

JOAQUÍN PÉREZ MUÑOZ

---

# Geometría de Convexos

# Introducción

Estos son los apuntes de la asignatura **Geometría de Convexos**, optativa de 6 créditos en la Licenciatura de Matemáticas de la Universidad de Granada. Son de libre distribución, y pueden bajarse de la página web

<http://www.ugr.es/local/jperez/docencia/GeomCovexos/index.html>

Están basados en apuntes previos del profesor Manuel Ritoré, y en ellos encontrarás los enunciados y demostraciones de los resultados contenidos en el programa de la asignatura, distribuidos por temas tal y como ésta se estructuró y aprobó en Consejo de Departamento. Algunas veces, las demostraciones están resumidas y dejan que el lector compruebe los detalles como ejercicio. Además de éstos, al final de cada tema hay una relación de ejercicios propuestos.

Como siempre en estos casos, los apuntes no estarán libres de errores, y es labor conjunta del autor y de los lectores mejorarlos, un trabajo que nunca se termina. Si encuentras algún error, por favor envía un e-mail a la dirección de correo electrónico [jperez@ugr.es](mailto:jperez@ugr.es). Todo lo que se dice en los apuntes puede encontrarse, a menudo explicado con más profundidad, en numerosos textos básicos. Son recomendables los siguientes:

- T. Bonnesen y W. Fenchel, *THEORY OF CONVEX BODIES*, BCS Associates, Moscow, ID, 1987, Translated from the German and edited by L. Boron, C. Christenson and B. Smith.
- Yu. D. Burago y V. A. Zalgaller, *GEOMETRIC INEQUALITIES*, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften [Fundamental Principles of Mathematical Sciences], vol. 285, Springer-Verlag, Berlin, 1988.
- I. Chavel, *ISOPERIMETRIC INEQUALITIES*, Cambridge Tracts in Mathematics and Mathematical Physics, vol 145, Cambridge University Press, Cambridge, 2001, Differential geometric and analytic perspectives.
- H. G. Eggleston, *CONVEXITY*, Cambridge Tracts in Mathematics and Mathematical Physics, No. 47, Cambridge University Press, New York, 1958.

- R. Schneider, CONVEX BODIES: THE BRUNN-MINKOWSKI THEORY, Encyclopedia of Mathematics and its Applications, vol. 44, Cambridge University Press, Cambridge, 1993.

GRANADA, SEPTIEMBRE DE 2012  
Joaquín Pérez Muñoz

# Índice general

<b>1. Conjuntos convexos</b>	<b>1</b>
1.1. Conceptos básicos . . . . .	1
1.2. Proyección sobre un conjunto convexo . . . . .	11
1.3. Dimensión de un conjunto convexo . . . . .	18
1.4. Hiperplanos soporte . . . . .	19
1.5. Separación . . . . .	23
1.6. Envolvente convexa . . . . .	26
1.7. Función soporte de un conjunto convexo . . . . .	31
1.8. Dualidad . . . . .	42
1.9. Teorema de Helly y consecuencias . . . . .	50
1.10. Polígonos, poliedros y politopos . . . . .	53
1.11. Ejercicios. . . . .	55
<b>2. Distancia de Hausdorff y T<sup>a</sup> de selección de Blaschke</b>	<b>57</b>
2.1. Distancia de Hausdorff . . . . .	57
2.2. El teorema de selección de Blaschke . . . . .	62
2.3. Continuidad respecto a la distancia de Hausdorff . . . . .	66
2.4. Resultados de densidad en distancia de Hausdorff . . . . .	72
2.5. Ejercicios. . . . .	74
<b>3. La desigualdad isoperimétrica</b>	<b>77</b>
3.1. Área del borde de una hipersuperficie compacta en $\mathbb{R}^n$ . . . . .	77
3.2. Estructura de caras en un convexo . . . . .	79
3.3. Volumen del $\varepsilon$ -entorno de un politopo . . . . .	86
3.4. Contenido de Minkowski . . . . .	92
3.5. Simetrización de Steiner . . . . .	93
3.6. La desigualdad isoperimétrica . . . . .	106
3.7. La desigualdad isodiamétrica . . . . .	111
3.8. Ejercicios. . . . .	117