

SUCESOS Y OPERACIONES CON SUCESOS

1. Sucesos aleatorios

Un suceso es el resultado de un experimento. Un suceso es aleatorio, estocástico o de azar si se dan las siguientes características:

- Todos los posibles resultados del experimento son conocidos con anterioridad a su realización
- No se puede predecir el resultado del experimento
- Se puede repetir el experimento tantas veces como se quiera en idénticas condiciones.

Ejemplo 1. El experimento más sencillo de experimento aleatorio a nuestro alcance es lanzar un dado al aire y observar el resultado de su cara superior.

2. Términos y conceptos

Suceso: a los resultados de un experimento y a los conjuntos de posibles resultados de un experimento aleatorio se les llama **suceso**.

Ejemplo 2.

$$A = \{\text{sacar un número par}\} = \{2,4,6\}$$

$$B = \{\text{sacar un número menor que 4}\} = \{1,2,3\}$$

Sucesos elementales: aquellos sucesos con un solo elemento.

Ejemplo 3.

$$C = \{\text{sacar un 5}\}$$

$$D = \{\text{sacar un 3}\}$$

Espacio muestral: el conjunto de todos los posibles resultados del experimento se denomina espacio muestral.

Ejemplo 2. Si arrojamus un dado, el espacio muestral será $E = \{1,2,3,4,5,6\}$.

Suceso seguro: es el suceso que siempre ocurre. Por definición está formado por todos los sucesos elementales.

Suceso imposible: es el suceso que nunca ocurre, se denota por $\{\emptyset\}$.

Suceso complementario: dos sucesos tales que si no se da uno se debe realizar el otro y viceversa. El suceso complementario de A se denota por \overline{A} .

3. Operaciones y relaciones relativas a sucesos

Diremos que A **implica** B, $A \subseteq B$, si siempre que se verifica A también se verifica B.

Evidentemente si se verifica que $A \subseteq B$ y $B \subseteq A$ entonces $A=B$.

Se define la **unión** de dos sucesos A y B, lo que vamos a denotar por $A \cup B$, como el suceso que se realiza siempre que se verifique A o se verifique B. La unión de sucesos verifica las siguientes propiedades:

- Conmutativa: $A \cup B = B \cup A$
- Aditiva: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$
- Idempotente: $A \cup A = A$

Se define la **intersección** de los sucesos A y B, y se denota por $A \cap B$, como el suceso que se verifica siempre que ocurran A y B simultáneamente. La intersección de sucesos verifica las siguientes propiedades:

- Conmutativa: $A \cap B = B \cap A$
- Aditiva: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$
- Idempotente: $A \cap A = A$



Las operaciones de unión e intersección conjuntamente cumplen las siguientes propiedades:

-Distributiva: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

-Absorción: $A \cup (A \cap B) = A$

$$A \cap (A \cup B) = A$$

Recordemos que el suceso **complementario** de A es aquel que se realiza cuando A no se verifica: $\bar{A} = E - A$.

Esta operación tiene las siguientes propiedades:

$$\overline{\bar{A}} = A$$

$$\text{Si } A \subseteq B \text{ entonces } \bar{B} \subseteq \bar{A}$$

$$\bar{E} = \emptyset$$

$$A \cap \bar{A} = \emptyset; A \cup \bar{A} = E$$

$$\overline{A_1 \cup \dots \cup A_n} = \bar{A}_1 \cap \dots \cap \bar{A}_n$$

$$\overline{A_1 \cap \dots \cap A_n} = \bar{A}_1 \cup \dots \cup \bar{A}_n$$

Los sucesos A y B son **incompatibles** al verificarse uno no se puede verificar el otro, es decir, $A \cap B = \emptyset$. Es inmediato que A y \bar{A} son incompatibles.

EJERCICIOS DE REPASO.

1. Considere el espacio muestral del lanzamiento de un dado, y los sucesos $A = \{\text{sacar número par}\}$ y $B = \{\text{obtener múltiplo 3}\}$.
2. En un cruce de caminos, los automóviles pueden girar a la derecha (D) o a la izquierda (I). Desde un puesto de observación se registra el sentido de la maniobra de los tres primeros vehículos.
 - a) ¿Cuál es el espacio muestral del experimento?
 - b) Sea A el suceso “a los sumo uno de los coches gira a la derecha”, sea B el suceso “exactamente uno de los coches gira a la derecha”. ¿Qué relación existe entre los sucesos B y C?
 - c) Obtenga los elementos de los sucesos “no B”, “B o C”, “A y B”.
3. Se lanza una moneda al aire hasta que aparece la primera cara.
 - a) ¿Cómo son los elementos del espacio muestral?
 - b) Escriba los elementos de los siguientes sucesos: A definido por la “primera cara aparece en los tres primeros lanzamientos, B dado por “la primera cara sale en un lanzamiento par”.
 - c) Expresé los elementos de los sucesos “A y B”, “no A” y “no B”.
4. Un experimento consiste en sacar sucesivamente de una baraja española tres cartas. Sea el suceso A “conseguir as en la primera extracción”; B “sacar as en la segunda extracción” y C “obtener as en la tercera extracción”. Describa los sucesos:
 $\overline{A} \cup \overline{B}$; $\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}$; $(A \cap B) \cup (\overline{B} \cap C)$
5. Proponga tres ejemplos de experimento aleatorio. Escriba los correspondientes espacios muestrales y enuncie dos sucesos que correspondan a cada uno de los experimentos.
6. Se lanza cuatro veces una moneda.
 - a) Escriba el espacio muestral y los elementos de los siguientes sucesos: A= salen al menos dos caras, B= aparecen exactamente tres cruces”.
 - b) ¿Son incompatibles los sucesos A y B?. Proponga un ejemplo de suceso incompatible con B.
 - c) Escriba los elementos de los sucesos: “A y B”, “A o B” y “no ocurre B”.
7. En una fábrica se lleva a cabo un control de calidad y los productos se clasifican como defectuosos (D) y no defectuosos (N). El control de calidad continúa hasta llegar al primero que es defectuoso.
 - a) Escriba los elementos del suceso A= el primer defectuoso aparece en la quinta inspección.
 - b) Sea B=el primero defectuoso aparece en una inspección cuyo orden de numeración es impar.
 - c) Escriba los elementos del suceso A y B.