Métodos aproximados

Exercise 1: Pozo de potencial

El espectro de una partícula en un pozo de potencial unidimensional plano de anchura a y paredes infinitas viene dado por:

$$E_n = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2ma^2}\ , \quad \psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}}\,\mathrm{sen}\frac{n\pi x}{a}\ .$$

Si el sistema se perturba con un potencial:

$$H \to H + \frac{V_0}{a}x\ , \quad 0 \le x \le a\ ,$$

determinar cómo cambian los tres niveles de energía más bajos a primer orden en V_0.

Exercise 2: Espectro degenerado

Sea un partícula de masa m en un pozo de potencial $L \times L$ en dos dimensiones. Los niveles de energía son $E^0_{n_1 n_2} = (n_1^2 + n_2^2)\pi^2\hbar^2/(2mL^2)$ donde $n_{1,2}$ son eneteros, y las correspondientes funciones de onda vienen dadas por:

$$\psi^0_{n_1 n_2}(x,y) = \frac{2}{L}\sin\frac{\pi n_1 x}{L}\sin\frac{\pi n_2 y}{L}\ .$$

Si el sistema se perturba con un potencial $V = c\,xy$, donde c es una constante, calcular:

i) Como cambian los niveles de energía $E^0_{n_1 n_2}$.

ii) La función de onda del primer estado excitado.

Exercise 3: Oscilador armónico

Determinar como cambia la energía del estado fundamental del oscilador armónico unidimensional, $V_0 = m\omega^2 x^2/2$, cuando se le aplica una perturbación: $V(x) = a\,x^3$.
Ayuda: La energía y función del onda del nivel n vienen dados respectivamente por $E^0_n = (n^2 + 1/2)\hbar\omega$ y

$$\psi^0_n(x,y) = \sqrt{\frac{\alpha^{1/2}}{2^n n!\pi^{1/2}}}e^{-\alpha x^2/2}H_n(\sqrt{\alpha}x)\ ,$$

donde $\alpha = m\omega/\hbar$, $H_0(x) = 1$, $H_1(x) = 2x$, $H_2(x) = 4x^2 - 2$ y $H_3(x) = 8x^3 - 12x$.

Exercise 4: Perturbación dependiente del tiempo

Sea un oscilador armónico unidimensional de frecuencia ω, y carga eléctrica q. En $t = 0$ el oscilador está en el estado fundamental, y aplicamos un campo eléctrico constante, $V(x) = -qEx$ para $t \geq 0$. Encontrar a primer orden la probabilidad de transición al primer estado excitado $|n = 1\rangle$, y a $|n = 2\rangle$.

Exercise 5: Regla de oro de Fermi

Sea un átomo de hidrógeno en el estado fundamental a $t = 0$. Le aplicamos un campo eléctrico $\vec{E} = \vec{E}_0 \sin \omega t$:

i) Encontrar la frecuencia mínima ω_0 que el campo debe tener para ionizar el átomo.

ii) Determinar la probabilidad de ionización por unidad de tiempo.