constantes y lineales).</li> <li>• Desarrollo análogo al anterior considerando un proceso de su elección entre una lista que se propondrá en su momento. Sobre este apartado preparará una breve exposición para su difusión en la plataforma.</li> </ul>
<b>Bibliografía</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bhattacharya, R.N. y Waymire, E. C. (1990). <i>Stochastic Processes with Applications</i>. John Wiley and Sons.</li> <li>• Cox, D.R. y Miller, H.D. (1972). <i>The theory of Stochastic Processes</i>. Chapman and Hall LTD.</li> <li>• Gardiner, C.W. (1990). <i>Handbook of Stochastic Methods</i>. 2ª Edición. Springer-Verlag.</li> <li>• Gutiérrez, R. y González, A. (1991). <i>Estadística Multivariable. Introducción al Análisis Multivariante</i>. Servicio de Reprografía de la Facultad de Ciencias. Universidad de Granada.</li> <li>• Gutiérrez, R., Román, P. y Torres, F. (1995). A note on the Volterra integral equation for the first-passage-time density. <i>Journal of Applied Probability</i>, 32(3), 635-648.</li> <li>• Gutiérrez, R., Ricciardi, L., Román, P. y Torres, F. (1997). First-passage-time densities for time-non-homogeneous diffusion processes. <i>Journal of Applied Probability</i>, 34(3), 623-631.</li> <li>• Gihman, I.I. y Skorohod, A.V. (1974). <i>The theory of Stochastic Processes</i>. Springer-Verlag.</li> <li>• Iacus, S.M. (2008). <i>Simulation and inference for stochastic differential equations</i>. Springer-Verlag</li> <li>• Prakasa-Rao, B. (1999). <i>Statistical inference for diffusion type process</i>. Ed. Arnold, London and Oxford University press, New York, 1999.</li> <li>• Ricciardi, L. M. (1977). <i>Diffusion processes and related topics in Biology</i>. Springer-Verlag.</li> <li>• Todorovic, P. (1992). <i>An introduction to Stochastic Processes and their Applications</i>. Springer-Verlag.</li> <li>• Wong, E. Y Hajek, B. (1985). <i>Stochastic Processes in Engineering Systems</i>. Springer-Verlag.</li> </ul>
<b>Criterios de evaluación</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Valoración de los conocimientos adquiridos mediante la realización de los resúmenes/esquemas de cada tema. Se hará especial énfasis en el nivel de comprensión de los mismos conocimientos, la capacidad para sintetizarlos y se prestará especial atención a los comentarios que se hagan sobre la utilidad de los resultados que en cada momento se vayan presentando (hasta 3 puntos).</li> <li>• Resolución de las relaciones de ejercicios. Se prestará especial atención a la adquisición de habilidades/destrezas, así como la relación que se haga en cada uno de ellos con los aspectos teóricos subyacentes (hasta 3 puntos).</li> <li>• Se valorará el grado de madurez adquirido por el alumno en relación al dominio de la teoría de procesos de difusión mediante la elaboración del trabajo expuesto en el apartado de Metodología (hasta 3 puntos), así como la exposición que se realice en la plataforma (hasta 1 punto).</li> </ul> <p>La superación del curso se obtendrá con una puntuación acumulada de 5 o más puntos.</p>