

INTEGRALES DEFINIDAS.

Concepto.

La integral definida de la función $f(x)$ entre a y b , $\int_a^b f(x)dx$, es el valor del área del recinto delimitado por la gráfica de la función y el eje horizontal entre dos abscisas determinadas $x = a$ y $x = b$. La función se considera que toma valores no negativos para todo los valores del intervalo $[a, b]$.

Los números a y b se denominan límites de integración. La función $f(x)$ recibe el nombre de integrando y el símbolo dx se llama diferencial de x .

Cálculo de una integral definida.

Se llama antiderivada (o primitiva) de $f(x)$ a la función $F(x)$ cuya derivada sea el integrando, es decir, una función tal que $F'(x) = f(x)$.

La regla de Barrow establece que el valor de la integral definida entre a y b , es la primitiva de la función evaluada en b menos la primitiva evaluada en a .

$$\text{Es decir, } \int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a).$$

Ejemplo: Sea la función $f(x) = x$. Se quiere calcular $\int_1^2 xdx$. Usando la regla de

$$\text{Barrow resulta } \int_1^2 xdx = \left[\frac{x^2}{2} \right]_1^2 = \frac{2^2}{2} - \frac{1^2}{2} = 1,5.$$

Funciones primitivas más usadas en Técnicas Cuantitativas 1.

Para calcula la integral definida de una función necesitamos su primitiva. Veamos a continuación algunas de ellas.

Función, $f(x)$	F. Primitiva, $F(x)$	Función, $f(x)$	F. Primitiva, $F(x)$
k (constante)	kx	e^x	e^x
x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1}, n \in \mathbb{R}, n \neq -1.$ $\text{Ln}(x)$, para $n = -1$	e^{kx}	$\frac{e^{kx}}{k}$

Propiedades de las integrales definidas.

1.- La integral de la suma de dos o más funciones es igual a la suma de integrales de las funciones por separado.

$$\int_a^b (f(x) + g(x))dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx.$$

2.- La integral de la resta de dos o más funciones es igual a la resta de integrales de las funciones por separado.

$$\int_a^b (f(x) - g(x))dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx.$$

3.- La integral del producto de una constante por una función es igual al producto de la constante por la integral dela función.

$$\int_a^b k \cdot f(x)dx = k \cdot \int_a^b f(x).$$

EJERCICIOS DE REPASO.

Calcule las siguientes integrales definidas:

$$\int_0^4 x^2 dx = 21,33;$$

$$\int_1^3 \frac{1}{x^2} dx = 0,667;$$

$$\int_0^3 e^{-2x} dx = 0,499;$$

$$\int_1^2 3x^5 dx = 31,5;$$

$$\int_1^4 (7x + \sqrt{x}) dx = 51,17;$$

$$\int_1^4 \frac{3}{(2x)^2} dx = 0,562;$$

$$\int_0^6 (x^2 + 5)(x - 3) dx = 108;$$

$$\int_1^4 (2x\sqrt{x}) dx = 24,8;$$

$$\int_1^3 x^2 \left(x + \frac{2}{3} \right) dx = 25,778;$$

$$\int_0^1 (x^3 - x^2) dx = 0,83;$$

$$\int_2^4 (x + 5)2x dx = 97,33;$$

$$\int_0^1 5x(6x - 9x^2) dx = 1,25;$$

$$\int_1^2 (6 - 2x + 8x^2) dx = 21,66;$$

$$\int_{-2}^2 (1 + x)(x - 1) dx = 1,33;$$

$$\int_2^4 (x - 2)^2 dx = 2,67;$$

$$\int_0^3 (x + 4)(x - 5) dx = 55,5;$$

$$\int_1^2 \left(\frac{3}{x} + \frac{5}{x^2} \right) dx = 2,5 + \ln 8;$$

$$\int_1^4 \left(\frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx = 2;$$

$$\int_1^4 \sqrt{x} dx = 4,67;$$

$$\int_0^1 (2x + 1) dx = 2;$$

$$\int_1^2 x^2(x - 2) dx = 1,25;$$

$$\int_{-1}^1 (x + 4)^2 dx = 32,66;$$

$$\int_0^2 (x + 1)(x - 1) dx = 0,667$$

$$\int_{-1}^2 6 dx = 18;$$

$$\int_0^1 e^{-x} dx = e^{-1} - 1;$$

$$\int_0^3 2e^{-2x} dx = 1 - e^{-6}$$

$$\int_0^1 2x(1 - x) dx = 0,33.$$