TÉCNICAS CUANTITATIVAS PARA LA EMPRESA II
EXAMEN FINAL (9 DE JUNIO DE 2001)

# PRIMER EXAMEN

Apellidos Nombre Grupo
DNI Firma

TEORIA

1) [3 puntos] Sean dos poblaciones normales X e Y, con medias (desconocidas) $\mu_1$ y $\mu_2$, respectivamente. Las desviaciones típicas respectivas, $\sigma_1$ y $\sigma_2$, son desconocidas, si bien, pueden considerarse iguales. De cada una de las poblaciones se extraen muestras aleatorias simples de tamaños n y m, respectivamente. Con estos datos se obtienen las medias muestrales $\overline{X}$ e $\overline{Y}$, así como las varianzas muestrales $S_n^2$, $S_m^2$. Las muestras extraídas son independientes, siendo $n+m \leq 30$. Demuestre qué distribución sigue el estadístico $\dfrac{(\overline{X}-\overline{Y}) - (\mu_1-\mu_2)}{S_c\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}}$.

PROBLEMAS

1) Una variable aleatoria X tiene como función de densidad:

$$f(x,\theta) = \begin{cases} \dfrac{1}{\theta}\, e^{-\frac{x}{\theta}} & x>0 \quad \theta>0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

Se extrae una muestra de tamaño n =6. A partir de esta muestra, se pide:

a) [2'5 puntos] Estimar θ por el método de la máxima verosimilitud. (Sol: $\hat{\theta} = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\Big/6 = \overline{X}$ )

b) [1'5 puntos] Estimar θ por el método de los momentos. (Sol: $\hat{\theta} = \theta^* = \overline{X}$ )

2) En dos municipios se está realizando un muestreo sobre el coste de la vida para estudiar el porcentaje de los ingresos que las familias destinan a la adquisición de vestido y calzado. De cada municipio se seleccionó aleatoriamente una muestra de 10 familias y se observó el porcentaje de los ingresos destinado a la adquisición de vestido y calzado (las muestras son independientes). Las medias y las desviaciones típicas muestrales fueron $\overline{X}$ = 9%, $S_n$= 3%, $\overline{Y}$= 7'5%, $S_m$= 2%. Suponiendo que las poblaciones de las que se extrajeron las muestras fueran normales, con desviaciones típicas poblacionales diferentes, obtener los tamaños muestrales que definitivamente serían necesarios para estimar la diferencia entre los porcentajes medios de ingresos, de tal forma que el error no superara el 1%, y con un nivel de confianza del 95%. (Sol: $n = m \approx 51$)

TIEMPO DISPONIBLE: 1 HORA Y QUINCE MINUTOS

TÉCNICAS CUANTITATIVAS PARA LA EMPRESA II
EXAMEN FINAL (9 DE JUNIO DE 2001)

# SEGUNDO EXAMEN

Apellidos Nombre Grupo
DNI Firma

TEORIA

1) [3 puntos] Obtención del predictor puntual óptimo y su distribución.

PROBLEMAS

1) [2 puntos] Los pagos semanales de una empresa se comportan de forma aproximadamente normal. La media de los pagos semanales fue de 4 millones de pesetas en el año 2000 y fue de 3'8 millones en 1999. La empresa desea comparar la variabilidad de sus pagos semanales en 2000 con la variabilidad de los mismos en 1999. Para el año 2000 se tomó una muestra de 25 semanas y para 1999 fue de 23 semanas. Las desviaciones típicas muestrales de los pagos semanales fueron de 750.000 pesetas en el año 2000 y de 600.000 pesetas en el 1999. Con un nivel de confianza del 95%, ¿se puede considerar que se ha incrementado la variabilidad desde el año 1999 al 2000? (responda mediante la resolución del contraste oportuno). (Sol: $F_{exp} = 1{,}5568 \in \overline{R}$; se acepta $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ )

2) Se está estudiando la relación existente en un determinado barrio de la ciudad entre Y = precio de la vivienda (en miles de pesetas por metro cuadrado) y X = antigüedad de la vivienda (en años). Sobre la base de una muestra de 10 viviendas, se obtuvo la siguiente información:

$$\sum X_t = 78, \ \sum Y_t = 1510, \ \sum X_t^2 = 1070, \ \sum Y_t^2 = 234.150, \ \sum X_t Y_t = 10.370$$

a) [1 punto] Ajustar por mínimos cuadrados un modelo de regresión que explique el precio de la vivienda a partir de la antigüedad de la misma. Interprete los resultados. (Sol: $\hat{Y}_t = 174{,}7920277 - 3{,}05025997 X_t$ )
b) [1 punto] Calcule el grado de explicación del modelo. Interprete el resultado. (Sol: $R^2$=0,69947329)
c) [1 punto] Construya un intervalo de confianza al 95% para la varianza de las perturbaciones aleatorias. (Sol: (105,4419410; 846,4376003))
d) [1 punto] Mediante el test de la t-Student oportuno, demuestre si las variaciones en la antigüedad realmente afectan al precio de la vivienda. (Sol: $t_{exp} = -4{,}315 \in R;\ \beta$ es significativo)
e) [1 punto] Posteriormente, se obtienen los datos de una vivienda con 10 años de antigüedad y con un precio de 170 mil pesetas por metro cuadrado. ¿El modelo ajustado en el apartado a) es válido para explicar la obtención de este dato? (Sol: $t_{exp} = 1{,}606 \in \overline{R}$ ; se acepta que el modelo ajustado es válido para explicar la obtención de este dato)

TIEMPO DISPONIBLE: 1 HORA Y CUARENTA Y CINCO MINUTOS