

## SUCESOS Y OPERACIONES CON SUCESOS

### 1. Sucesos aleatorios

Un suceso es el resultado de un experimento. Un suceso es aleatorio, estocástico o de azar si se dan las siguientes características:

- Todos los posibles resultados del experimento son conocidos con anterioridad a su realización
- No se puede predecir el resultado del experimento
- Se puede repetir el experimento tantas veces como se quiera en idénticas condiciones.

Ejemplo 1. El experimento más sencillo de experimento aleatorio a nuestro alcance es lanzar un dado al aire y observar el resultado de su cara superior.

### 2. Términos y conceptos

**Suceso:** a los resultados de un experimento y a los conjuntos de posibles resultados de un experimento aleatorio se les llama **suceso**.

Ejemplo 2.

$$A = \{\text{sacar un número par}\} = \{2,4,6\}$$

$$B = \{\text{sacar un número menor que 4}\} = \{1,2,3\}$$

**Sucesos elementales:** aquellos sucesos con un solo elemento.

Ejemplo 3.

$$C = \{\text{sacar un 5}\}$$

$$D = \{\text{sacar un 3}\}$$

**Espacio muestral:** el conjunto de todos los posibles resultados del experimento se denomina espacio muestral.

Ejemplo 2. Si arrojamus un dado, el espacio muestral será  $E = \{1,2,3,4,5,6\}$ .

**Suceso seguro:** es el suceso que siempre ocurre. Por definición está formado por todos los sucesos elementales.

**Suceso imposible:** es el suceso que nunca ocurre, se denota por  $\{\emptyset\}$ .

**Suceso complementario:** dos sucesos tales que si no se da uno se debe realizar el otro y viceversa. El suceso complementario de A se denota por  $\overline{A}$ .

### 3. Operaciones y relaciones relativas a sucesos

Diremos que A **implica** B,  $A \subseteq B$ , si siempre que se verifica A también se verifica B.

Evidentemente si se verifica que  $A \subseteq B$  y  $B \subseteq A$  entonces  $A=B$ .

Se define la **unión** de dos sucesos A y B, lo que vamos a denotar por  $A \cup B$ , como el suceso que se realiza siempre que se verifique A o se verifique B. La unión de sucesos verifica las siguientes propiedades:

- Conmutativa:  $A \cup B = B \cup A$
- Aditiva:  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$
- Idempotente:  $A \cup A = A$

Se define la **intersección** de los sucesos A y B, y se denota por  $A \cap B$ , como el suceso que se verifica siempre que ocurran A y B simultáneamente. La intersección de sucesos verifica las siguientes propiedades:

- Conmutativa:  $A \cap B = B \cap A$
- Aditiva:  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$
- Idempotente:  $A \cap A = A$



Las operaciones de unión e intersección conjuntamente cumplen las siguientes propiedades:

-Distributiva:  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

-Absorción:  $A \cup (A \cap B) = A$

$$A \cap (A \cup B) = A$$

Recordemos que el suceso **complementario** de A es aquel que se realiza cuando A no se verifica:  $\bar{A} = E - A$ .

Esta operación tiene las siguientes propiedades:

$$\overline{\bar{A}} = A$$

$$\text{Si } A \subseteq B \text{ entonces } \bar{B} \subseteq \bar{A}$$

$$\bar{E} = \emptyset$$

$$A \cap \bar{A} = \emptyset; A \cup \bar{A} = E$$

$$\overline{A_1 \cup \dots \cup A_n} = \bar{A}_1 \cap \dots \cap \bar{A}_n$$

$$\overline{A_1 \cap \dots \cap A_n} = \bar{A}_1 \cup \dots \cup \bar{A}_n$$

Los sucesos A y B son **incompatibles** al verificarse uno no se puede verificar el otro, es decir,  $A \cap B = \emptyset$ . Es inmediato que A y  $\bar{A}$  son incompatibles.

## EJERCICIOS DE REPASO.

1. Considere el espacio muestral del lanzamiento de un dado, y los sucesos  $A = \{\text{sacar número par}\}$  y  $B = \{\text{obtener múltiplo 3}\}$ .

2. En un cruce de caminos, los automóviles pueden girar a la derecha (D) o a la izquierda (I). Desde un puesto de observación se registra el sentido de la maniobra de los tres primeros vehículos.

a) ¿Cuál es el espacio muestral del experimento?

b) Sea  $A$  el suceso “a los sumo uno de los coches gira a la derecha”, sea  $B$  el suceso “exactamente uno de los coches gira a la derecha”. ¿Qué relación existe entre los sucesos  $B$  y  $C$ ?

c) Obtenga los elementos de los sucesos “no  $B$ ”, “ $B$  o  $C$ ”, “ $A$  y  $B$ ”.

3. Se lanza una moneda al aire hasta que aparece la primera cara.

a) ¿Cómo son los elementos del espacio muestral?

b) Escriba los elementos de los siguientes sucesos:  $A$  definido por la “primera cara aparece en los tres primeros lanzamientos”,  $B$  dado por “la primera cara sale en un lanzamiento par”.

c) Expresé los elementos de los sucesos “ $A$  y  $B$ ”, “no  $A$ ” y “no  $B$ ”.

4. Un experimento consiste en sacar sucesivamente de una baraja española tres cartas. Sea el suceso  $A$  “conseguir as en la primera extracción”;  $B$  “sacar as en la segunda extracción” y  $C$  “obtener as en la tercera extracción”. Describa los sucesos:

$$\overline{A} \cup \overline{B}; \overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}; (A \cap B) \cup (\overline{B} \cap C)$$

5. Proponga tres ejemplos de experimento aleatorio. Escriba los correspondientes espacios muestrales y enuncie dos sucesos que correspondan a cada uno de los experimentos.

6. Se lanza cuatro veces una moneda.

a) Escriba el espacio muestral y los elementos de los siguientes sucesos:  $A = \{\text{salen al menos dos caras}\}$ ,  $B = \{\text{aparecen exactamente tres cruces}\}$ .

b) ¿Son incompatibles los sucesos  $A$  y  $B$ ? Proponga un ejemplo de suceso incompatible con  $B$ .

c) Escriba los elementos de los sucesos: “ $A$  y  $B$ ”, “ $A$  o  $B$ ” y “no ocurre  $B$ ”.

7. En una fábrica se lleva a cabo un control de calidad y los productos se clasifican como defectuosos (D) y no defectuosos (N). El control de calidad continúa hasta llegar al primero que es defectuoso.

a) Escriba los elementos del suceso  $A = \{\text{el primer defectuoso aparece en la quinta inspección}\}$ .

b) Sea  $B = \{\text{el primero defectuoso aparece en una inspección cuyo orden de numeración es impar}\}$ .

c) Escriba los elementos del suceso  $A$  y  $B$ .