

# DEPARTAMENTO DE GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA

## Curvas y superficies, Grado en Matemáticas

### Ejercicio para entregar

Sea  $S=X(\mathbb{R}^2)$  un toro de revolución, donde  $X : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  viene dada por

$$X(u, v) = ((a + r \cos v)\operatorname{senu}, (a + r \cos v)\operatorname{cenu}, r\operatorname{senv}), \quad \text{con } 0 < r < a.$$

Da las coordenadas (explícitas) de un punto elíptico  $p_1$ , un punto llano  $p_2$  y un punto hiperbólico  $p_3$  de  $S$ . En cada uno de estos puntos:

1. Calcula un vector normal unitario  $N$ , así como el plano tangente afín en el punto.
2. Calcula la curvatura de Gauss  $K$ , la curvatura media  $H$  y las curvaturas principales  $k_1$  y  $k_2$  en el punto (respecto del normal elegido).
3. Encuentra una base  $\{e_1, e_2\}$  ortonormal de plano tangente  $T_p S$  formada por direcciones principales.
4. Para  $i = 1, 2$ , parametriza la curva  $S \cap \Pi_{e_i}$  en un entorno del punto, siendo  $\Pi_{e_i}$  el plano afín que pasa por el punto y es ortogonal a la dirección  $e_i \times N$ .