TÉCNICAS CUANTITATIVAS PARA LA EMPRESA II-PRIMER PARCIAL (21-4-2001)

Apellidos Nombre Grupo
DNI Firma

TEORIA

1) [3 puntos] Sobre una población se está estudiando cierta característica representada por la variable aleatoria X, que sigue una distribución normal de media μ y desviación típica σ. Se extrae de la población una muestra aleatoria simple de tamaño n, a partir de la cual se obtiene la media muestral, $\overline{X}$, y la cuasivarianza muestral, S_{n-1}^2. Demuestre qué distribución sigue el estadístico $\frac{(n-1)\,S_{n-1}^2}{\sigma^2}$.

PROBLEMAS

2) Determinar por los métodos de:

a) máxima verosimilitud [2 puntos] (Sol: $\hat{p} = \left(\sum_{i=1}^{3} x_i\right)\Big/54 = \left(\sum_{i=1}^{3} x_i\right)\Big/3\times 18$)

b) momentos [0'5 puntos] (Sol: $p^* = \hat{p} = \left(\sum_{i=1}^{3} x_i\right)\Big/54$)

el estimador del parámetro poblacional p, en el caso de que la distribución poblacional sea la distribución binomial B(18, p). Para obtener el estimador suponga que se ha extraído una muestra aleatoria simple de tamaño n=3.

3) [3 puntos] La frecuencia con la que se paran los clientes ante el escaparate de cierta tienda es de 1 cliente cada θ horas. El tiempo (en horas) que transcurre hasta que 6 clientes se paran ante el escaparate se ha modelizado mediante una distribución gamma. En 4 días diferentes se mide el tiempo de espera hasta que se paran 6 clientes, y con estos datos se obtiene la media muestral, $\overline{x}$. Si se estima el parámetro θ mediante $\overline{x}/6$ ¿se obtendría una estimación eficiente? (Sol: sí es eficiente; cota FCR=$\theta^2/6n = \theta^2/24$)

4) [1'5 puntos] En dos municipios se ha realizado un muestreo sobre el coste de la vida para estudiar el porcentaje de los ingresos que las familias destinan a la adquisición de la vivienda. De cada municipio se seleccionó aleatoriamente una muestra de 15 familias y se observó el porcentaje de los ingresos destinado anualmente a la adquisición de vivienda. Las medias y las desviaciones típicas muestrales fueron (datos en porcentaje): $\overline{X} = 24$, $S_n = 4$, $\overline{Y} = 30$, $S_m = 6$. Suponiendo que las poblaciones de las que se extrajeron las muestras fueran independientes con distribuciones normales, obtener los tamaños muestrales que definitivamente serían necesarios para estimar la diferencia entre los porcentajes medios de ingresos, de tal forma que el error no superara el 2%, y con un nivel de confianza del 95%. (Sol: n = m ≈54)

TIEMPO DISPONIBLE: 1 HORA Y 45 MINUTOS

****

TÉCNICAS CUANTITATIVAS PARA LA EMPRESA II-PRIMER PARCIAL (21-4-2001)

Apellidos Nombre
Grupo
DNI Firma

TEORIA

1) [3 puntos] En una determinada población se está estudiando cierta característica representada por la variable aleatoria X, que sigue una distribución normal de media μ y desviación típica σ. Se extrae de la población una muestra aleatoria simple de tamaño n, a partir de la cual se obtiene la media muestral, $\overline{X}$, y la cuasivarianza muestral, $S_{n-1}{}^2$. Demuestre qué distribución sigue el estadístico $\dfrac{(n-1)\,S_{n-1}{}^2}{\sigma^2}$.

PROBLEMAS

2) [1'5 puntos] En dos ciudades se está realizando un muestreo sobre el coste de la vida para estudiar el porcentaje de los ingresos que las familias destinan a la adquisición de la vivienda. De cada ciudad se seleccionó aleatoriamente una muestra de 15 familias y se observó el porcentaje de los ingresos destinado anualmente a la adquisición de vivienda. Las medias y las desviaciones típicas muestrales fueron (datos en porcentaje): $\overline{X} = 23$, $S_n = 6$, $\overline{Y} = 25$, $S_m = 4$. Suponiendo que las poblaciones de las que se extrajeron las muestras fueran independientes con distribuciones normales, obtener los tamaños muestrales que definitivamente serían necesarios para estimar la diferencia entre los porcentajes medios de ingresos, de tal forma que el error no superara el 1%, y con un nivel de confianza del 95%. (Sol: n = m ≈215)

3) [3 puntos] El tiempo (en horas) que transcurre hasta que 8 clientes se paran ante el escaparate de una tienda se ha modelizado mediante una distribución gamma. La frecuencia con la que se paran los clientes ante el escaparate es de 1 cliente cada θ horas. En 10 días diferentes se mide el tiempo de espera hasta que se paran 8 clientes, y con estos datos se obtiene la media muestral, $\overline{X}$. Si se estima el parámetro θ mediante $\overline{X}/8$ ¿se obtendría una estimación eficiente? (Sol: sí es eficiente; cota FCR=$\theta^2/8n = \theta^2/80$)

4) En el caso de que la distribución poblacional sea la distribución binomial B(16, θ), determinar el estimador del parámetro poblacional θ:

A) por el método de la máxima verosimilitud [2 puntos] (Sol: $\hat{p} = \left(\sum_{i=1}^{3} x_i\right)\Big/48 = \left(\sum_{i=1}^{3} x_i\right)\Big/3\times 16$;

B) por el método de los momentos [0'5 puntos] (Sol: $p^* = \hat{p} = \left(\sum_{i=1}^{3} x_i\right)\Big/48$). Para obtener el estimador suponga que se ha extraído una muestra aleatoria simple de tamaño n=3.

TIEMPO DISPONIBLE: 1 HORA Y 45 MINUTOS