PREGUNTAS SOBRE
VARIABLES ESTADÍSTICAS UNIDIMENSIONALES

Nota: las respuestas finales se han redondeado a 2 cifras decimales (si bien, en los cálculos intermedios se han utilizado todos los dígitos que permite una calculadora convencional).

1. Se han tomado 25 observaciones de un atributo; la modalidad A se ha presentado 10 veces. Entonces, en un diagrama de sectores el tamaño del sector asociado a dicha modalidad será:
a) 250º
b) 360º/10 = 36º
c) 360º/25=14'40º
d) 360º(10/25)=144º

Solución:
$$\frac{10}{25}360° = 144° .$$
Respuesta: d).

2. En una empresa el 60% de los trabajadores tiene un contrato indefinido. El sueldo medio de estos trabajadores es de 1.200 euros, mientras que el sueldo medio para el conjunto de trabajadores de la empresa es de 1.100 euros. Por tanto, el sueldo medio de los trabajadores que no tienen contrato indefinido es:
a) 950
b) 900
c) 1033’33
d) 733’33

Solución:
$$\bar{x} = (\bar{x}_A \times f_A) + (\bar{x}_B \times f_B); \quad 1.100 = (1.200 \times 0'6) + (\bar{x}_B \times 0'4);$$
$$\bar{x}_B = \frac{1.100 - (1.200 \times 0'6)}{0'4} = 950$$
Respuesta: a)

3. Una empresa tiene tres delegaciones situadas en tres provincias diferentes (A, B y C). El sueldo anual medio de los empleados de la empresa es de 21.857’143 euros. El sueldo medio de los empleados de la delegación A es de 22.500 euros, el de la B es de 19.500 euros y el de la C es de 24.000 euros. Entonces:
a) en C y en B hay el mismo número de empleados y en A la mitad que en B
b) en las tres delegaciones hay el mismo número de empleados
c) en A y en C hay el doble que en B
d) en B hay la mitad que en A y en C la mitad que en B

Solución:

$$\left(\frac{\left(22.500 \times \frac{1}{2}\right) + (19.500 \times 1) + (24.000 \times 1)}{2'5} = 21.900\right) \neq (21.857'143 = \bar{x})$$

$$\left(\frac{(22.500\times 1)+(19.500\times 1)+(24.000\times 1)}{3}=22.000\right)\neq(21.857'143=\bar{x})$$

$$\left(\frac{(22.500\times 2)+(19.500\times 1)+(24.000\times 2)}{5}=22.500\right)\neq(21.857'143=\bar{x})$$

$$\frac{(22.500\times 1)+\left(19.500\times\frac{1}{2}\right)+\left(24.000\times\frac{1}{4}\right)}{1'75}=21.857'143=\bar{x}$$

Respuesta: d).

4. En cierto municipio el porcentaje de renta familiar destinado a la adquisición de vivienda en los últimos cuatro años ha sido: 35%, 38%, 45% y 50%. Entonces, la media del porcentaje de renta familiar destinado a la adquisición de vivienda en los cuatro años ha sido:
a) 41’88
b) 141’88
c) 41’59
d) 42

Solución.

$$\bar{x}=\frac{1}{4}(35+38+45+50)=\frac{1}{4}(168)=42\rightarrow 42\%$$

Respuesta: d).

5. En un estudio sobre los ingresos familiares anuales (en miles de euros) se ha obtenido:

X	n_i
0-10	1
10-15	2
15-20	2
20-30	5

El ingreso más frecuente es:
a) 30
b) 20
c) 10
d) 25

Solución:

X	n_i	a_i	h_i
0-10	1	10	0’01
10-15	2	5	0’04
15-20	2	5	0’04
20-30	5	10	0’05
	$n=20$		

$$Mo=L_{i-1}+w$$

$$\begin{array}{lcl} w & \leftrightarrow & h_{i+1} \\ a_i-w & \leftrightarrow & h_{i-1} \end{array}$$

Esto es:

$$Mo=20+w$$

$$\begin{array}{lcl} w & \leftrightarrow & 0 \\ a_i-w=10-w & \leftrightarrow & 0'04 \end{array};\quad 0'04w=0;\quad w=0;\quad Mo=20+w=20;$$

o bien, aplicando directamente la fórmula:

$$Mo = L_{i-1} + \frac{h_{i+1}}{h_{i-1} + h_{i+1}} a_i = 20 + \frac{0}{0'04 + 0} = 20 + 0 = 20$$

Respuesta: b).

6. En un estudio sobre el consumo de un producto por parte de las familias de una región, se ha estudiado la variable estadística: X = consumo mensual del producto (en euros). Los datos obtenidos sobre 20 familias han sido:

X	n_i
0-4	6
4-16	6
16-24	8

¿Qué cifra de consumo es superada por el 20% de las familias con mayor consumo?
a) 3
b) 16
c) 4
d) 20

Solución:

X	x_i	n_i	N_i	p_i
0-4	2	6	6	30
4-16	10	6	12	60
16-24	20	8	20	100
		n=20		

$$\begin{array}{ll} 16 \leftrightarrow & 60 \\ x \leftrightarrow & 80 \\ 24 \leftrightarrow & 100 \end{array} ; \frac{24-16}{100-60} = \frac{x-16}{80-60} ; \frac{8}{40} = \frac{x-16}{20} ; 40(x-16) = 20 \times 8 ;$$

$$x = 16 + \frac{20}{40} 8 = 16 + 4 = 20$$

o bien, se puede aplicar directamente la fórmula de cálculo del percentil 80:

$$P_{80} = 16 + \frac{16-12}{8} 8 = 16 + 4 = 20$$

Respuesta: d).

7. Una cuenta de ahorro ha producido anualmente, en los últimos cuatro años, los siguientes intereses (en %): 4, 3, 2’5 y 2. Calcule la rentabilidad anual media para el período en estos dos casos: si se retiran anualmente los intereses producidos y si se mantienen en la cuenta los intereses producidos (resultados con tres decimales).
a) 2’872% y 2’875%, respectivamente
b) 2’875% en ambos casos
c) 2’875% y 2’872%, respectivamente
d) 2’872% en ambos casos

Solución:

Si se retiran:

$$\bar{x} = \frac{4+3+2'5+2}{4} = 2'875$$

Si se mantienen:

$$(1+TM)^4 = 1'04 \cdot 1'03 \cdot 1'025 \cdot 1'02 \ ; \ 1+TM = \sqrt[4]{1'04 \cdot 1'03 \cdot 1'025 \cdot 1'02} \ ;$$

$$TM = \sqrt[4]{1'04 \cdot 1'03 \cdot 1'025 \cdot 1'02} - 1 = 0'028723475 \rightarrow TM = 2'872\%$$

Respuesta: c)

8. El año pasado la empresa de inversiones Inverrico manejó cuatro productos financieros, en cada uno de los cuales consiguió las siguientes rentabilidades (en %): 3, 8, 10 y 6. La rentabilidad media de esta cesta de productos ha sido:
a) 6’75
b) 6’72
c) 13’89
d) 6’16

Solución:

$$\bar{x} = \frac{3+8+10+6}{4} = 6'75$$

Respuesta: a).

9. Una multinacional de refrescos de cola vende sus productos en cuatro continentes. Los miles de millones de litros consumidos en cada continente, el precio medio del litro de refresco así como la desviación típica de los precios en cada continente son

	Precio medio del litro (€)	Desviación típica (€)	Litros consumidos (en miles de millones)
Europa	1	0’25	37’3
Asia	0’90	0’25	22’4
Africa	0’85	0’30	17’7
América	1’20	0’35	48’1

¿Cuál es el precio medio del litro de refresco de cola en el conjunto de los cuatro continentes?
a) 1’04
b) 0’99
c) 1
d) 0’96

Solución:

$$\Pr ecio\,(x_i) = \frac{euros\,(e_i)}{litros\,(n_i)}$$

$$\bar{x} = \frac{(1\times 37'3)+(0'90\times 22'4)+(0'85\times 17'7)+(1'20\times 48'1)}{37'3+22'4+17`7+48'1} = \frac{130'225}{125'5} = 1'03765 \rightarrow 1'04$$

Respuesta: a).

10. En una empresa los empleados se clasifican en directivos y obreros. El salario medio bruto y el número de individuos de cada grupo se recogen en la tabla

Categoría profesional	Nº de empleados	Salario bruto medio (en decenas de euros)
Directivos	20	350
Obreros	80	200

El salario bruto medio para el conjunto de la empresa (en euros) sería:
a) 23.000
b) 230
c) 2.750
d) 2.300

Solución:
$$\bar{x} = \frac{(350 \times 20) + (200 \times 80)}{100} = 230$$
El salario bruto medio para el conjunto de la empresa sería 2.300 euros.

Respuesta: b).

11. A partir de los datos del enunciado de la pregunta anterior, si se sube un 10% el salario bruto de todos los empleados, ¿cuál será el nuevo salario bruto medio de toda la empresa (en euros)?
a) 2.530
b) 2.300
c) 2090'91
d) 253

Solución:
Sean: X = salario antes de la subida e Y= salario después de la subida
$$Y = 1'10 \cdot X \; ; \; \bar{y} = 1'10 \cdot \bar{x} = 1'10 \cdot 230 = 253$$
El salario bruto medio para el conjunto de la empresa después de la subida sería 2.530 euros.

Respuesta: a).

12. Si en lugar de la subida que se plantea en la pregunta anterior, se aumenta un 10% a los directivos y 200 euros a los obreros, ¿cuál será, en este caso, el salario bruto medio para el conjunto de la empresa tras la subida (en euros)?
a) 2.460
b) 3.025
c) 253
d) 2.530

Solución:
Sean: X_1 = salario de los directivos antes de la subida e Y_1= salario de los directivos después de la subida
$$Y_1 = 1'10 \cdot X_1 ; \; \bar{y}_1 = 1'10 \cdot \bar{x}_1 = 1'10 \cdot 350 = 385$$
Sean: X_2 = salario de los obreros antes de la subida e Y_2= salario de los obreros después de la subida
$$Y_2 = X_2 + 20 ; \; \bar{y}_2 = \bar{x}_2 + 20 = 200 + 20 = 220$$
$$\bar{y} = \frac{(385 \times 20) + (220 \times 80)}{100} = 253$$
El salario bruto medio para el conjunto de la empresa después de la subida sería 2.530 euros.

Respuesta: d)

13. La media geométrica de la siguiente distribución de frecuencias es (se aconseja utilizar logaritmos decimales):

x_i	n_i
100	20
1.000	20
10.000	30
1.000.000	30

a) 252.775
b) 303.220
c) 4
d) 10.000

Solución:

x_i	n_i	$log\ x_i$	$n_i\ log\ x_i$
100	20	2	40
1.000	20	3	60
10.000	30	4	120
1.000.000	30	6	180
	100		400

$$G = ant \log\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i \log x_i\right) = 10^{\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i \log x_i\right)} = 10^{\left(\frac{1}{100}400\right)} = 10^4 = 10.000$$

Respuesta: d).

14. Hace unos meses viajamos a cierto país y en dos ocasiones echamos gasolina a nuestro vehículo a 1’40 dólares/litro y 1’60 dólares/litro, respectivamente. En cada una de las ocasiones hemos repostado 70 dólares. El precio medio que hemos pagado por litro ha sido:
a) 1’50 dólares
b) 1’49 dólares
c) 1’45 dólares
d) 1’55 dólares

Solución:

$$\Pr ecio\,(x_i) = \frac{dólares\,(d_i)}{litros\,(n_i)}$$

x_i	d_i	$\frac{d_i}{x_i} = n_i$	$x_i n_i = d_i$
1’40 1’60	70 70	70/1’40 = 50 70/1’60 = 43’75	1’40×50 = 70 1’60×43’7 = 70
	$\sum d_i = d = 140$	$\sum \frac{d_i}{x_i} = \sum n_i =$ $= n = 93'75$	$\sum x_i n_i = \sum d_i =$ $= d = 140$

$$H=\frac{d}{\sum \frac{d_i}{x_i}}=\frac{70+70}{\frac{70}{1'40}+\frac{70}{1'60}}=\frac{140}{50+43'75}=\frac{140}{93'75}=1'49333333\rightarrow 1'49$$

o bien:

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum x_i n_i=\frac{1}{50+43'75}\left((1'40\times 50)+(1'60\times 43'75)\right)=\frac{1}{93'75}(70+70)=\frac{140}{93'75}=$$
$$=1'49333333\rightarrow 1'49$$

Respuesta: b).

15. Hace unos meses viajamos a cierto país y en dos ocasiones echamos gasolina a nuestro vehículo a 1'15 dólares/litro y 1'30 dólares/litro, respectivamente. En cada ocasión repostamos 60 litros. El precio medio que pagamos por litro fue (redondeado a 3 decimales):
a) 1'225 dólares
b) 1'220 dólares
c) 1'200 dólares
d) 1'250 dólares

Solución:

$$\Pr ecio\,(x_i)=\frac{dólares\,(d_i)}{litros\,(n_i)}$$

x_i	n_i	$x_i n_i = d_i$	$\frac{d_i}{x_i}=n_i$
1'15 1'30	60 60	1'15×60 = 69 1'30×60 = 78	69/1'15 = 60 78/1'30 = 60
	$\sum n_i = n = 120$	$\sum x_i n_i = \sum d_i = $ $= d = 147$	$\sum \frac{d_i}{x_i} = \sum n_i =$ $= n = 120$

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum x_i n_i=\frac{1}{60+60}\left((1'15\times 60)+(1'30\times 60)\right)=\frac{1}{120}(69+78)=\frac{1}{120}(147)=$$
$$=1'225\rightarrow 1'22$$

o bien: $$H=\frac{d}{\sum \frac{d_i}{x_i}}=\frac{(1'15\times 60)+(1'30\times 60)}{\frac{69}{1'15}+\frac{78}{1'30}}=\frac{69+78}{60+60}=\frac{147}{120}=1'225\rightarrow 1'22$$

Respuesta: a).

16. En los últimos meses un empresario español ha ido a Estados Unidos en tres ocasiones. En las dos primeras cambió euros por dólares a la par. La tercera vez cambió a 80 céntimos de euro por cada dólar. En las dos primeras ocasiones cambió la misma cantidad de euros y en la tercera cambió el doble de euros que en cada una de las dos primeras ocasiones. El precio medio (en céntimos de euro) al que ha pagado el dólar ha sido:
a) 0'01
b) 90
c) 88'89
d) 93'33

Solución:

$$Tipo\ de\ cambio\ (x_i) = \frac{euros\ (e_i)}{dólares\ (n_i)}$$

x_i	e_i	$\frac{e_i}{x_i} = n_i$	$x_i n_i = e_i$
100 100 80	k k 2k	k/100 k/100 2k/80	k k 2k
	$\sum e_i = e = 4k$	$\sum \frac{e_i}{x_i} = \sum n_i = n$	$\sum x_i n_i = \sum e_i = $ $= e = 4k$

$$H = \frac{e}{\sum \frac{e_i}{x_i}} = \frac{4k}{\frac{k}{100} + \frac{k}{100} + \frac{2k}{80}} = \frac{4k}{k\left(\frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \frac{2}{80}\right)} =$$

$$= \frac{4}{\frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \frac{2}{80}} = \frac{4}{0'045} = 88'89$$

o bien: $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i n_i = \frac{1}{\frac{k}{100} + \frac{k}{100} + \frac{2k}{80}} (4k) = \frac{4}{\frac{1}{100} + \frac{1}{100} + \frac{2}{80}} = \frac{4}{0'045} = 88'89$

Respuesta: c)

17. En el último año un empresario norteamericano ha venido a Europa en tres ocasiones, por lo que ha cambiado dólares por euros. El cambio que ha conseguido en las tres ocasiones ha sido (en centavos de dólar por cada euro): 88, 95 y 102. En las tres ocasiones ha comprado la misma cantidad de euros. El precio medio (en centavos de dólar) al que ha pagado el euro ha sido:

a) 95
b) 94’66
c) 96
d) 100

Solución:

$$Tipo\ de\ cambio\ (x_i) = \frac{dólares\ (d_i)}{euros\ (n_i)}$$

x_i	n_i	$x_i n_i = d_i$	$\frac{d_i}{x_i} = n_i$
88 95 102	k k k	88k 95k 102k	k k k
	$\sum n_i = n = 3k$	$\sum x_i n_i = \sum d_i = d$	$\sum \frac{d_i}{x_i} = \sum n_i = $ $= n = 3k$

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_i n_i = \frac{88k + 95k + 102k}{3k} = \frac{88 + 95 + 102}{3} = \frac{285}{3} = 95$$

o bien: $H = \dfrac{d}{\sum \dfrac{d_i}{x_i}} = \dfrac{88k + 95k + 102k}{3k} = \dfrac{88 + 95 + 102}{3} = \dfrac{285}{3} = 95$

Respuesta: a).

18. En el país R hay dos empresas de importación que han realizado, cada una de ellas, cuatro pagos en dólares a lo largo del año, siendo el cambio aplicado a cada operación así como el importe de cada operación (en unidades monetarias del país R), los siguientes:

Operación	Tipo de cambio del dólar en u. m. del país R	Millones de u. m. cambiadas empresa A	Millones de u. m. cambiadas empresa B
A	150	375	450
B	145	580	290
C	140	770	210
D	160	320	800

Entonces, el tipo de cambio medio del dólar respecto a la moneda del país R que ha pagado cada una de las empresas citadas es:
a) Empresa A: 146'07; Empresa B: 152'17
b) Empresa A: 146'07; Empresa B: 152'54
c) Empresa A: 144'38; Empresa B: 152'17
d) Empresa A: 148'75; Empresa B: 148'75

Solución:

$$Tipo\ de\ cambio\ (x_i) = \frac{u.m.\ país\ R\ \ (e_i)}{dólares\ (n_i)}$$

Para la empresa A:

x_i	e_i	$\frac{e_i}{x_i} = n_i$	$x_i n_i = e_i$
150	375.000.000	375.000.000/150	375.000.000
145	580.000.000	580.000.000/145	580.000.000
140	770.000.000	770.000.000/140	770.000.000
160	320.000.000	320.000.000/160	320.000.000
	$\sum e_i = e = 2.045.000.000$	$\sum \frac{e_i}{x_i} = \sum n_i = n$	$\sum x_i n_i = \sum e_i = e = 2.045.000.000$

$$H = \frac{e}{\sum \frac{e_i}{x_i}} = \frac{375.000.000 + 580.000.000 + 770.000.000 + 320.000.000}{\frac{375.000.000}{150} + \frac{580.000.000}{145} + \frac{770.000.000}{140} + \frac{320.000.000}{160}} =$$

$$= \frac{2.045.000.000}{2.500.000 + 4.000.000 + 5.500.000 + 2.000.000} =$$

$$= \frac{2.045.000.000}{14.000.000} = 146'07142 \rightarrow 146'07 (u.m./\,dólar)$$

o bien:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_i n_i = \frac{375.000.000 + 580.000.000 + 770.000.000 + 320.000.000}{\frac{375.000.000}{150} + \frac{580.000.000}{145} + \frac{770.000.000}{140} + \frac{320.000.000}{160}} =$$

$$= \frac{2.045.000.000}{14.000.000} = 146'07142 \rightarrow 146'07 (u.m./\,dólar)$$

Para la empresa B:

x_i	e_i	$\frac{e_i}{x_i} = n_i$	$x_i n_i = e_i$
150	450.000.000	450.000.000/150	450.000.000
145	290.000.000	290.000.000/145	290.000.000
140	210.000.000	210.000.000/140	210.000.000
160	800.000.000	800.000.000/160	800.000.000
	$\sum e_i = e =$ $= 1.750.000.000$	$\sum \frac{e_i}{x_i} = \sum n_i = n$	$\sum x_i n_i = \sum e_i = e =$ $= 1.750.000.000$

$$H = \frac{e}{\sum \frac{e_i}{x_i}} = \frac{450.000.000 + 290.000.000 + 210.000.000 + 800.000.000}{\frac{450.000.000}{150} + \frac{290.000.000}{145} + \frac{210.000.000}{140} + \frac{800.000.000}{160}} =$$

$$= \frac{1.750.000.000}{3.000.000 + 2.000.000 + 1.500.000 + 5.000.000} =$$

$$= \frac{1.750.000.000}{11.500.000} = 152'17391 \rightarrow 152'17 (u.m./\,dólar)$$

o bien:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_i n_i = \frac{450.000.000 + 290.000.000 + 210.000.000 + 800.000.000}{\frac{450.000.000}{150} + \frac{290.000.000}{145} + \frac{210.000.000}{140} + \frac{800.000.000}{160}} =$$

$$= \frac{1.750.000.000}{11.500.000} = 152'17391 \rightarrow 152'17 (u.m./\,dólar)$$

Respuesta: a).

19. ¿Cuál de las siguientes relaciones es cierta?

a) $H \le \bar{x} \le G \le Q$

b) $G \le H \le \bar{x} \le Q$

c) $\bar{x} \le H \le G \le Q$

d) $H \le G \le \bar{x} \le Q$

Solución:

A partir de la expresión de la generalización de la media $M_r = \sqrt[r]{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i^r n_i}$, como casos particulares de ésta, se obtienen las siguientes medias:

$M_{-1} = H\ ;\ M_0 = G\ ;\ M_1 = \bar{x}\ ;\ M_2 = Q$
el orden de estas medias es:
$M_{-1} \leq M_0 \leq M_1 \leq M_2$
que equivale a: $H \leq G \leq \bar{x} \leq Q$

Respuesta: d).
20. Se tienen los datos muestrales sobre los beneficios (ya deflactados) obtenidos por las empresas de tres sectores productivos en los años 1999 y 2003:

	1999		2003	
Sector	Beneficio medio (decenas de miles de euros)	Número de empresas	Beneficio medio (decenas de miles de euros)	Número de empresas
A	40	800	35	735
B	65	1200	60	1165
C	50	1000	35	900

Para el conjunto de los tres sectores el beneficio medio en 1999 y en 2003 es, respectivamente:
a) 53’33 y 45’40
b) 51’67 y 43’33
c) 37’5, 62’5 y 32’5
d) 1.032’26 y 977’88

Solución:

$$\bar{x}_{99} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{p} \bar{x}_j n_j = \frac{1}{3000}\left(40\times 800 + 65\times 1.200 + 50\times 1.000\right) = \frac{160.000}{3.000} = 53'33$$

$$\bar{x}_{03} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{p} \bar{x}_j n_j = \frac{1}{2.800}\left(35\times 735 + 60\times 1.165 + 35\times 900\right) = \frac{127.125}{2.800} = 45'40$$

Respuesta: a).

21. A partir de los datos y resultados de la pregunta anterior, la disminución media anual (en %) de los beneficios en el periodo 1999-2003 habría sido del:
a) 39’4%
b) 7’74%
c) 3’94%
d) -0’08%

Solución:

TM TM TM TM
|………...|………...|………...|………...|
$\bar{x}_{99} = 53'33$ $\bar{x}_{03} = 45'40$

$$\bar{x}_{99}(1+TM)^4 = \bar{x}_{03};\ \ (1+TM)^4 = \frac{\bar{x}_{03}}{\bar{x}_{99}};\ \ 1+TM = \sqrt[4]{\frac{\bar{x}_{03}}{\bar{x}_{99}}};\ \ TM = \sqrt[4]{\frac{\bar{x}_{03}}{\bar{x}_{99}}} - 1;$$

$$TM = \sqrt[4]{\frac{45'40}{53'33}} - 1 = \sqrt[4]{0'851303} - 1 = 0'96055 - 1 = -0'0394476 \rightarrow -3'94\%$$

Anualmente se habría producido una disminución media del 3’94%

Respuesta: c).

22. En un país europeo la bombona de butano tenía un precio de 9 euros a 1 de enero de 2004. Se sabe que el precio de la bombona disminuyó un 4% en el primer trimestre del año 2004. Suponiendo que hubiera continuado esta tendencia durante el resto del año, ¿cuál hubiera sido la tasa de variación anual equivalente?
a) 0'17
b) 0'85
c) -0'16
d) -0'15

Solución:
$T_3 = -0'04$; $T_{12} = (1+T_3)^4 - 1 = (1-0'04)^4 - 1 = 0'84934656 - 1 = -0'15$

Respuesta: d).

23. A partir de los datos y resultados de la pregunta anterior, la estimación del precio de la bombona a 31 de diciembre de 2005 sería:
a) 8'64
b) 6'50
c) 7'65
d) 10'35

Solución:

Precio estimado a final del segundo año:
$Y_2 = Y_0(1+T_{12})^2 = 9(1-0'15)^2 = 9 \cdot 0'7225 = 6'50$
otra forma de hacerlo: $Y_2 = Y_0(1+T_3)^8 = 9(1-0'04)^8 = 9 \cdot 0'7225 = 6'50$

Respuesta: b).

24. Según una empresa líder en el sector inmobiliario, el precio medio de la vivienda nueva en España (en euros por metro cuadrado) ha evolucionado de la forma siguiente: 31-12-2002→1.371; 31-3-2003→1.439'55; 30-6-2003→1.497'132; 30-9-2003→1.564'5029. La estimación de la tasa de variación del precio medio de la vivienda nueva en España para el año 2003 sería (expresada en porcentaje):
a) 4'50
b) 9'20
c) 30'22
d) 19'25

Solución:

31-12-02	31-3-03	30-6-03	30-9-03
|………..	|…………	|………..	|
1.371	1.439'55	1.497'132	1.564'5029

Para calcular la tasa media trimestral se pueden utilizar las dos opciones siguientes:
$1.371(1+TM_3)^3 = 1.564'5029$; $TM_3 = \sqrt[3]{\frac{1.564'5029}{1.371}} - 1 = 0'044992$
o bien:

$T_3(1) = \dfrac{1.439'55}{1.371} - 1 = 0'05$; $T_3(2) = \dfrac{1.497'132}{1.439'55} - 1 = 0'04$;

$T_3(3) = \dfrac{1.564'5029}{1.497'132} - 1 = 0'045$

$TM_3 = \sqrt[3]{(1+0'05)(1+0'04)(1+0'045)} - 1 = 0'044992$

A continuación se calcula la tasa anual equivalente (tasa media trimestral elevada a anual):

$T_{12} = (1+TM_3)^4 - 1 = (1+0'044992)^4 - 1 = 0'1925 \rightarrow 19'25\%$

Otra opción es calcular la tasa para los nueve meses de los que hay datos, y luego elevarla a anual:

$T_9 = \dfrac{1.564'5029}{1.371} - 1 = 0'141140$

$T_{12} = (1+T_9)^{12/9} - 1 = (1+0'141140)^{12/9} - 1 = 1'1925 - 1 = 0'1925 \rightarrow 19'25\%$

Respuesta: d).

25. Durante la primera mitad del año la tasa media de variación trimestral de una variable ha sido del 15%. Si el valor de la variable a comienzos del año era de 1050, al final del primer semestre será de:
a) 1207’5
b) 1388’62
c) 1836’46
d) 1596’92

Solución:

$TM_3 = 0'15$

TM_3 TM_3
|……….. |……….. |
Y_0=1.050 Y_F

$Y_0(1+TM_3)^2 = Y_F$; $Y_F = 1.050(1+0'15)^2 = 1.388'62$

Respuesta: b)

26. El precio de unas acciones ha incrementado su valor en los ocho primeros meses del año un 5%, 7%, 1%, 10%, 5%, 3%, 8% y 9%, respectivamente. El incremento medio mensual de dichas acciones en el citado periodo ha sido:
a) 26’06
b) 58’91
c) 105’96
d) 5’96

Solución:

$TM_1 = \sqrt[8]{1'05 \times 1'07 \times 1'01 \times 1'10 \times 1'05 \times 1'03 \times 1'08 \times 1'09} - 1 = \sqrt[8]{1'589146415} - 1 =$

$= 1'0596086 - 1 = 0'0596086$

Incremento medio mensual del $5'96\%$

Respuesta: d).

27. A partir de los datos y resultados de la pregunta anterior, responda a la siguiente cuestión: si continuara la misma tendencia hasta finalizar el año, ¿cuál sería la tasa de variación anual equivalente? (en porcentaje):
a) 100’31
b) 0’10
c) 10’03
d) 200’31

Solución:

$$T_{12} = (1 + TM_1)^{12} - 1 = (1 + 0'0596)^{12} - 1 = 2'0031 - 1 = 1'0031 \rightarrow 100'31\%$$

es decir, se duplica el valor de las acciones al cabo del año.
Otra posibilidad:

$$T_8 = (1'05 \times 1'07 \times 1'01 \times 1'10 \times 1'05 \times 1'03 \times 1'08 \times 1'09) - 1 = 1'5891 - 1 = 0'5891$$

$$T_{12} = (1 + T_8)^{12/8} - 1 = (1 + 0'5891)^{12/8} - 1 = 2'0031 - 1 = 1'0031 \rightarrow 100'31\%$$

Respuesta: a)

28. En el último semestre, las tasas de variación mensual de los precios de cierto producto han sido: 0’1, 0’3, 1’2, -0’3, -0’2, -0’8, respectivamente. Entonces, la tasa media de variación mensual de los precios ha sido (en porcentaje):
a) No se puede calcular, al haber tasas de variación positivas y negativas.
b) 84’04
c) -15’96
d) -0’16

Solución:

$$TM_1 = \sqrt[6]{(1 + 0'1) \times (1 + 0'3) \times (1 + 1'2) \times (1 + (-0'3)) \times (1 + (-0'2)) \times (1 + (-0'8))} - 1 =$$

$$= \sqrt[6]{(1'1) \times (1'3) \times (2'2) \times (0'7) \times (0'8) \times (0'2)} - 1 = \sqrt[6]{0'352352} - 1 = 0'8404195 - 1 = -0'15958049$$

$$\rightarrow -15'96\%$$

Respuesta: c).

29. El Índice de Precios al Consumo (IPC) ha pasado de 425 (1 de enero de 2001) a 510 (1 de enero de 2002). La tasa media de variación mensual del IPC durante el año 2001 ha sido:
a) 1’2%
b) 2%
c) 1’53%
d) 1’67%

Solución:

01/01/01 TM_1 …..^{12}…… TM_1 01/01/02
| ……….. | ……….. | ……….. |
425 510

$$425(1 + TM_1)^{12} = 510 \; ; \; (1 + TM_1)^{12} = \frac{510}{425} \; ; \; 1 + TM_1 = \sqrt[12]{\frac{510}{425}} \; ;$$

$$TM_1 = \sqrt[12]{\frac{510}{425}} - 1 = 1'015309 - 1 = 0'015309 \rightarrow 1'53\%$$

Respuesta: c).

30. El señor G invirtió cierta cantidad de dinero en un fondo de inversión radicado en las islas Jersey hace cuatro años. Transcurrido este periodo de tiempo ha vendido su participación en el fondo, recibiendo por ella la tercera parte de lo que invirtió. La rentabilidad media anual de la inversión ha sido (en porcentaje):
a) -0’24
b) 0’24
c) -2’40
d) -24’02

Solución:

$$C_0(1+TM)^4=\frac{1}{3}C_0;\ \ (1+TM)^4=\frac{1}{3};\ \ 1+TM=\sqrt[4]{\frac{1}{3}};$$

$$TM=\sqrt[4]{\frac{1}{3}}-1=-0'240164314\rightarrow -24'02\%$$

Respuesta: d).

31. La población universitaria española se ha incrementado en los últimos tres años un 30%, 10% y 5% respectivamente, por tanto, el incremento medio anual durante dichos años ha sido (en porcentaje):
a) 9
b) 11'45
c) 14'51
d) 15

Solución:

$TM=\sqrt[3]{1'30\times 1'10\times 1'05}-1=\sqrt[3]{1'5015}-1=1'145095687-1=0'145095686\rightarrow 14'51\%$ Incremento medio anual del $14'51\%$

Respuesta: c).

32. El índice de precios al consumo (IPC) de cierto país ha evolucionado de la forma siguiente durante los dos primeros trimestres del año 2000: 1 enero→120; 31 marzo→126; 30 junio→138’6. Entonces, el factor de variación unitaria del primer semestre sería (respuesta redondeada a 3 decimales):
a) 0’155
b) 1’155
c) 0’16
d) 1’05

Solución:

```
 1-1-00      31-3-00      30-6-00
    |……….. |………… |
   120         126         138’6
```

$$T_6 = \frac{138'6}{120} - 1 = 0'155 \rightarrow 1 + T_6 = 1 + 0'155 = 1'155$$

Respuesta: b).

33. A partir de los datos y resultados de la pregunta anterior, la estimación de la tasa de variación anual equivalente del año 2000 sería:
a) 1'33
b) 0'78
c) 1'78
d) 0'33

Solución:

$$T_{12} = (1 + T_6)^2 - 1 = 0'334025 \rightarrow 0'33$$

Respuesta: d).

34. A partir de los datos de dos preguntas más arriba, la tasa media de variación trimestral sería:
a) 1'07
b) 0'15
c) 0'07
d) 1'15

Solución:

$$T_3(1) = \frac{126}{120} - 1 = 0'05; \quad T_3(2) = \frac{138'6}{126} - 1 = 0'1;$$

$$TM_3 = \sqrt{(1 + T_3(1))(1 + T_3(2))} - 1 = \sqrt{1'05 \times 1'1} - 1 = \sqrt{1'155} - 1 = 1'074709263 - 1 =$$

$$= 0'074709263 \rightarrow 0'07$$

o bien: $120(1 + TM_3)^2 = 138'6; \quad (1 + TM_3)^2 = \frac{138'6}{120}; \quad (1 + TM_3) = \sqrt{\frac{138'6}{120}};$

$$TM_3 = \sqrt{\frac{138'6}{120}} - 1 = \sqrt{1'155} - 1 = 1'074709263 - 1 = 0'074709263 \rightarrow 0'07$$

Respuesta: c)

35. A partir de los datos de tres preguntas más arriba, si cierto artículo costaba 500 euros el 1 de enero de 2000 y su precio ha tenido a lo largo del año una evolución similar al IPC, estime cuál sería el precio del artículo a 1 de enero de 2001.
a) 167'01
b) 667'01
c) 577'5
d) 537'35

Solución:

Se llega a la misma solución desde diversos planteamientos:

i) $P_0(1 + T_{12}) = P_F; \quad 500(1 + 0'334025) = P_F; \quad 500 \times 1'334025 = P_F;$

$$P_F = 667'0125 \rightarrow 667'01$$

ii) $P_0\left(1+T_6\right)^2 = P_F$; $500(1+0'155)^2 = P_F$; $500 \times 1'334025 = P_F$; $P_F = 667'0125$

iii) $P_0\left(1+TM_3\right)^4 = P_F$; $500(1+0'074709263)^4 = P_F$; $500 \times 1'334025 = P_F$;
$P_F = 667'0125$

Respuesta: b).

36. En la distribución de frecuencias de la variable X el primer cuartil es 80 y el tercer cuartil es 100. Sea $X = Y - 40$. Entonces, el recorrido semi-intercuartílico de Y es:
a) 0'11
b) 20
c) 9
d) 0'08

Solución:

$$Q_1(x) = 80\,;\ Q_3(x) = 100\,;\ X = Y - 40\,;\ Y = X + 40$$
$$Q_1(y) = Q_1(x) + 40 = 80 + 40\,;\ Q_3(y) = Q_3(x) + 40 = 100 + 40$$
$$R_{SI}(y) = \frac{Q_3(y) - Q_1(y)}{Q_3(y) + Q_1(y)} = \frac{140 - 120}{140 + 120} = \frac{20}{260} = 0'0769231 \rightarrow 0'08$$

Respuesta: d)

37. Si la renta media de unas familias es de 40.000 euros, con desviación típica de 16.000 euros, y si todas las familias tienen 4 miembros, entonces la renta media por persona y su desviación típica son, respectivamente:
a) 10.000 y 32.000 euros.
b) 10.000 y 4.000 euros
c) 10.000 y 8.000 euros
d) ninguna de las anteriores respuestas es cierta.

Solución:

X = renta familiar; $\bar{x} = 40.000$; $S_x = 16.000$

Y = renta por persona = $\frac{1}{4}X$; $\bar{y} = \frac{1}{4}\bar{x} = \frac{1}{4}40.000 = 10.000$;

$$S_y = \frac{1}{4}S_x = \frac{1}{4}16.000 = 4.000$$

Respuesta: b).

38. Los alumnos de cierta Facultad han hecho un estudio sobre los universitarios que utilizan diariamente el autobús para acceder a su campus universitario. Observando los 150 días de clase de un curso académico obtuvieron que el número medio de estudiantes que usan el autobús cada día es 750 y la desviación típica 10. ¿Durante cuántos días de un curso el número de estudiantes que utilizan el autobús está comprendido entre 700 y 800?
a) al menos 144 días
b) menosde 144 días
c) menos de 6 días
d) entre 6 y 144 días

Solución:

$(\bar{x}-k\cdot S, \bar{x}+k\cdot S)$;

proporción de observaciones dentro del anterior intervalo: $prop.\, dentro \geq 1-\frac{1}{k^2}$

$(700, 800)$; $(750-k\cdot S, 750+k\cdot S)$; por comparación con el intervalo de arriba se deduce:

$700+k\cdot S=800$; $k\cdot S=50$; $k\cdot 10=50$; $k=\frac{50}{10}=5$

$prop.\, dentro \geq 1-\frac{1}{k^2}=1-\frac{1}{(5)^2}=1-0'04=0'96$

$num.\, oservaciones\ dentro \geq 0'96\cdot 150=144$

Respuesta: a).

39. Sea una distribución de frecuencias cuya media es 400 y varianza 25, con n=2.000. El conjunto $(-\infty, 385)\cup(415, \infty)$ contiene un número de observaciones:
a) mayor o igual a 1.778
b) menor a 222
c) mayor o igual a 222
d) menor a 1.778

Solución:

$(\bar{x}-k\cdot S, \bar{x}+k\cdot S)$;
$(385, 415)$; $(400-k\cdot S, 400+k\cdot S)$;

proporción de observaciones dentro del anterior intervalo: $prop.\, dentro \geq 1-\frac{1}{k^2}$

fuera de dicho intervalo, es decir, en:
$(-\infty, 385)\cup(415, \infty)$
estarán el resto de las observaciones.
Por comparación con el intervalo de arriba se deduce:

$400+k\cdot S=415$; $k\cdot S=15$; $k\cdot 5=15$; $k=\frac{15}{5}=3$

$prop.\, dentro \geq 1-\frac{1}{k^2}=1-\frac{1}{(3)^2}=0'888888$

$num.\, oservaciones\ dentro \geq 0'888888\cdot 2.000=1.777'78 \rightarrow 1.778$

$num.\, oservaciones\ \ fuera < (2.000-1.778)=222$

Respuesta: b).

40. Consideremos la variable X = beneficio obtenido por las empresas (en miles de euros). Se toma una muestra de 2.000 empresas, cuyo beneficio medio es 170 y varianza de 9. El intervalo de beneficios, centrado en la media, que contiene los beneficios de al menos 1.980 empresas es:
a) (161, 179)
b) (167, 173)
c) (140, 200)

d) (80, 260)

Solución:

$(\bar{x}-kS,\ \bar{x}+kS)$; Proporción dentro del intervalo $\geq 1-\dfrac{1}{k^2}$;

$\dfrac{1980}{2000}=0'99$; $1-\dfrac{1}{k^2}=0'99$; $k^2=100$; $k=10$; $k\,S=10\times 3=30$;

$(170-30,\ 170+30)$; $(140, 200)$

Respuesta: c).

41. Si el coeficiente de variación de Pearson de *X* es igual a 0'6 y la variable *Y* se define como *Y=3-X*, entonces:

a) existe la misma homogeneidad en los valores de ambas variables
b) la dispersión en ambas distribuciones no coincide
c) el coeficiente de variación de Y es igual al de X
d) el coeficiente de variación de Y es 3-0'6=2'4.

Solución:

$$\left(CV_Y=\frac{S_y}{\bar{y}}=\frac{S_x}{3-\bar{x}}\right)\neq\left(CV_X=\frac{S_x}{\bar{x}}\right)$$

la dispersión en ambas distribuciones no coincide.

Respuesta: b).

42. La dispersión de los salarios de una empresa ha aumentado después de la última variación de los mismos. Según lo anterior, cuál de las siguientes variaciones en los salarios se ha aplicado (se sabe que ha sido una de las cuatro que se mencionan a continuación):

a) se le ha subido el sueldo a todos 100 €
b) se le ha bajado el sueldo a todos 100 €
c) se le ha subido el sueldo a todos un 5%
d) se le ha bajado el sueldo a todos un 5%

Solución:

$$\frac{S_x}{\bar{x}-100}>\frac{S_x}{\bar{x}}=\frac{1'05\times S_x}{1'05\times\bar{x}}=\frac{0'95\times S_x}{0'95\times\bar{x}}>\frac{S_x}{\bar{x}+100}$$

Respuesta: b).

43. El salario medio, la desviación típica y el número de empleados en cuatro empresas son:

Empresa	Salario medio (en euros)	Desv. típica (en euros)	Número de empleados
A	840	60	100
B	810	55	300
C	875	65	175
D	850	65	215

Se decide subir el sueldo un 5% a todos los empleados en A, un 10% en B, 100 euros en C y 120 euros en D. ¿En cuál de las cuatro empresas serán los sueldos más homogéneos después de la subida?

a) A
b) B
c) C
d) D

Solución: Valores después de la subida

Empresa	MEDIA	DESV. TIPICA	CV
A	840×1’05=882	60×1’05=63	0’0714
B	810×1’10=891	55×1’10=60’5	0’0679
C	875+100=975	65	0’0667
D	850+120=970	65	0’0670

El menor coeficiente de variación tras la subida es CV_C=0’0667, luego en la empresa C los sueldos serán más homogéneos.

Respuesta: c).

44. En la liga española de fútbol el número medio de goles marcados por los clubes a final de temporada fue 73 y la desviación típica 20. El club Atlético de Madrid marcó 102 en su temporada. Por otro lado, en la liga italiana el número medio de goles marcados por los clubes a final de temporada fue 105 y la desviación típica 25. El club Juventus de Turín marcó 120 en su temporada. Entonces:
a) la capacidad goleadora del Atlético fue menor que la de la Juventus
b) la capacidad goleadora del Atlético fue mayor que la de la Juventus
c) los dos tuvieron la misma capacidad goleadora
d) en la liga italiana el número de goles marcados es una variable con mayor dispersión que en la liga española.

Solución:

$$\frac{102-73}{20}=1'45\,;\ \frac{120-105}{25}=0'6$$
capacidad goleadora del Atlético de Madrid es mayor que la de la Juventus
$$\left(CV_{ESP}=\frac{S_{ESP}}{\bar{x}_{ESP}}=\frac{20}{73}=0'27\right)>\left(CV_{ITA}=\frac{S_{ITA}}{\bar{x}_{ITA}}=\frac{25}{105}=0'24\right)$$
en la liga española el número de goles marcados es una variable con mayor dispersión que en la liga italiana

Respuesta: b).

45. Sea una variable Y = 4(X+2). Si el momento centrado de orden 4 de la variable X vale 20, el momento centrado de orden 4 de la variable Y es:
a) 20
b) 5120
c) 0’08
d) 160000

Solución:

$$m_4(X)=e^4 m_4(Y);\ m_4(X)=\left(\frac{1}{4}\right)^4 m_4(Y);\ 20=\left(\frac{1}{4}\right)^4 m_4(Y);$$

$$m_4(Y)=\frac{20}{\left(\frac{1}{4}\right)^4}=4^4\times 20=5.120$$

Respuesta: b).

46. Considere entre las medidas que se enumeran a continuación las que son invariantes exclusivamente frente a los cambios de escala: media, mediana, moda, percentiles, varianza, desviación típica, coeficiente de variación, coeficiente de asimetría de Fisher, covarianza, coeficiente de correlación lineal.
a) varianza, desviación típica, coeficiente de asimetría de Fisher, covarianza y coeficiente de correlación lineal
b) coeficiente de variación, coeficiente de asimetría de Fisher y coeficiente de correlación lineal
c) coeficiente de variación
d) media, mediana, moda y percentiles.

Respuesta: c)
47. Considere entre las medidas que se enumeran a continuación las que son invariantes exclusivamente frente a los cambios de origen: media, mediana, moda, percentiles, varianza, desviación típica, coeficiente de variación, coeficiente de asimetría de Fisher, covarianza, coeficiente de correlación lineal.
a) varianza, desviación típica, covarianza
b) coeficiente de variación, coeficiente de asimetría de Fisher y coeficiente de correlación lineal
c) coeficiente de correlación lineal y coeficiente de variación
d) media, mediana, moda y percentiles.

Respuesta: a)

48. Considere entre las medidas que se enumeran a continuación las que son invariantes frente a los cambios simultáneos de origen y escala: media, mediana, moda, percentiles, varianza, desviación típica, coeficiente de variación, coeficiente de asimetría de Fisher, covarianza, coeficiente de correlación lineal.
a) coeficiente de asimetría de Fisher
b) coeficiente de asimetría de Fisher y coeficiente de correlación lineal
c) coeficiente de correlación lineal y coeficiente de variación
d) media, mediana, moda y percentiles.

Respuesta: b)

49. Considere entre las medidas que se enumeran a continuación las que se ven afectadas tanto por cambios de origen como por cambios de escala: media, mediana, moda, percentiles, varianza, desviación típica, coeficiente de variación, coeficiente de asimetría de Fisher, covarianza, coeficiente de correlación lineal.
a) media, mediana, moda, percentiles y varianza
b) media, mediana, moda, percentiles y coeficiente de variación
c) coeficiente de correlación lineal, coeficiente de variación y coeficiente de asimetría de Fisher
d) media, mediana, moda y percentiles.

Respuesta: d).

50. Es invariante frente a cambios de origen y escala:
a) el coeficiente de asimetría de Pearson
b) el coeficiente de asimetría de Fisher
c) el coeficiente de curtosis
d) todos los anteriores

Solución:

Todas las medidas de forma (asimetría y apuntamiento) son invariantes ante cambios de origen y escala.

Respuesta: d).

51. Si el coeficiente de asimetría de Fisher es cero:
a) la distribución de frecuencias es forzosamente simétrica
b) los coeficientes de asimetría de Pearson también valen cero
c) la distribución de frecuencias puede ser no simétrica
d) todo lo anterior es cierto

Solución:

Puede no ser simétrica: la simetría implica que $g_1 = 0$, pero el hecho de que $g_1 = 0$ no implica necesariamente que la distribución sea simétrica.

Respuesta: c).

52. Sea una variable con las siguientes características: $\bar{x} = 1$, $S^2 = 1$, $a_3 = 3'4$. Entonces el coeficiente de asimetría de Fisher es:
a) -0'6
b) 11'4
c) 3'4
d) ninguna de las anteriores.

$$S^2 = a_2 - a_1^2;\ \ a_2 = S^2 + a_1^2 = 1 + 1^2 = 2;$$
$$m_3 = a_3 - 3a_1a_2 + 2a_1^3 = 3'4 - 3\cdot 1\cdot 2 + 2\cdot 1^3 = -0'6$$
$$g_1 = \frac{m_3}{S^3} = \frac{-0'6}{1} = -0'6$$

Respuesta: a).

53. Sea Y= (X+8)/2 una variable cuya distribución de frecuencias es asimétrica positiva y su primer cuartil vale 2. Entonces, la distribución de frecuencias de X:
a) es asimétrica a la derecha y su primer cuartil vale 5
b) es asimétrica positiva y su primer cuartil vale 32
c) es asimétrica a la derecha y su primer cuartil vale – 4
d) es asimétrica negativa y su primer cuartil vale – 4

Solución:

$$Y = \frac{X+8}{2};\ X = 2Y - 8$$

El coeficiente de asimetría no se ve afectado por cambios de origen y escala, por lo que si la distribución de frecuencias de Y es asimétrica positiva, la de X también lo es.
$Q_1(Y)=2$; $Q_1(X)=2\times Q_1(Y)-8=2\times 2-8=-4$

Respuesta: c)

54. Sean las distribuciones de dos variables, X e Y, cuyas curvas de Lorenz son coincidentes, pero con medialas $Ml(x) = 800$ y $Ml(y) = 1600$. Entonces:
a) en Y hay el doble de concentración que en X
b) en Y hay más concentración que en X, pero no tiene por qué ser el doble
c) esa situación no es posible: las medialas tienen que ser iguales, pues en caso contrario no pueden coincidir ambas curvas de Lorenz
d) en X e Y hay la misma concentración

Solución:

Puesto que las curvas de concentración coinciden, también lo hacen las columnas de p_i y q_i de la variable X con las de la variable Y, por lo que también son iguales los índices de concentración de Gini de X e Y.

Respuesta: d).

55. La masa salarial total de una empresa es de 1.000.000 de euros y el intervalo salarial inferior, que es el de los trabajadores en prácticas, va desde 450 a 750 euros. Sabiendo que hay 200 trabajadores en prácticas ¿qué porcentaje de la masa salarial total quedará por repartir cuando se haya pagado a los trabajadores en prácticas?:
a) 12
b) 88
c) 1’2
d) 98’8

Solución:

L_{i-1}-L_i	x_i	n_i	x_in_i	N_i	u_i	p_i	q_i
450-750	600	200	120.000	10	120.000	-	12
…	…	…	…	…	…	…	…
			1.000.000				

100 - 12 = 88%

Respuesta: b).

56. Se ha realizado un estudio sobre la concentración de la propiedad inmobiliaria en cierto municipio turístico, observándose el valor de la propiedad inmobiliaria (en cientos de miles de euros) que posee cada familia propietaria que reside en el mismo. Los datos se recogen en la tabla:

Valor de la propiedad inmobiliaria	Porcentaje de familias propietarias
1-3	80
3-5	15
5-11	5

Las familias se clasifican en pequeñas, medianas y grandes propietarias. Se consideran pequeñas propietarias al 35% de las que poseen menor valor de la propiedad inmobiliaria y grandes

propietarias al 5% de las que poseen mayor valor de la propiedad inmobiliaria. El resto son medianas propietarias. El índice de concentración de Gini:
a) Es igual a 0'1054 e indica una baja concentración de la propiedad.
b) Es igual a 0'1973 e indica una alta concentración de la propiedad.
c) Es igual a 1'8352 e indica una alta concentración de la propiedad.
d) Es igual a 0'1648 e indica una baja concentración de la propiedad.

Solución:

Valor de la propiedad inmobiliaria X	*Porcentaje de familias propietarias* n_i	x_i	$x_i n_i$	N_i	u_i	p_i	q_i
1-3	80	2	160	80	160	80	61'54
3-5	15	4	60	95	220	95	84'62
5-11	5	8	40	100	260	100	100
	n=100		260				

$$IG = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{k-1} q_i}{\sum_{i=1}^{k-1} p_i} = 1 - \frac{61'54 + 84'62}{80 + 95} = 1 - \frac{146'16}{175} = 1 - 0'8352 = 0'1648$$

Respuesta: d).

57. Teniendo en cuenta los datos del enunciado y de la tabla de la pregunta anterior: si las familias medianas decidieran agruparse para promover cierta iniciativa en el municipio ¿qué porcentaje del valor de la propiedad inmobiliaria del municipio poseerían?
a) 57'70%.
b) 84'62%.
c) 26'92%.
d) 23'08%.

Solución:

$$\begin{array}{lcl} 0 \leftrightarrow & & 0 \\ 35 \leftrightarrow & & q_x \\ 80 \leftrightarrow & & 61'54 \end{array} \quad ; \quad \frac{80}{61'54} = \frac{35}{q_x} \; ; \; q_x = \frac{35}{80} 61'54 = 26'92$$

Por otro lado, de la tabla se deduce: $p_i = 95 \leftrightarrow q_i = 84'62$
Finalmente: 84'62-26'92 = 57'70%

Respuesta: a).

58. La distribución semanal de los sueldos de una empresa es la siguiente:

Sueldos	Número de empleados
100-200	20
200-300	10
300-360	10
360-400	30
400-420	20

¿Qué porcentaje de trabajadores cobra un sueldo mayor a 320 euros semanales?

a) 37’03
b) 62’97
c) 38’88
d) 30’99
Solución:

Sueldos X	*Número de empleados n_i*	x_i	$x_i n_i$	N_i	u_i	p_i	q_i
100-200	20	150	3.000	20	3.000	22’22	10’56
200-300	10	250	2.500	30	5.500	33’33	19’37
300-360	10	330	3.300	40	8.800	44’44	30’99
360-400	30	380	11.400	70	20.200	77’78	71’13
400-420	20	410	8.200	90	28.400	100	100
	n = 90		28.400				

$$\begin{array}{lll} 300 & \leftrightarrow & 33'33 \\ 320 & \leftrightarrow & p_x \\ 360 & \leftrightarrow & 44'44 \end{array} ; \quad \frac{360-300}{44'44-33'33} = \frac{320-300}{p_x - 33'33}; \quad \frac{60}{11'11} = \frac{20}{p_x - 33'33};$$

$$60(p_x - 33'33) = 20 \times 11; \quad p_x = 33'33 + \frac{20}{60} 33'33 = 33'33 + 3'70 = 37'03$$

El porcentaje de empleados con un sueldo mayor a 320 euros semanales es:
$100 - 37'03 = 62'97$

Respuesta: a).

59. Teniendo en cuenta los datos del enunciado y de la tabla de la pregunta anterior, ¿qué porcentaje de la masa salarial perciben aquellos trabajadores cuyo sueldo está comprendido entre 350 y 380 euros semanales?
a) 29’05
b) 22’01
c) 51’06
d) 80‘11

Solución:

$$\begin{array}{lll} 300 & \leftrightarrow & 19'37 \\ 350 & \leftrightarrow & q_x \\ 360 & \leftrightarrow & 30'99 \end{array} ; \quad \frac{360-300}{30'99-19'37} = \frac{350-300}{q_x - 19'37}; \quad \frac{60}{11'62} = \frac{50}{q_x - 19'37};$$

$$60(q_x - 19'37) = 50 \times 11'62; \; q_x = 19'37 + \frac{50}{60} 11'62; \; q_x = 19'37 + 9'68 = 29'05$$

$$\begin{array}{lll} 360 & \leftrightarrow & 30'99 \\ 380 & \leftrightarrow & q_y \\ 400 & \leftrightarrow & 71'13 \end{array} ; \quad \frac{400-360}{71'13-30'99} = \frac{380-360}{q_y - 30'99}; \quad \frac{40}{40'14} = \frac{20}{q_y - 30'99};$$

$$40(q_y - 30'99) = 20 \times 40'14; \; q_y = 30'99 + \frac{20}{40} 40'14; \; q_y = 30'99 + 20'07 = 51'06$$

$$q_y - q_x = 51'06 - 29'05 = 22'01\%$$

Respuesta: b).

60. El montante de las pólizas que han contratado los agentes de una compañía de seguros se distribuye como sigue

Montante de las pólizas contratadas por los agentes (en miles de euros)	Número de agentes
0-20	5
20-40	20
40-60	15
60-100	10

¿Qué tanto por ciento del montante total de las pólizas de la compañía han contratado los agentes cuyo montante personal es mayor de 63.500 €?
a) 33'18
b) 66'82
c) 36'36
d) 18'18

Solución:

	x_i	n_i	$x_i n_i$	N_i	u_i	p_i	q_i	$x_i^2 n_i$
0-20	10	5	50	5	50	10	2'27	500
20-40	30	20	600	25	650	50	29'55	18000
40-60	50	15	750	40	1400	80	63'64	37500
60-100	80	10	800	50	2200	100	100	64000
		50	2200					120000

$$\begin{matrix} 60 \leftrightarrow & 63'64 \\ 63'5 \leftrightarrow & q_x \\ 100 \leftrightarrow & 100 \end{matrix} ; \quad \frac{100-60}{63'5-60} = \frac{100-63'64}{q_x - 63'64} ; \quad \frac{40}{3'5} = \frac{36'36}{q_x - 63'64} ;$$

$$40(q_x - 63'64) = 3'5 \times 36'36 ; \quad q_x = 63'64 + \frac{3'5}{40} 36'36 = 63'64 + 3'1815 = 66'8215 ;$$

$$100 - q_x = 100 - 66'8215 = 33'1785 \rightarrow 33'18\%$$

Respuesta: a).

61. A partir de los datos del enunciado de la pregunta anterior, se ha calculado el segundo coeficiente de asimetría de Pearson, cuyo valor es:
a) 0'42
b) 0'56
c) 0'24
d) 0'03

Solución:

$$A_p^{'} = \frac{3(\bar{x} - Me)}{S} = \frac{3(44-40)}{21'54065923} = 0'557086014 \rightarrow 0'56$$

siendo: $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i n_i = \frac{1}{50} 2.200 = 44$; $S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i^2 n_i - \bar{x}^2 = \frac{1}{50} 120.000 - 44^2 = 464$;

$S = 21'54065923$; $40 \leftrightarrow p_i = 50\%$; $Me = 40$

Respuesta: b).

62. A partir de los datos del enunciado de la pregunta anterior, se ha calculado la mediala, cuyo valor es:
a) 50
b) 52
c) 12
d) 46’59

Solución:

$$\begin{array}{ll} 40 \leftrightarrow & 29'55 \\ Ml \leftrightarrow & 50 \\ 60 \leftrightarrow & 63'64 \end{array} ;\ \frac{60-40}{63'64-29'55}=\frac{Ml-40}{50-29'55};\ \frac{20}{34'09}=\frac{Ml-40}{20'45};\ 34'09(Ml-40)=20'45\times 20;$$

$$Ml=40+\frac{20'45}{34'09}20=40+12=52$$

o bien, aplicando directamente la fórmula de cálculo:

$$Ml=L_{i-1}+\frac{50-q_{i-1}}{q_i-q_{i-1}}a_i=40+\frac{50-29'55}{63'64-29'55}20=40+12=52$$

Respuesta: b).

63. Mediante la siguiente tabla se pretende estudiar la concentración de la propiedad de la superficie cultivable en el término municipal de Camporrastrojo.

Superficie cultivable (Ha.)	....	p_i	q_i
0-10	....	58’82	17’24
10-30	....	88’24	51’72
30-110	....	100	100

Si se considera gran propietario al 5% de los que poseen mayor superficie ¿cuál ha de ser la superficie que, como mínimo, debe poseer un individuo para que sea considerado como gran propietario?
a) 75’99 (Ha)
b) 45’986 (Ha)
c) 24’01 (Ha)
d) 70 (Ha)

Solución:

$$\begin{array}{ll} 30 \leftrightarrow & 88'24 \\ x \leftrightarrow & 95 \\ 110 \leftrightarrow & 100 \end{array} ;\ \frac{110-30}{100-88'24}=\frac{x-30}{95-88'24};\ \frac{80}{11'76}=\frac{x-30}{6'76};\ 11'76(x-30)=6'76\times 80;$$

$$x=30+\frac{6'76}{11'76}80=30+45'986=75'986;\ \rightarrow 75'99\text{ (Ha)}$$

Otra forma: $x=30+\dfrac{95-88'24}{100-88'24}80=30+45'986=75'986$

Respuesta: a).

64. A partir de los datos del enunciado y de la tabla de la pregunta anterior, calcule qué porcentaje de propietarios con mayor cantidad de tierra poseen la mitad de la superficie total cultivable.
a) 73’53%
b) 86’77%
c) 13’23 (Ha)
d) 13’23%

Solución:

$$\begin{array}{lcr} 58'82 & \leftrightarrow & 17'24 \\ P_x & \leftrightarrow & 50 \\ 88'24 & \leftrightarrow & 51'72 \end{array} \;;\; \frac{88'24-58'82}{51'72-17'24}=\frac{P_x-58'82}{50-17'24};\; \frac{29'42}{34'48}=\frac{P_x-58'82}{32'76};$$

$$34'48(P_x-58'82)=32'76\times 29'42;\; P_x=58'82+\frac{32'76}{34'48}29'42=58'82+27'95=86'77;$$

$$100-86'77=13'23\%$$

Respuesta: d).

65. En la siguiente tabla se recogen las cosechas de los países productores de trigo:

Millones de Tm. de trigo	Número de países
0-2.000	50
2.000-8.000	60
8.000-12.000	40
12.000-28.000	30
28.000-52.000	20

¿Cuál es la producción (expresada en % sobre el total) del 20% de los países mayores productores de trigo?
a) 55’82
b) 44’18
c) 48’83
d) 80

Solución:

Millones de Tm. de trigo, X	Número de países, n_i	x_i	$x_i n_i$	N_i	u_i	p_i	q_i
0-2.000	50	1.000	50.000	50	50.000	25	2’33
2.000-8.000	60	5.000	300.000	110	350.000	55	16’28
8.000-12.000	40	10.000	400.000	150	750.000	75	34’88
12.000-28.000	30	20.000	600.000	180	1.350.000	90	62’79
28.000-52.000	20	40.000	800.000	200	2.150.000	100	100
	n = 200		2.150.000				

$$\begin{array}{lcr} 75 & \leftrightarrow & 34'88 \\ 80 & \leftrightarrow & q_x \\ 90 & \leftrightarrow & 62'79 \end{array} \;;\; \frac{90-75}{62'79-34'88}=\frac{80-75}{q_x-34'88};\; \frac{15}{27'91}=\frac{5}{q_x-34'88};$$

$15(q_x - 34'88) = 5 \times 27'91;\ \ q_x = 34'88 + \frac{5}{15}27'91 = 34'88 + 9'3033 = 44'1833$

Finalmente: $100 - 44'1833 = 55'81667 \rightarrow 55'82\%$

Respuesta: a).

66. A partir de los datos de la pregunta anterior, el índice de concentración de Theil y su interpretación son, respectivamente:
a) 0’09, existe una alta concentración de la producción
b) 0’09, existe una baja concentración de la producción
c) - 0’91, existe una baja concentración de la producción
d) - 0’91, existe una alta concentración de la producción

Solución:

Millones de Tm. de trigo X	Número de países n_i	x_i	$x_i n_i$	t_i	$log\ t_i$	$n_i\ t_i\ log\ t_i$
0-2.000	50	1.000	50.000	$4'65 \cdot 10^{-4}$	-3’3325	-0’0775
2.000-8.000	60	5.000	300.000	$2'33 \cdot 10^{-3}$	-2’6326	-0’3680
8.000-12.000	40	10.000	400.000	$4'65 \cdot 10^{-3}$	-2’3325	-0’4338
12.000-28.000	30	20.000	600.000	$9'30 \cdot 10^{-3}$	-2’0315	-0’5668
28.000-52.000	20	40.000	800.000	0’0186	-1’7305	-0’6437
	n = 200		2.150.000			-2’0898

$$t_i = \frac{x_i}{\sum_{i=1}^{k} x_i n_i}$$

$$T = 1 + \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i\ t_i\ \log t_i}{\log n} = 1 + \frac{(-2'0898)}{2'30103} = 0'0918 \rightarrow 0'09$$ existe una baja concentración de la producción:

Si en los cálculos se hubieran utilizado logaritmos neperianos:

$ln\ t_i$	$n_i\ t_i\ ln\ t_i$
-7’6735	-0’1784
-6’0619	-0’8474
-5’3709	-0’9990
-4’6777	-1’3051
-3’9846	-1’4823
	-4’8122

$$T = 1 + \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i\ t_i\ \ln t_i}{\ln n} = 1 + \frac{(-4'8122)}{5'2983} = 0'0918 \rightarrow 0'09$$

Respuesta: b).

67. Un estudio sobre los salarios semanales de los empleados de una fábrica arroja la siguiente información:

X	n_i
100-150	3
150-200	6
200-250	6
250-300	5
	n = 20

Analice la asimetría de los salarios a través del valor del coeficiente de Fisher.
a) -0’12, leve asimetría a la izquierda
b) -16.031’2, fuerte asimetría a la izquierda
c) 10.517.187, fuerte asimetría a la izquierda
d) 316’30, fuerte asimetría a la derecha

Solución:

X	n_i	x_i	$x_i n_i$	$x_i^2 n_i$	$x_i^3 n_i$	$(x_i - \bar{x})^3 n_i$
100-150	3	125	375	46.875	5.859.375	-1.684.546’9
150-200	6	175	1.050	183.750	32.156.250	-205.968’75
200-250	6	225	1.350	303.750	68.343.750	32.156’25
250-300	5	275	1.375	378.125	103.984.375	1.537.734’4
	n = 20		4.150	912.500	210.343.750	-320.625’01

$a_1 = \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i n_i = \frac{1}{20} 4.150 = 207'5$; $a_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i^2 n_i = \frac{1}{20} 912.500 = 45.625$;

$a_3 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i^3 n_i = \frac{1}{20} 210.343.750 = 10.517.187$; $m_3 = a_3 - 3a_1 a_2 + 2a_1^3 = -16.031'2$

o bien: $m_3 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} (x_i - \bar{x})^3 n_i = \frac{1}{20}(-320.625'01) = -16.031'2$

$S^2 = a_2 - a_1^2 = 45.625 - (207'5) = 2.568'75$; $S = 50'683$;

$g_1 = \frac{m_3}{S^3} = \frac{-16.031'2}{130.192'79} = -0'123 < 0$

Leve asimetría a la izquierda

Respuesta: a)