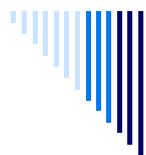


Tema 2. Aritmética



Fecha	Actividad
Lunes 11/10	Fin del tema 1. Estructura aditiva y multiplicativa: estudio conceptual, tipos de problemas, modelos y representaciones.
Miércoles 13/10	Prueba Tema 1. Continuación: Estructura aditiva y multiplicativa: estudio conceptual, tipos de problemas, modelos y representaciones.
Viernes 15/10	Seminario del tema 2.
Lunes 18/10	Estructura aditiva y multiplicativa: Métodos de cálculo. Estudio algebraico.
Miércoles 20/10	Continuación: Estructura aditiva y multiplicativa: Métodos de cálculo. Estudio algebraico.
Viernes 22/10	Seminario del tema 2.
Lunes 25/10	Divisibilidad. Números con signo.
Miércoles 27/10	Prueba del tema 2. Inicio del tema 3.



Resumen de lo trabajado

Estudio conceptual de las operaciones:

- Qué es sumar, restar, multiplicar y dividir.
- Tipos de problemas aditivos.
- Tipos de problemas multiplicativos
- Modelos y representaciones



Estructura del Tema 2

1. Estudio conceptual de la [Estructura Aditiva](#)

- Significado de las operaciones
- Problemas aditivos
- Modelos para realizar operaciones y problemas

2. Estudio conceptual de la [Estructura Multiplicativa](#)

- Significado de las operaciones
- Problemas multiplicativos
- Modelos para realizar operaciones y problemas



Estructura del Tema 2

3. Estudio algebraico de las operaciones

- Propiedades de suma y resta
- Propiedades de multiplicación y división

4. Formas simbólicas de obtener resultados

- Algoritmos de las operaciones
- Calculadora
- Cálculo mental
- Estimación

5. Números con signo y relaciones de divisibilidad



3. Estudio Algebraico de las Operaciones



Propiedades de las operaciones

- ✓ Clausura: La suma de dos números naturales es otro número natural.
- ✓ Conmutativa: $a + b = b + a$
- ✓ Asociativa: $a + (b + c) = (a + b) + c$
- ✓ Elemento neutro: $a + 0 = a$ $(0 + a = a)$
- ✓ Compensación:
 - $(a - c) + (b + c) = a + b$
 - $(a + c) + (b - c) = a + b$



Trabajo autónomo

¿Qué relación de orden hay entre $\underline{a+b}$ y \underline{a} y \underline{b} ?

¿Qué propiedades de las mencionadas son ciertas para la resta?



Propiedades de las operaciones

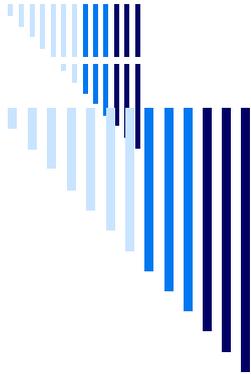
- ✓ Conmutativa: $a \cdot b = b \cdot a$
- ✓ Asociativa: $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
- ✓ Elemento neutro: $a \cdot 1 = a$ $1 \cdot a = a$
- ✓ El cero verifica: $a \cdot 0 = 0$ ($0 \cdot a = 0$)
(a diferente de cero)
- ✓ Distributiva respecto a la suma y resta:
 - $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
 - $(b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$
 - $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$
 - $(b - c) \cdot a = b \cdot a - c \cdot a$
- ✓ Compensación:
 $a \cdot b = (a \cdot c) \cdot (b : c)$



Trabajo autónomo

¿Qué relación de orden hay entre $a \cdot b$ y a y b ?

¿Qué propiedades de las mencionadas son ciertas para la división?



4. Formas Simbólicas de Obtener Resultados

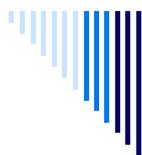


Algoritmos de las Operaciones

- ✓ Serie finita de reglas a aplicar en un determinado orden a un número finito de datos, par llegar con certeza en un número finito de etapas a cierto resultado
- ✓ Notación indo-arábica

Niveles de representación:

1. Enactiva. Material físico (manipulaciones).
2. Icónica. Dibujos (imágenes estáticas).
3. Simbólica. Símbolos (lenguaje).



Algoritmos de las Operaciones

Sucesión finita de reglas para llegar al resultado de la operación

Algoritmos de la suma y de la resta

¿Cómo se hace la suma? ¿Y la resta?

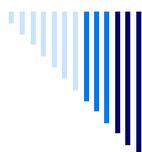
Comencemos con unos ejemplos...

$$\begin{array}{r} 126 + 284 \\ 348 - 193 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 126 \\ + 284 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 348 \\ - 193 \\ \hline \end{array}$$

1. ¿Cuál es la justificación de cada paso?
2. ¿Qué propiedades de la suma y de la resta se están utilizando?



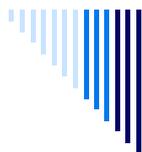
Algoritmo (escrito) de la suma

- Sumandos escritos uno debajo de otro, con unidades de un mismo orden en la misma columna (posicional)
- Raya horizontal debajo del último sumando
- Se comienza sumando las cifras de la columna de la derecha (aditivo), cada cifra por separado (posicional)
- Si el resultado es menor de 10, se escribe el número debajo de la columna y pasamos a la columna siguiente de la izquierda (base)
- Si el resultado es mayor o igual que 10, se escriben las unidades debajo de la columna y la cifra de las decenas se añade a la suma de la siguiente columna (base)
- Se continúa el procedimiento hasta la última columna (posicional)
- El resultado de la última columna se escribe debajo de la raya
- El número bajo la raya es el resultado



Algoritmo (escrito) de la resta

- Minuyendo y debajo el sustraendo , con unidades de un mismo orden en la misma columna
- Raya horizontal debajo del sustraendo
- Se comienza por la columna de la derecha
- Si la cifra del minuendo es mayor o igual que la del sustraendo, se restan y el resultado se escribe debajo de la raya, en la columna correspondiente
- Si la cifra del minuendo es menor que la del sustraendo, se le suman a la primera 10 unidades, se efectúa la resta, se escribe el resultado en dicha columna debajo de la raya y se aumenta en una unidad la cifra del sustraendo de la columna siguiente (hacia la izquierda)
- Se continúa el procedimiento hasta la última columna
- El resultado de la última columna se escribe debajo de la raya
- El número bajo la raya es el resultado



Algoritmo (escrito) de la resta

- Pedir prestado
- Llevada

$$\begin{array}{r}
 \overset{1}{2}2 \\
 - 13 \\
 \hline

 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \overset{1}{3}2 \\
 - \overset{1}{1}3 \\
 \hline

 \end{array}$$

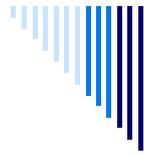
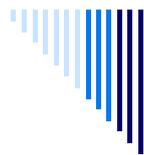


Tabla de Sumar

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18



Algoritmo de la multiplicación

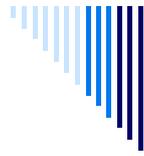
¿Cómo se hace la multiplicación?

Comencemos con un ejemplo...

$$34 \times 21$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 21 \\ \hline \end{array}$$

1. ¿Cuál es la justificación de cada paso?
2. ¿Qué propiedades de las operaciones se están utilizando?



$$1 \times 4 = 4$$

$$1 \times 30 = 30$$

$$\begin{aligned} 20 \times 4 &= (2 \times 10) \times 4 = 2 \times (10 \times 4) \\ &= 2 \times (4 \times 10) = (2 \times 4) \times 10 = 80 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 20 \times 30 &= (2 \times 10) \times (3 \times 10) \\ &= (2 \times 3) \times (10 \times 10) = 6 \times 100 \\ &= 600 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 21 \\ \hline \end{array}$$

34

680

714

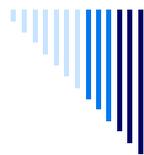


Tabla de la Multiplicación

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81



Algoritmo de la división

¿Cómo se hace la división?
Comencemos con un ejemplo...

$$245 : 3$$

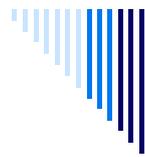
$$\begin{array}{r} 245 \quad | \quad 3 \\ \underline{81} \\ 05 \\ \underline{6} \\ 2 \end{array}$$

1. ¿Cuál es la justificación de cada paso?
2. ¿Qué propiedades de las operaciones se están utilizando?

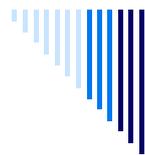
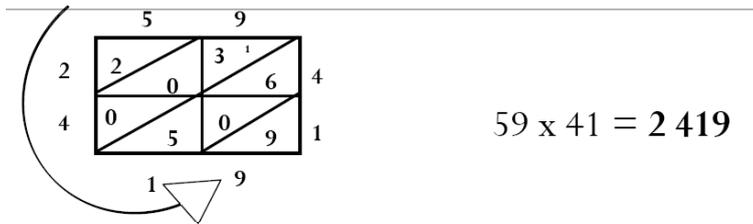


Características del algoritmo de la división:

- ✓ Es de izquierda a derecha
- ✓ Hay que buscar dos resultados
- ✓ Involucra la resta, la suma y la multiplicación
- ✓ Hay que descomponer, estimar, comprobar



Algoritmos no estándar de la multiplicación



Líneas y puntos de corte

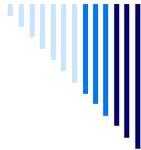
http://www.youtube.com/watch?v=-Jn18MBeibA&feature=player_embedded

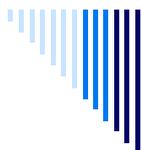
Caja

<http://www.videojug.com/webvideo/how-to-solve-multi-digit-multiplication-problems>

Cualquier tabla del 1 al 9 con las manos

<http://www.youtube.com/watch?v=5TkoEsUyMvk&feature=related>

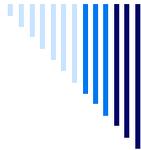


$$\begin{array}{r}
 1 \\
 32 \\
 \times 26 \\
 \hline
 642 + \\
 \underline{19} \\
 832
 \end{array}$$


Algoritmos no estándar de la división

División corta (Suecia)

$$\begin{array}{r}
 35 \\
 -485 \\
 \hline
 5
 \end{array}
 = 97$$



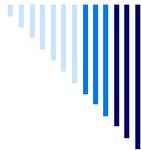
Algoritmos anglosajones

3	45	
	30	3×10
	15	
	15	3×5
		15

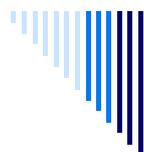
A

	43	
9	387	
	360	40
	27	
	27	3
	0	43

B



Trabajo voluntario
Elegir un algoritmo de multiplicación y otro de la división no estándares y justificar su validez con base en las propiedades de las operaciones involucradas



Trabajo Autónomo

- Actividades de reflexión y evaluación del tema 2
- Modelos y representaciones (pp. 214-219)