OPERACIONES CON POTENCIAS

La representación de la potencia deja una operación indicada que implica la multiplicación de la base por sí misma tantas veces como el exponente lo indique.

$$a^b = a \cdot a \cdot a \cdots a.$$

a es la base de la potencia, mientras que *b* representa el exponente de la potencia. Éste último indica el número de veces que se multiplica *a* por sí misma.

Como la potenciación implica la multiplicación de signos además del número, se da la circunstancia de que el signo del resultado dependerá de la cantidad de factores negativos involucrados en la operación - si los hay-. Así, el resultado será positivo si el exponente de la potenciación es par, y negativo si el exponente es impar.

Producto de potencias:

El producto de dos potencias con igual base es otra potencia con la misma base y el exponente se obtiene como la suma de los dos exponentes:

$$a^b \cdot a^c = a^{b+c}.$$

Cociente de potencias:

El cociente de dos potencias con igual base es otra potencia con la misma base y el exponente se obtiene como la resta de los dos exponentes:

$$\frac{a^b}{a^c} = a^{b-c}.$$

Potencia de potencias:

Si elevamos a un exponente una potencia, el resultado será otra potencia con igual base y el exponente se obtiene como el producto de los dos exponentes:

$$\left(a^b\right)^c = a^{b \cdot c}.$$

OPERACIONES CON FRACCIONES

Suma o resta de fracciones:

Se debe calcular el mínimo común denominador (MCD), que es el mínimo común múltiplo de los denominadores. Una vez calculado, este valor será el denominador de la suma.

Para calcular el numerador, se divide el denominador calculado por mínimo común múltiplo entre el denominador de cada fracción, multiplicando el resultado por el numerador de cada fracción. La suma o resta de estos resultados es el numerador final de la fracción. Ejemplo:

$$\frac{5}{3}-\frac{2}{4}=\frac{20-6}{12}=\frac{14}{12}=\frac{7}{6}.$$

Producto de fracciones:

Para calcular el producto de fracciones, se multiplican los numeradores y denominadores entre sí. Ejemplo:

$$\frac{5}{3}\times\frac{2}{4}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}.$$

Cociente de fracciones:

Para calcular el cociente de fracciones, se calcula el numerador multiplicando el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda. Para el cálculo del denominador, se multiplica el denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda. Ejemplo:

$$\frac{5}{3}\div\frac{2}{4}=\frac{20}{6}=\frac{10}{3}.$$

FACTORIAL DE UN NÚMERO

El factorial de un número entero positivo se define como el producto de todos los números naturales anteriores o iguales a él. Se escribe $n!$, y se lee "*n* factorial". (El factorial de 0 es 1. 0!=1).

Ejemplo: $6!=6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=720.$

VALOR ABSOLUTO DE UN NUMERO REAL

El valor absoluto de un número real representa la magnitud de dicho número; esta magnitud es la distancia que existe, sobre la recta real, del número dado al cero. El valor absoluto se indica escribiendo el número entre barras verticales $|a|$.

La definición formal del valor absoluto es:

$$|a|=\begin{cases} a, & si \quad a\geq 0,\\ -a, & si \quad a<0.\end{cases}$$

Ejemplo: La magnitud de 3 es 3, y la magnitud de -2 es 2. Esto se puede expresar como $|3|=3$ y $|-2|=2$.

FACTOR COMÚN

Se emplea para factorizar una expresión en la cual todos los términos tienen algo en común (puede ser un número, una incógnita, o una combinación de los dos).

Ejemplo: $2x^4y^2 + 4x^3z^2y - 6xy^2 = 2xy\left(x^3y + 2x^2z^2 - 3y\right)$.

COMBINATORIA

Variaciones ordinarias o sin repetición:

Las **variaciones sin repetición de *n* elementos tomados de *p* en *p*** se definen como las distintas agrupaciones formadas con p <u>elementos distintos</u>, eligiéndolos de entre los n elementos de que disponemos, considerando una variación distinta a otra tanto <u>si difieren en algún elemento</u> como si están situados en <u>distinto orden</u>.

El número de variaciones que se pueden construir se puede calcular mediante la fórmula:

$$V_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}.$$

Variaciones con repetición:

Las **variaciones con repetición de *n* elementos tomados de *p* en *p*** se definen como las distintas agrupaciones formadas con ***p*** <u>elementos que pueden repetirse</u>, eligiéndolos de entre los ***n*** elementos de que disponemos, considerando una variación distinta a otra tanto <u>si difieren en algún elemento</u> como si están situados en <u>distinto orden</u>.

El número de variaciones que se pueden construir se puede calcular mediante la fórmula:

$$VR_{n,p} = n^p.$$

Permutaciones ordinarias o sin repetición:

Las **permutaciones sin repetición de *n* elementos** se definen como las distintas formas de ordenar todos esos <u>elementos distintos</u>, por lo que la única diferencia entre ellas es el orden de colocación de sus elementos.

El número de estas permutaciones será: $P_n = n!$.

Permutaciones con repetición:

Llamamos a las **permutaciones con repetición de *n* elementos tomados de *a* en *a*, de *b* en *b*, de *c* en *c*, etc,** cuando en los n elementos existen elementos repetidos (un elemento aparece a veces, otro b veces, otro c veces, etc.) verificándose que ***a+b+c+...=n.***

El número de estas permutaciones será:

$$P_{n,a,b,c} = \frac{n!}{a!b!c!}.$$

Combinaciones ordinarias o sin repetición:

Las **combinaciones sin repetición de *n* elementos tomados de *p* en *p*** se definen como las distintas agrupaciones formadas con ***p*** <u>elementos distintos</u>, eligiéndolos de entre los ***n*** elementos de que disponemos, considerando una variación distinta a otra sólo <u>si difieren en algún elemento</u>, (<u>No influye el orden</u> de colocación de sus elementos).

El número de combinaciones que se pueden construir se puede calcular mediante la fórmula:

$$C_{n,p} = \binom{n}{p} = \frac{n!}{(n-p)!\,p!}.$$

Combinaciones con repetición:

Las **combinaciones con repetición de *n* elementos tomados de *p* en *p*** se definen como las distintas agrupaciones formadas con ***p*** <u>elementos que pueden repetirse</u>, eligiéndolos de entre los ***n*** elementos de que disponemos, considerando una variación distinta a otra sólo <u>si difieren en algún elemento</u>, (<u>No influye el orden</u> de colocación de sus elementos).

El número de combinaciones que se pueden construir se puede calcular mediante la fórmula:

$$CR_{n,p} = \binom{n+p-1}{p}.$$

EJERCICIOS DE REPASO

1.- Resuelva:

$5^6 \cdot 5^2$	$5^6 \div 5^2$	$5^4 \cdot (5)^{-3}$
$2^6 \cdot (-2)^4$	$(-3)^7 \div (-3)^{-3}$	$7^3 7^5 7^7$
$3^2 3^{-5} 3$	$\frac{4^8}{4^{-2}}$	$(-2)^3 (-2)^2$

2.- Resuelva:

$\frac{5}{3} + \frac{1}{2}$;	$e - \frac{3}{4}$;	$\frac{7}{4} \times \frac{5}{2}$;
$\frac{5}{2} \div \frac{1}{4}$	$\frac{3}{5} + \frac{1}{15} - \frac{1}{9}.$;	$\frac{2}{5} \div \frac{8}{9}.$;

3.- Resuelva: $4!$; $\frac{7!}{5!}$

4.- Resuelva:

$$|-7-3|\,; \qquad \frac{|(-7)\cdot(-3)|}{3}\,; \qquad |-3|+(-2)-|-1|\,; \qquad |-3|\cdot|2|\cdot|-4|$$

5.- Resuelva:

$$\sum_{i=1}^{5} x_i, \qquad \text{con } \{x_1=3, x_2=1, x_3=5, x_4=10, x_5=8\}$$

6.- Saque factor común de cada una de las siguientes expresiones:

$$7x^4+3x^3-\frac{2}{3}x^2+\sqrt{4x^2}$$

$$\frac{2x^2+4x^4-8x^3}{3}$$

$$8x^4y^3+4x^3z^2y^2-6x^2y$$

$$\frac{3x^2y+6xy^2}{xy}$$

$$\frac{x^2-x}{(x-1)}.$$

7.- Se va a celebrar la final en la competición de tiro con arco, en la que participan 8 deportistas. ¿De cuántas formas pueden repartirse las medallas de oro, plata y bronce?

8.- Con los primeros 4 números pares, ¿cuántos números de 4 cifras distintas se pueden formar?

9.- En una competición de billar, cada jugador de los 23 que se inscribieron debe jugar una partida contra todos los demás. ¿Cuántas partidas deben celebrarse?

10.- ¿Dé cuantas formas distintas pueden combinarse (con repetición) los primeros 8 números tomados de 3 en 3?

11.- Se tienen 3 novelas: una de ciencia ficción, una romántica y otra de comedia, y se quiere ver de cuántas maneras se pueden ordenar en una estantería.

12.- Un cuartel cuenta con 21 soldados con los cuales hay que formar ternas para realizar guardias. ¿Cuántas ternas se podrán formar?

13.- Un chico le quiere regalar a su novia 2 flores entre los 15 tipos de flores que existen en una floristería; ¿de cuántas formas puede hacerlo?