Simetrías y leyes de conservación

Simetrías en Física Clásica: transformación que deja invariante el Hamiltoniano

Cada simetría involucra una ley de conservación

Traslaciones	$\vec{p} = \mathrm{cte}$
Traslaciones temporales	$E = \mathrm{cte}$
Rotaciones	$\vec{L} = \mathrm{cte}$

Simetrías en Mecánica Cuántica: transformación invertible en $\mathcal{H}$ que deja las probabilidades invariantes

Th. de Wigner: Toda transformación de simetría puede implementarse mediante un operador <u>unitario</u> o <u>antiunitario</u>.

Invariancia del Hamiltoniano y leyes de conservación $U = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}G\xi/\hbar}$

$$UHU^\dagger = H[U,H] = 0[U,G] = 0 \Rightarrow \frac{\mathrm{d}G}{\mathrm{d}t} = 0$$

Existe relación entre simetría y degeneración.

Simetrías Discretas: Paridad

Transformación de paridad (reflexión especular) $\vec{x} \to P\vec{x} = -\vec{x}$

En MC: $|\alpha\rangle \to \Pi|\alpha\rangle \;/\; \langle\alpha|\hat{x}_i|\alpha\rangle \to \langle\alpha|\Pi^\dagger\hat{x}_i\Pi|\alpha\rangle = -\langle\alpha|\hat{x}_i|\alpha\rangle$

$$\Pi^\dagger\hat{x}_i\Pi = -\hat{x}_i \Rightarrow \hat{x}_i\,\Pi = -\Pi\,\hat{x}_i$$

Representación de posiciones: $\hat{x}_i\Pi|\vec{x}\rangle = -\Pi\hat{x}_i|\vec{x}\rangle = -x_i\Pi|\vec{x}\rangle \Rightarrow \Pi|\vec{x}\rangle = \eta_I|-\vec{x}\rangle$

Postulamos: $\{\Pi,\hat{x}_i\} = \{\Pi,\hat{p}_i\} = [\Pi,J_i] = 0 \Rightarrow \Pi \text{ es unitario}$

Funciones de onda con paridad bien definida: $\psi(-\vec{x}) = \eta_\psi\psi(\vec{x})$

$$\langle\vec{x}|\Pi|\psi\rangle = \eta_I\langle-\vec{x}|\psi\rangle = \eta_I\psi(-\vec{x}) = \eta_I\eta_\psi\psi(\vec{x}) \Rightarrow \Pi|\psi\rangle = \eta|\psi\rangle, \quad \eta = \eta_I\eta_\psi$$

$$Y_l^m(\theta,\phi) \to Y_l^m(\pi-\theta,\pi+\phi) = (-1)^l Y_l^m(\theta,\phi) \Rightarrow \Pi|\alpha jm\rangle = (-1)^l|\alpha jm\rangle$$

Conservación de la paridad: Si $[H,\Pi]=0$ los autoestados de energía son autoestados de Π y la paridad se conserva.

Simetrías Discretas: Inversión temporal

Transformación de inversión temporal $t \to -t \qquad \vec{x}(t) \to \vec{x}(-t),\ \vec{p} \to -\vec{p}$

En MC:
$$\left.\begin{array}{l} T^{-1}\vec{X}T = \vec{X} \\ T^{-1}\vec{P}T = -\vec{P} \\ T^{-1}\vec{J}T = -\vec{J} \end{array}\right\} \Rightarrow T \text{ es antiunitario} \quad (T = UK)$$

$$T|\vec{x}\rangle = |\vec{x}\rangle \Rightarrow T\psi(\vec{x}) = \psi^*(\vec{x}), \qquad TY_l^m(\theta,\phi) = (-1)^m Y_l^{-m}(\theta,\phi)$$

$$T|p\rangle = -|p\rangle \Rightarrow T\hat{\psi}(\vec{p}) = \hat{\psi}^*(-\vec{p})$$

$$T|\vec{x}jm\rangle = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\pi J_y} K|\vec{x}jm\rangle$$

Invariancia bajo inversión temporal

$$[H,T] = 0 \Rightarrow \ \psi(x) \text{ y } \psi^*(x) \text{ tienen igual energía}$$

Th degeneración de Kramers: Si el sistema es invariante bajo inversión temporal y tiene un número impar de fermiones cualquier valor propio de H es al menos dos veces degenerado (la degeneración es siempre par)

Simetrías de isoespín

Simetría interna (no de espacio-tiempo)

Salvo por la carga, protón y neutrón son muy parecidos

Hipótesis: p y n son dos estados de un multiplete, que rotan entre sí debido a una simetría de isoespín SU(2)$_I$

$$p = \left|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\rangle, \quad n = \left|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle,$$

Los hadrones se pueden organizar en multipletes con isoespín bien definido (es una simetría aproximada).

Las interacciones fuertes conservan isoespín, por tanto podemos relacionar las secciones eficaces en distintos canales según su isoespín

$$\sigma(i \to f) \propto |A(i \to f)|^2$$

$$A(i \to f) \propto \langle f|H|i\rangle = \langle f^{\mathrm{orb}}| \otimes \langle f^{\mathrm{iso}}| \otimes \ldots H|i^{\mathrm{orb}}\rangle \otimes |i^{\mathrm{iso}}\rangle \otimes \ldots = \langle f^{\mathrm{iso}}|i^{\mathrm{iso}}\rangle\langle \tilde{f}|H|\tilde{i}\rangle$$