

FUNDAMENTOS DE BIOLOGÍA APLICADA I - (LDO. EN BIOLOGÍA. CUARTO CURSO)

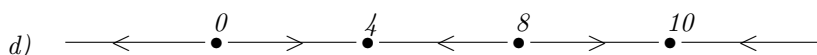
Relación de ejercicios Nº 3. Curso 2009-2010.

1. Determina el retrato de fases para cada una de las siguientes ecuaciones diferenciales autónomas.

a) $x' = x(7 - x)$ b) $x' = x^2(7 - x)$ c) $x' = x(7 - x)^2$ d) $x' = \cos x$

Estudia, en cada caso, las propiedades de estabilidad de los puntos de equilibrio.

2. Reconstruye la gráfica de la soluciones de la ecuación $x' = f(x)$ según el retrato de fases dado.



Indica los puntos de equilibrio en cada caso y estudia la estabilidad de dichos puntos.

3. Esboza el retrato de fases para los siguientes sistemas correspondientes a modelos de interacción entre especies de tipo antagonismo.

a) $\left. \begin{array}{l} x' = (3 - x - y)x \\ y' = (1 + x - y)y \end{array} \right\}$ b) $\left. \begin{array}{l} x' = (2 - x - y)x \\ y' = (-1 + 2x - y)y \end{array} \right\}$ c) $\left. \begin{array}{l} x' = (-3 + 3x - y)x \\ y' = (1 + x - y)y \end{array} \right\}$

Realiza un análisis de los resultados obtenidos.

4. Ejercicio análogo al anterior para los siguientes modelos de competición.

a) $\left. \begin{array}{l} x' = (2 - x - y)x \\ y' = (3 - 2x - y)y \end{array} \right\}$ b) $\left. \begin{array}{l} x' = (3 - 2x - y)x \\ y' = (2 - x - y)y \end{array} \right\}$ c) $\left. \begin{array}{l} x' = (3 - 2x - y)x \\ y' = (6 - 4x - 2y)y \end{array} \right\}$

5. Ejercicio análogo al tercero para los siguientes modelos de mutualismo (cooperación).

a) $\left. \begin{array}{l} x' = (4 - 2x + y)x \\ y' = (3 + x - 3y)y \end{array} \right\}$ b) $\left. \begin{array}{l} x' = (-1 - x + y)x \\ y' = (3 + x - 2y)y \end{array} \right\}$ c) $\left. \begin{array}{l} x' = (-x + y)x \\ y' = (1 + 2x - y)y \end{array} \right\}$

6. Ejercicio análogo al tercero para los siguientes modelos.

a) $\left. \begin{array}{l} x' = (2 - x)x \\ y' = (1 - y)y \end{array} \right\}$ b) $\left. \begin{array}{l} x' = (1 - x)x \\ y' = (2 - x - y)y \end{array} \right\}$ c) $\left. \begin{array}{l} x' = (1 - x + y)x \\ y' = (1 - y)y \end{array} \right\}$

7. La dinámica de una población viene determinada por la ecuación diferencial

$$P' = P(P - 0'3)(8 - P),$$

siendo $P(t)$ el número de individuos (en miles) que hay en el hábitat en el instante t .

a) Determina los puntos de equilibrio de esta ecuación diferencial.

b) Dibuja el retrato de fases correspondiente y estudia la estabilidad de los puntos de equilibrio.

c) Explica el significado de lo que has obtenido en el apartado anterior en términos de la dinámica de la población.

d) ¿Qué ocurrirá con esta población a largo plazo si en el instante inicial hay 250 individuos en el hábitat? ¿Y si hay 500?

8. Se considera el siguiente modelo de interrelación entre especies

$$\left. \begin{array}{l} x' = (1 - x - y)x \\ y' = (4 - 5x - ay)y \end{array} \right\}$$

donde a es un parámetro estrictamente positivo.

a) Para cada valor de a , ¿qué tipo de interrelación existe?

b) Calcula los valores de a para los que existe un estado de coexistencia.