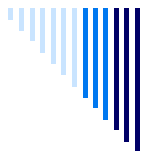
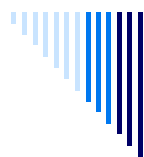


Tema 2. Aritmética



4. Formas Simbólicas de Obtener Resultados

- ❑ Algoritmos de las operaciones
- ❑ Cálculo mental
- ❑ Estimación
- ❑ Calculadora

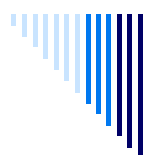


Cálculo Mental

Sin apoyos, mediante recuerdo y operaciones basadas en imágenes mentales

Exige:

- recuerdo de resultados
- estrategias

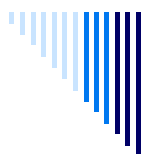


Estimación

ESTIMAR: calcular con valores aproximados, para lograr un valor aproximado del resultado

Algunas características :

- ✓ Se hace con rapidez y empleando números sencillos.
- ✓ El valor obtenido no tiene que ser exacto, pero sí adecuado para tomar decisiones.
- ✓ El resultado admite soluciones diferentes dependiendo de la persona que lo realiza.
- ✓ Suele realizarse mentalmente
- ✓ Exige recordar resultados y conocer técnicas de estimación

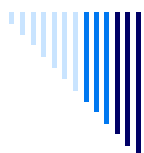


Técnicas de estimación

Redondeo. Suprimir cifras de la derecha de un número y sustituirlas por ceros. Si la cifra que se suprime es mayor o igual a 5 la que va a continuación se aumenta en una unidad; en otro caso se deja igual.

Truncamiento. Suprimir dígitos de un número, a partir de un determinado orden de unidades, y sustituirlos por ceros.
Ejemplo: 2400 es un truncamiento de 2469.

Sustitución. Sustituir los datos por otros próximos a ellos pero "compatibles" en el sentido de que la operación resulte sencilla. Ejemplo: $368:7 \approx 350:7$; $29 \times 32 \approx 30 \times 30$.



Factorización. Descomponer en factores uno o los dos términos de la operación.

Ejemplos:

$$25 \times 24 = 25 \times 4 \times 6 = 100 \times 6 = 600$$

$$180 : 15; 180 : 3 = 60; 60 : 5 = 12$$

Compensación.

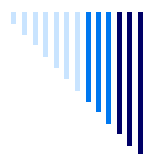
En el producto se multiplica un término por un número mientras el otro se divide por el mismo número.

En la división entera se multiplican o dividen los dos términos por un mismo número.

Ejemplos:

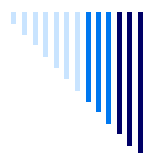
"veinticinco por veinticuatro es lo mismo que cincuenta por doce; cincuenta por doce es cien por seis, seiscientos"

"ciento ochenta dividido por quince es lo mismo que sesenta entre cinco, doce".



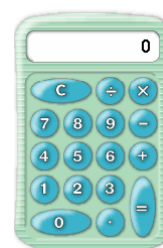
¿Cuándo es útil?

- ✓ Cuando no es posible conocer las cantidades implicadas en una operación de manera exacta.
Ejemplos: si queremos determinar la superficie de una pared y no podemos medir su altura; al elaborar un presupuesto para un viaje.
- ✓ Cuando un cálculo es difícil y nos interesa sólo una aproximación del resultado.
Ejemplo: si queremos saber el precio de una prenda de vestir cuyo precio está rebajado en un 15%.
- ✓ Cuando queremos comprobar si una operación realizada de forma exacta no tiene un gran error.
Ejemplo: al revisar la cuenta de una compra, o la solución de un problema.

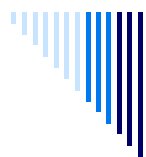


Calculadora

- No necesita saber la tabla ni los algoritmos
- Encierra en sí un algoritmo

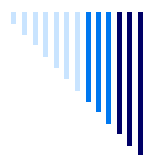


La calculadora hace los cálculos, ¿para qué puede ser interesante en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la aritmética?



Para qué se puede utilizar

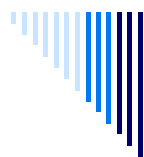
- ✓ Ejercicios de investigación para favorecer el descubrimiento de relaciones entre los números
- ✓ Centrar la resolución de problemas en reflexionar sobre el modo de resolverlo
- ✓ Comprobación de estimaciones de cálculos



Ejemplos

318 x 15 sin usar la tecla de multiplicar ni la tecla del 5

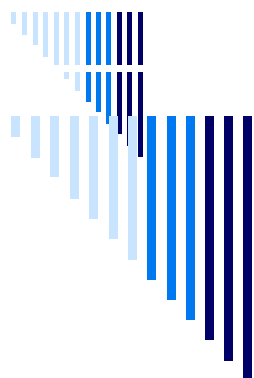
2547 : 23 sin utilizar la tecla de dividir



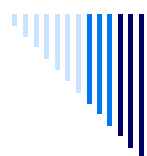
Conclusión sobre el uso de la calculadora en Primaria

La calculadora tiene su lugar desde Primaria:

1. Auto-evaluación de cálculos
2. Reflexiones sobre cálculos a partir de los resultados que presenta

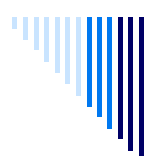


5. Relaciones de Divisibilidad y Números con Signo



Esquema

- Divisibilidad. Divisores y múltiplos.
- Propiedades de divisores y múltiplos. Números primos.
- Números con signo. Contextos, usos y modelos.



Divisibilidad. Divisores y Múltiplos

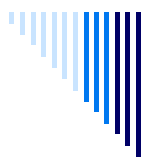
$$\text{Dividendo (D)} = \text{Divisor (d)} \times \text{Cociente (c)} + \text{Resto (R)}$$

$$\text{Resto} = 0$$

$$D = d \times c$$

División Exacta

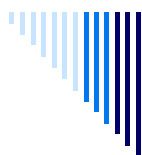
\underline{d} y \underline{c} son divisores o factores de \underline{D}
 \underline{D} es múltiplo de \underline{d} y de \underline{c}



$$2 \times 3 = 6$$

Podemos afirmar:

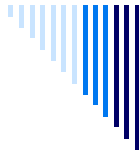
- ✓ 6 es múltiplo de 2
- ✓ 6 es múltiplo de 3
- ✓ 6 es el dividendo de la división exacta con divisor 2 (o 3) y cociente 3 (o 2)
- ✓ 6 es resultado en tabla de multiplicar de 2 y de 3
- ✓ 2 (y 3) es divisor de 6, cociente de 6 o factor de 6



$$\text{Si } a \times b = c$$

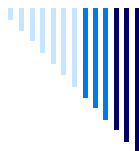
Podemos afirmar:

- ✓ c es un múltiplo de a
- ✓ c es un múltiplo de b
- ✓ c es el dividendo de una división exacta cuyo divisor es a (o b) y cuyo cociente es b (o a)
- ✓ c está como resultado en la tabla de multiplicar de a y en la de b
- ✓ a (y b) es divisor de c, cociente de c o factor de c



En los 100 primeros números

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100



Criba de Eratóstenes

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100



Propiedades de divisores y múltiplos

- Todos los números naturales son divisibles por sí mismo y por 1
- Números primos: divisibles únicamente por sí mismos y por 1 (7, 11, 13, ...)
- Números cuadrados: comparten dos únicos factores iguales ($4 = 2 \times 2$; $25 = 5 \times 5$)

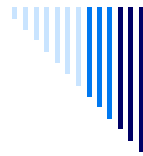


Mínimo Común Múltiplo y Máximo Común Divisor

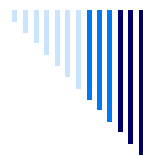
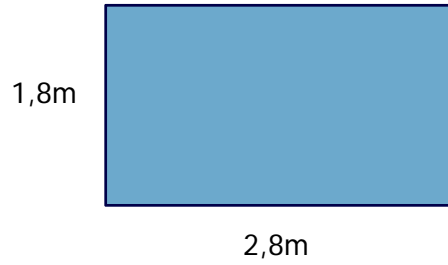
- Mínimo común múltiplo de a y b es el primer número más pequeño que es múltiplo de a y de b
Ejemplo: $\text{mcm}(4, 15) = 60$; $\text{mcm}(4, 20) = 20$
- Máximo común divisor de a y b es el número mayor que es divisor común de ambos números
Ejemplo: $\text{mcd}(4, 15) = 1$, $\text{mcd}(4, 20) = 4$

Primos entre sí (sin divisores comunes)

$$a \times b = \text{mcd}(a, b) \times \text{mcm}(a, b)$$

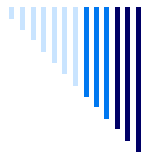


Queremos enlosar con baldosas cuadradas el suelo de un cuarto de baño de dimensiones 2,8 m x 1,8 m sin necesidad de partirlas en trozos. ¿Cuáles pueden ser las medidas de esas baldosas? ¿Cuál es la medida de las baldosas más grandes que podemos poner?



Dos cometas se aproximan al Sol, uno cada 25 años y otro cada 60. Si ambos se aproximaron juntos al Sol en 1950 ¿Cuándo volverán a hacerlo de nuevo?





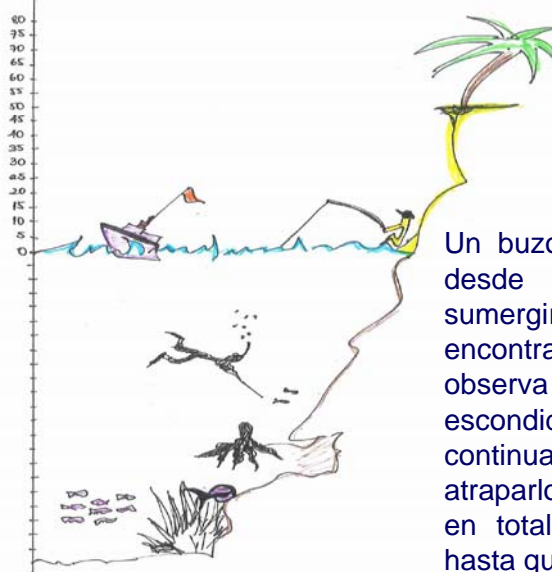
Números con Signo

Estudia cuáles de los siguientes números tienen signo. Identifica si representan estados o transformaciones.

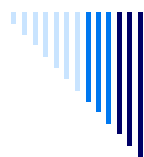
Hace dos días iba a la biblioteca a las 9h., no arrancó el coche porque había nevado 20 minutos antes y la temperatura era de 5° bajo cero. Después de subir en ascensor a la 2ª planta bajé al depósito, una planta por debajo de la planta baja. Me recordaron que tenía 3 libros prestados que debía haber devuelto hace 5 días. Un amigo me preguntó el siglo de los pitagóricos y la altura del Mar Muerto; contesté: siglo VI a.C. y 300 m. debajo del nivel del mar. Le debía 10 € y le di 6, por lo que aun debo 4 que no puedo pagar hasta que cobre dentro de dos días, ya que mi saldo es 6,5 € en números rojos, a lo que hay que añadirle un pago de 5 € que hice. Me fui al parque por faltar 10 minutos para continuar una partida de golf, en la que iba con un 3 bajo el par en el décimo hoyo. Llegué tarde ya que mi reloj retrasa 6 minutos. Perdí la partida, quedando el penúltimo con +5.



Números con Signo

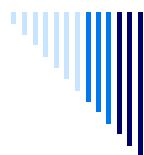


Un buzo alcanza a ver un pulpo desde su barco y decide sumergirse para atraparlo, pero al encontrarse a esta profundidad observa un pez bastante curioso escondido entre las algas y decide continuar descendiendo para atraparlo. ¿Cuántos metros recorre en total desde que se sumerge hasta que regresa a la superficie?



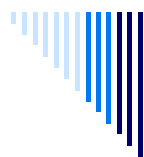
... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...

- ❖ ¿Es lo mismo 2 y +2? ¿Y 2 y -2?
- ❖ ¿Por qué “menos por menos es igual a más”? ¿Qué sentido tiene que si multiplico dos deudas obtenga una fortuna?
- ❖ ¿Existe alguna relación entre los signos que anteceden a algunos números y los signos de las operaciones de suma y sustracción?
- ❖ ¿Hay diferentes tipos de ejemplos en los que se pongan de manifiesto diferentes propiedades de los números enteros?



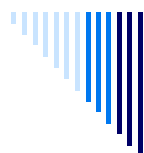
... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...

- Los números con signo pueden representar estados o transformaciones
- Los modelos que representan los números con signo ayudan a explicar sumas y restas de números con signo
- Estos modelos sólo pueden representar de manera intuitiva multiplicación por naturales, pero no la de números con signo entre sí.
- Para justificar las multiplicaciones y divisiones de números con signo hay que recurrir a las propiedades de las operaciones.



Resumen Divisibilidad

- La relación de divisibilidad es una herramienta para resolver problemas (como los planteados)
- La teoría de números estudia la relación de divisibilidad entre números, para buscar regularidades (números primos, clases de restos, descomposición factorial, etc.)
- Los números primos se emplean en criptografía, para establecer códigos secretos y para identificar códigos.



Trabajo Autónomo

- Modelos y representaciones de los números con signo (pp. 264-277).
- Actividades de reflexión y evaluación del tema 2