

## Tema 7

## PROCESADO ÓPTICO DE IMÁGENES

1.- Introducción

2.- Procesado óptico incoherente

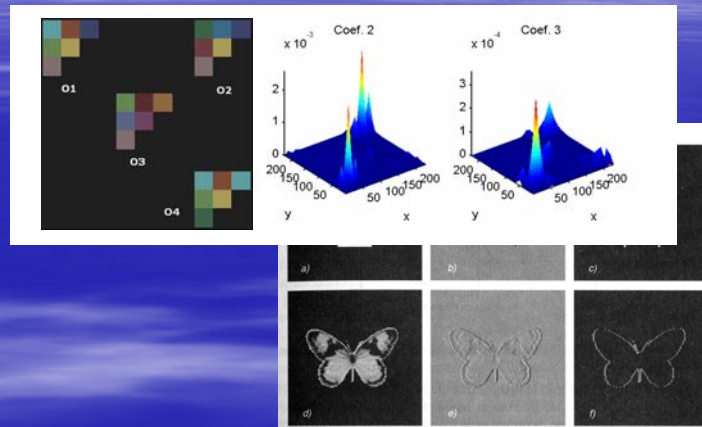
3.- Propiedades de las lentes relativas a la transformada de Fourier.

4.- Procesado óptico coherente.

5.- El filtro de Vanderlugt.

5.- El correlador óptico.

Juan Luis Nieves  
Dpto. Óptica, Fac. Ciencias  
Universidad de Granada  
18071-Granada (SPAIN)  
e-mail: jnieves@ugr.es



Conocimientos previos: Análisis de Fourier y sistemas físicos, Teoría de la difracción (I) y (II)

## Tema 7

## PROCESADO ÓPTICO DE IMÁGENES

1.- Introducción

2.- Procesado óptico incoherente

3.- Propiedades de las lentes relativas a la transformada de Fourier.

4.- Procesado óptico coherente.

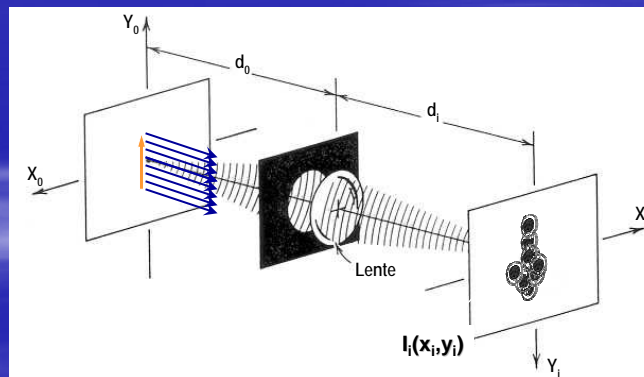
5.- El filtro de Vanderlugt.

5.- El correlador óptico.



• Teoría difraccional de la formación de imágenes

{ Difracción  
Aberraciones } ↔ CALIDAD DE LA IMAGEN ÓPTICA



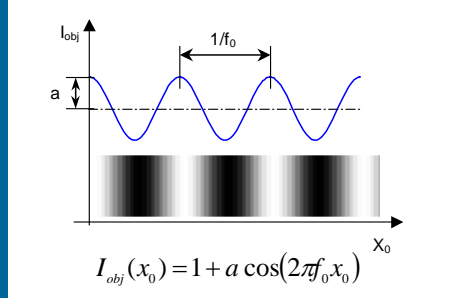
- 1.- In
- 2.- Pr  
incol
- 3.- Pr  
las le  
la tra  
Fouri
- 4.- Pr  
cohe
- 5.- El  
Vand
- 5.- El  
óptic

Ej: Imagen de una red sinusoidal

?  $G_{im}(f_x) = \mathcal{H}(f_x) G_{obj}(f_x)$

Espectro del objeto:

$$\delta(f_x) + \frac{a}{2} [\delta(f_x - f_0) + \delta(f_x + f_0)]$$

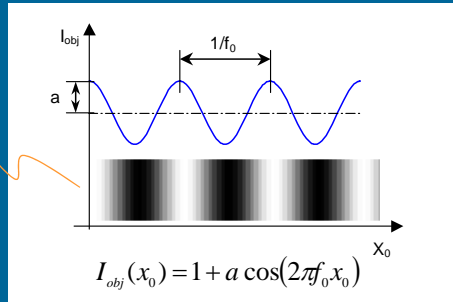
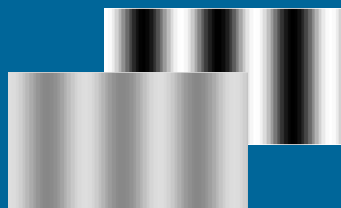


↻  $I_{im}(x_i) = TF^{-1}[G_{im}] = \mathcal{H}(0) + \frac{a}{2} \mathcal{H}(f_0) \exp(i2\pi f_0 x_i) + \frac{a}{2} \mathcal{H}(-f_0) \exp(-i2\pi f_0 x_i)$

La imagen sigue siendo sinusoidal y de igual frecuencia ...

- 1.- In
- 2.- Pr  
incol
- 3.- Pr  
las le  
la tra  
Fouri
- 4.- Pr  
cohe
- 5.- El  
Vand
- 5.- El  
óptic

Ej: Imagen de una red sinusoidal



↻  $I_{im}(x_i) = \mathcal{H}(0) \left[ 1 + a \frac{|\mathcal{H}(f_0)|}{\mathcal{H}(0)} \cos[2\pi f_0 x_i + \phi(f_0)] \right]$

... y de hecho sigue siendo un coseno de igual frecuencia aunque con posibles cambios en la fase y el contraste.

## Tema 7

## PROCESADO ÓPTICO DE IMÁGENES

1.- Introducción

2.- Procesado óptico incoherente

3.- Propiedades de las lentes relativas a la transformada de Fourier.

4.- Procesado óptico coherente.

5.- El filtro de Vanderlugt.

5.- El correlador óptico.

### • Teoría difraccional de la formación de imágenes

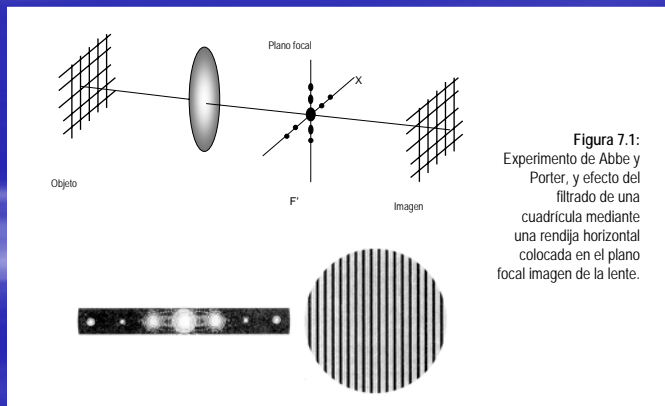


Figura 7.1:  
Experimento de Abbe y Porter, y efecto del filtrado de una cuadrícula mediante una rendija horizontal colocada en el plano focal imagen de la lente.

## Tema 7

## PROCESADO ÓPTICO DE IMÁGENES

1.- Introducción

2.- Procesado óptico incoherente

3.- Propiedades de las lentes relativas a la transformada de Fourier.

4.- Procesado óptico coherente

5.- El filtro de Vanderlugt.

5.- El correlador óptico.

### • Sistemas lineales en intensidad $I_i = |\tilde{h}|^2 \otimes I_g$

#### 2.1. Integración óptica del producto de dos funciones.

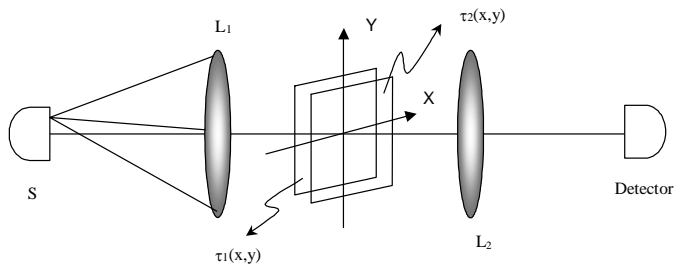


Figura 7.2:  
Configuración para realizar la integración del producto óptico de dos objetos  $\tau_1$  y  $\tau_2$ , iluminados por la fuente S.

$$I_D = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tau_1(x, y) \tau_2(x, y) dx dy$$

## Tema 7

## PROCESADO ÓPTICO DE IMÁGENES

1.- Introducción

2.- Procesado óptico incoherente

3.- Propiedades de las lentes relativas a la transformada de Fourier.

4.- Procesado óptico coherente.

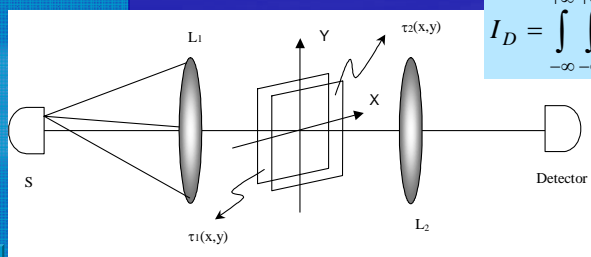
5.- El filtro de Vanderlugt.

5.- El correlador óptico.

• Sistemas lineales en intensidad  $I_i = |\tilde{h}|^2 \otimes I_g$

### 2.2. Convolución óptica de dos funciones.

$$g(x, y) \otimes h(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(\xi, \eta) h(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta$$



$$I_D = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tau_1(vt - x, -y) \tau_2(x, y) dx dy$$

## Tema 7

## PROCESADO ÓPTICO DE IMÁGENES

1.- Introducción

2.- Procesado óptico incoherente

3.- Propiedades de las lentes relativas a la transformada de Fourier.

4.- Procesado óptico coherente

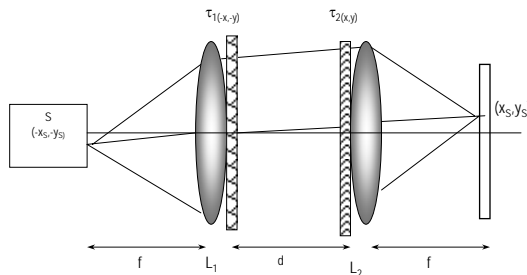
5.- El filtro de Vanderlugt

5.- El correlador óptico.

• Sistemas lineales en intensidad  $I_i = |\tilde{h}|^2 \otimes I_g$

### 2.2. Convolución óptica de dos funciones.

Figura 7.3: Configuración para realizar la operación de convolución sin movimiento.



$$I(x_d = x_s, y_d = y_s) = \kappa \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tau_1\left(\frac{d}{f} x_s - x, \frac{d}{f} y_s - y\right) \tau_2(x, y) dx dy$$

# Tema 7

## PROCESADO ÓPTICO DE IMÁGENES

1.- Introducción

2.- Sistemas incoherentes.

3.- Propiedades de las lentes relativas a la transformada de Fourier.

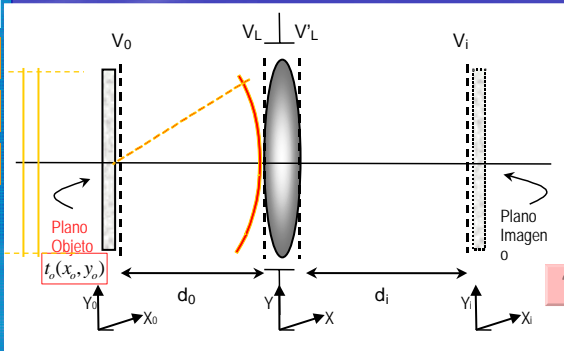
4.- Sistemas coherentes.

5.- El filtro de Vanderlugt.

6.- El correlador óptico.

### 3.1. Iluminación con onda plana.

Sistema Óptico Lineal:



- Paso del plano objeto  $(x_0, y_0)$  al plano de la lente;

- Efecto de transformación de fase de la lente;

- Paso del plano  $V'_L$  al plano imagen  $(x, y)$ ;

**Nota:** con  $d_i = f'$  y  $\rho(x, y) \equiv cte = 1$  demostrar el resultado.

$$V_f(x_f, y_f) = \frac{\exp[jk(d_0 + f')]}{j\lambda^2 d_0 f'} \exp\left\{ \frac{jk}{2f'} \left[ (x_f^2 + y_f^2) \left( 1 - \frac{d_0}{f'} \right) \right] \right\} \mathbf{F}\{t_0(x_0, y_0)\}_{f_x = \frac{x_f}{\lambda f'}, f_y = \frac{y_f}{\lambda f'}}$$

# Tema 7

## PROCESADO ÓPTICO DE IMÁGENES

1.- Introducción

2.- Sistemas incoherentes.

3.- Propiedades de las lentes relativas a la transformada de Fourier.

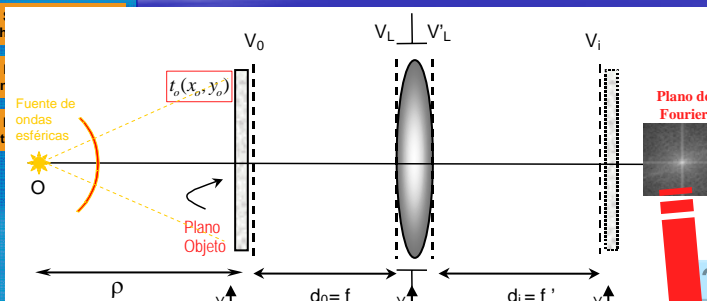
4.- col

5.- Var

6.- ópt

### 3.2. Iluminación con onda esférica.

Sistema Óptico Lineal:



- Aproximación cuadrática de onda esférica.

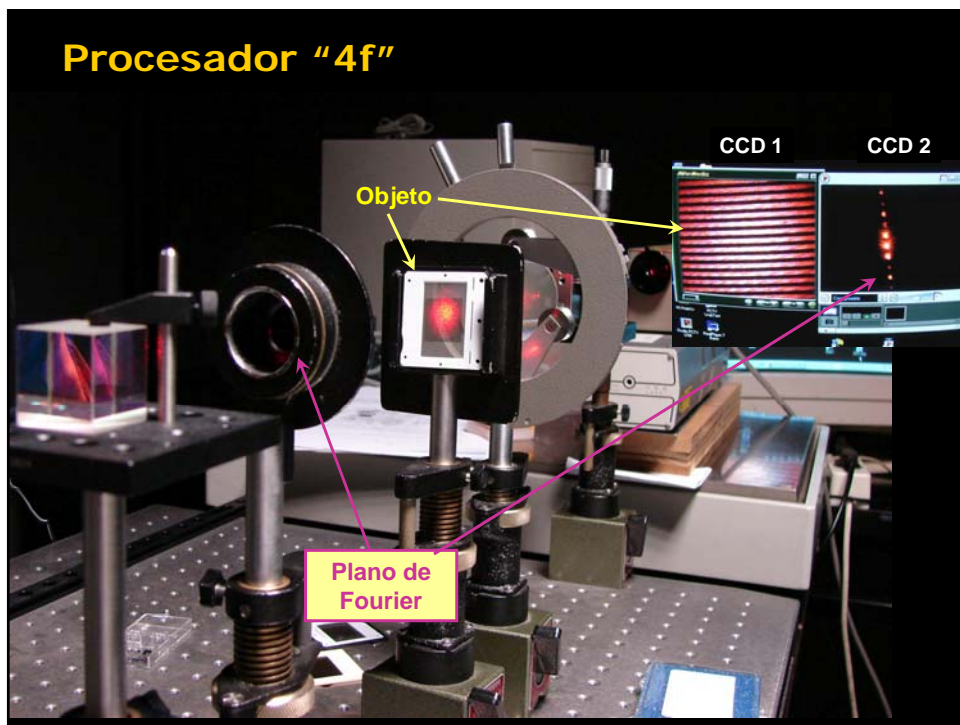
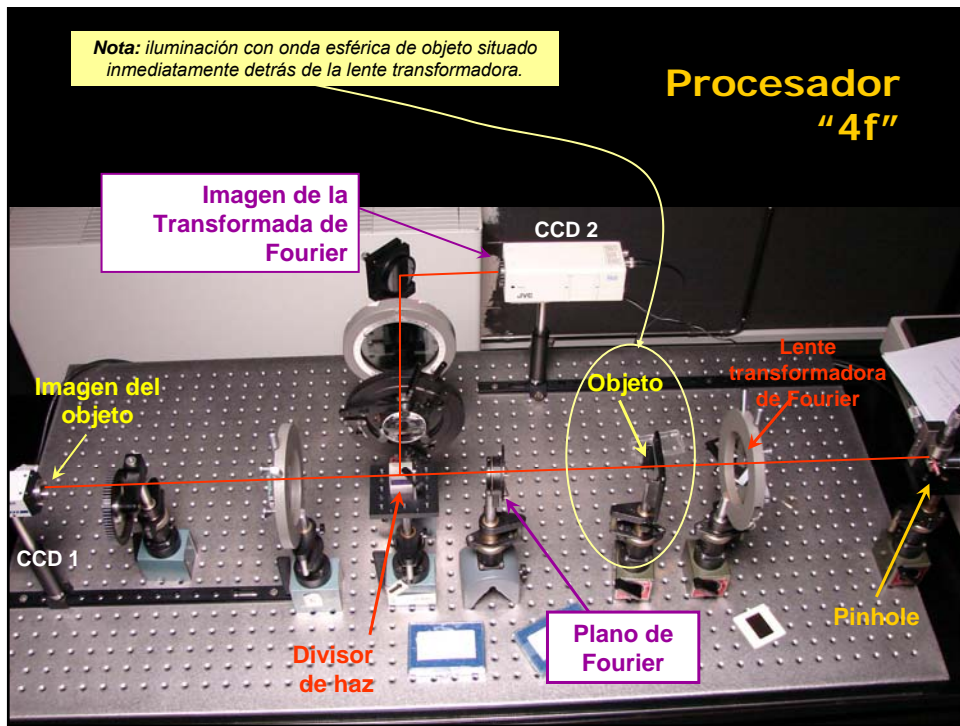
- Paso del plano objeto  $(x_0, y_0)$  al plano de la lente;

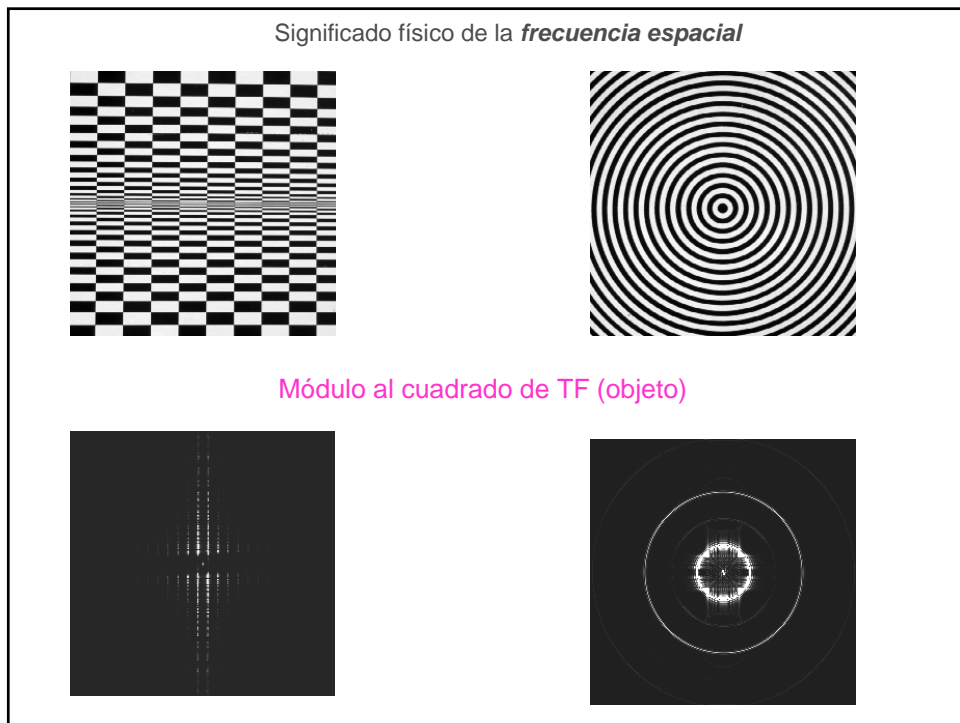
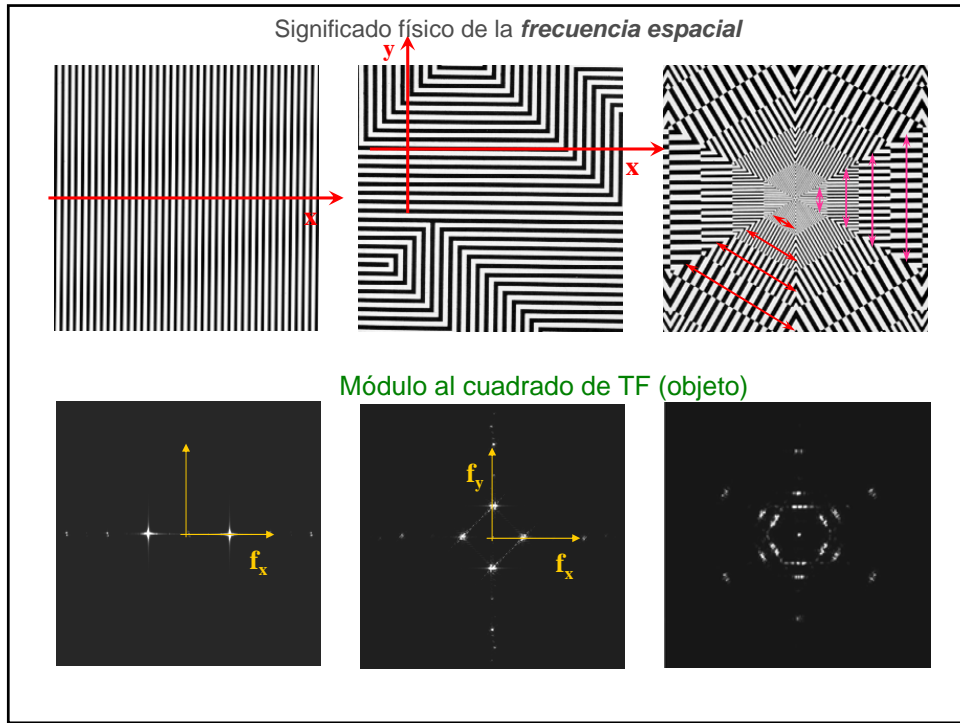
- Efecto de transformación de fase de la lente;

- Paso del plano  $V'_L$  al plano imagen  $(x, y)$ ;

$$V(x_f, y_f) = C \exp[-j\pi\lambda\rho(f_x^2 + f_y^2)] \otimes \mathbf{F}\{t_0(x_0, y_0)\}_{f_x = \frac{x_f}{\lambda f'}, f_y = \frac{y_f}{\lambda f'}} = C \exp\left[-\frac{jk}{2(f'^2/\rho)}(x_f^2 + y_f^2)\right] \otimes \mathbf{F}\{t_0(x_0, y_0)\}$$







# Tema 7

# PROCESADO ÓPTICO DE IMÁGENES

1.- Introducción

2.- Sistemas incoherentes.

3.- Propiedades de las lentes relativas a la transformada de Fourier.

4.- Sistemas coherentes.

5.- El filtro de Vanderlugt.

6.- El correlador óptico.

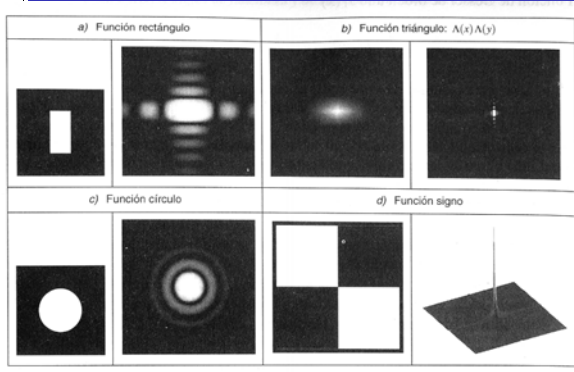
	FUNCIÓN	TRANSFORMADA*	INTERPRETACIÓN
1	$\delta(x, y)$	1	Fuente puntual en el eje que se transforma en una onda paralela al eje.
2	$\delta(x - a, y - b)$	$\exp[-j2\pi(f_x a + f_y b)]$	Fuente puntual fuera de eje que se transforma en una onda plan inclinada.
3	$\exp[-\pi(x^2 + y^2)]$	$\exp[-\pi(f_x^2 + f_y^2)]$	Perfil de amplitud gaussiano que se transforma en un haz gaussiano.
4	$\cos(2\pi f_x)$	$\frac{1}{2}[\delta(f_x - f) + \delta(f_x + f)]$	Red sinusoidal que se descompone en dos componentes de frecuencias $\pm f$ .
5	$\text{rect}(x) \text{rect}(y)$	$\text{sinc}(f_x) \text{sinc}(f_y)$	Abertura rectangular que produce un producto de funciones sinc.
6	$\Lambda(x) \Lambda(y)$	$\text{sinc}^2(f_x) \text{sinc}^2(f_y)$	Abertura de transmitancia triangular que produce un producto de funciones sinc <sup>2</sup> , que reduce la transmisión en los bordes. Se tiene menos intensidad en los máximos secundarios (apodización).
7	$\text{circ}(r)$	$\frac{J_1(2\pi\rho)}{\rho}$	Abertura circular junto con la correspondiente función Bessel.
8	$\text{sign}(x) \text{sign}(y)$	$\frac{1}{j\pi f_x} \frac{1}{j\pi f_y}$	Función escalera de fase en $\pi$ que proporciona una función con módulo inversamente proporcional a la coordenada. Se usa para realizar transformadas de Hilbert.
9	$\text{pgn}\left(\frac{x}{a}\right) \text{pgn}\left(\frac{y}{b}\right)$	$ab \text{pgn}(af_x) \text{pgn}(bf_y)$	Función peine que se transforma en otra función peine con espaciado inverso.
10	$\frac{\partial}{\partial x}[g(x, y)]$	$j2\pi f_x G(f_x, f_y)$	Teorema de la derivada, útil para mejorar el contraste reduciendo el nivel de señal de fondo.



# Tema 7

# PROCESADO ÓPTICO DE IMÁGENES

	FUNCIÓN	TRANSFORMADA*
1	$\delta(x, y)$	1
2	$\delta(x - a, y - b)$	$\exp[-j2\pi(f_x a + f_y b)]$
3	$\exp[-\pi(x^2 + y^2)]$	$\exp[-\pi(f_x^2 + f_y^2)]$
4	$\cos(2\pi f_x)$	$\frac{1}{2}[\delta(f_x - f) + \delta(f_x + f)]$
5	$\text{rect}(x) \text{rect}(y)$	$\text{sinc}(f_x) \text{sinc}(f_y)$
6	$\Lambda(x) \Lambda(y)$	$\text{sinc}^2(f_x) \text{sinc}^2(f_y)$
7	$\text{circ}(r)$	$\frac{J_1(2\pi\rho)}{\rho}$
8	$\text{sign}(x) \text{sign}(y)$	$\frac{1}{j\pi f_x} \frac{1}{j\pi f_y}$
9	$\text{pgn}\left(\frac{x}{a}\right) \text{pgn}\left(\frac{y}{b}\right)$	$ab \text{pgn}(af_x) \text{pgn}(bf_y)$
10	$\frac{\partial}{\partial x}[g(x, y)]$	$j2\pi f_x G(f_x, f_y)$

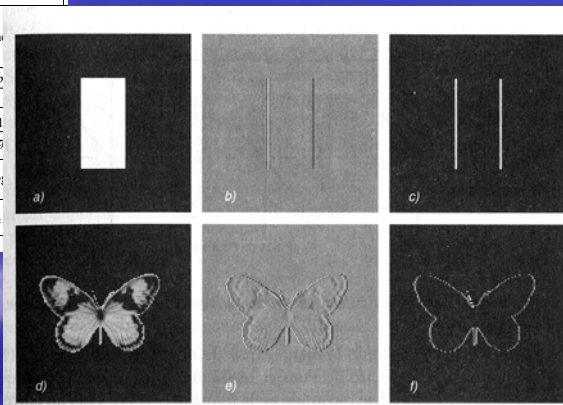




## Tema 7

## PROCESADO ÓPTICO DE IMÁGENES

	FUNCIÓN	TRANSFORMADA*
1	$\delta(x, y)$	1
2	$\delta(x - a, y - b)$	$\exp[-j2\pi(f_x a + f_y b)]$
3	$\exp[-\pi(x^2 + y^2)]$	$\exp[-\pi(f_x^2 + f_y^2)]$
4	$\cos(2\pi f_x)$	$\frac{1}{2}[\delta(f_x - f) + \delta(f_x + f)]$
5	$\text{rect}(x) \text{rect}(y)$	$\text{sinc}(f_x) \text{sinc}(f_y)$
6	$\Lambda(x) \Lambda(y)$	$\text{sinc}^2(f_x) \text{sinc}^2(f_y)$
7	$\text{circ}(r)$	$\frac{J_1(2\pi\rho)}{\rho}$
8	$\text{sign}(x) \text{sign}(y)$	$\frac{1}{j\pi f_x} \frac{1}{j\pi f_y}$
9	$\text{pgn}\left(\frac{x}{a}\right) \text{pgn}\left(\frac{y}{b}\right)$	$ab \text{pgn}(af_x) \text{pgn}(bf_y)$
10	$\frac{\partial}{\partial x} [g(x, y)]$	$j2\pi f_x G(f_x, f_y)$



## Tema 7

## PROCESADO ÓPTICO DE IMÁGENES

### 1.- Introducción

### 2.- Sistemas incoherentes.

### 3.- Propiedades de las lentes relativas a la transformada de Fourier.

### 4.- Sistemas coherentes.

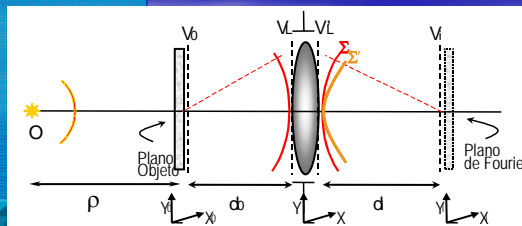
### 5.- El filtro de Vanderlugt.

### 6.- El correlador óptico.

• **Sistemas lineales en amplitud**  $V_i = \tilde{h} \otimes V_g$

$$I_i = |\tilde{h} \otimes V_g|^2 = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{h}(x_i - x_0, y_i - y_0) V_g(x_0, y_0) dx_0 dy_0 \right|^2$$

Las operaciones de filtrado y manipulado se llevan a cabo mediante la manipulación directa de la amplitud compleja del campo que aparece en el plano de Fourier de la correspondiente lente transformadora.



# Tema 7

## PROCESADO ÓPTICO DE IMÁGENES

1.- Introducción

2.- Sistemas incoherentes.

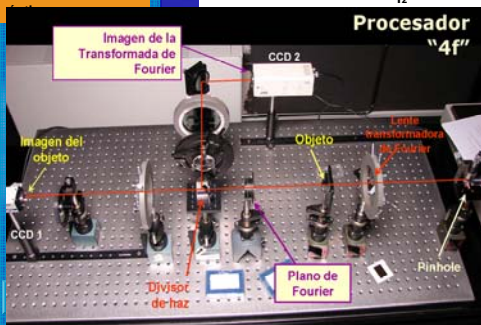
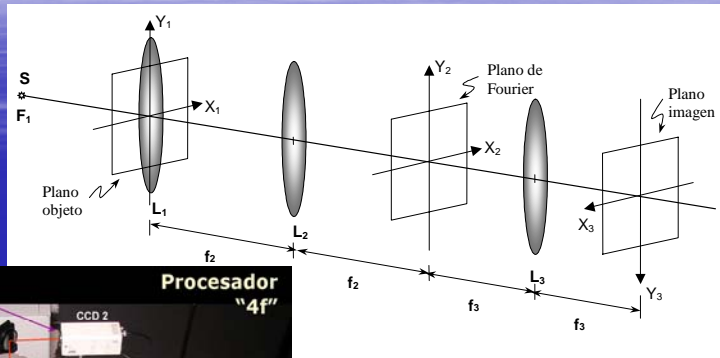
3.- Propiedades de las lentes relativas a la transformada de Fourier.

4.- Sistemas coherentes.

5.- El filtro de Vanderlugt.

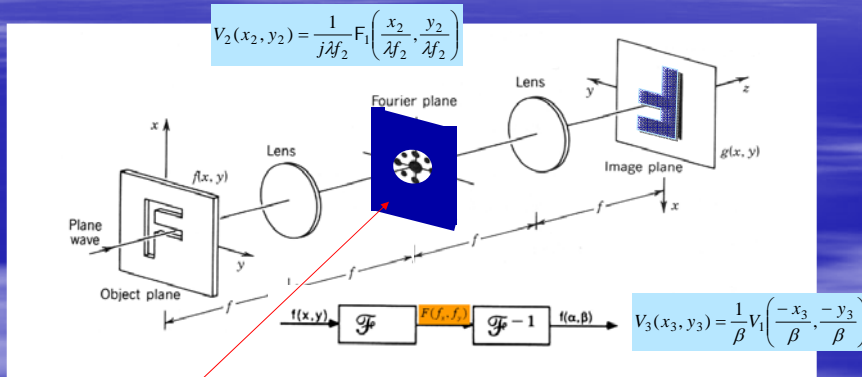
6.- El correlador

### 4.1. El procesador 4f



## Filtrado óptico

➤ Manipulación DIRECTA del contenido en frecuencias para el procesado de la imagen óptica...

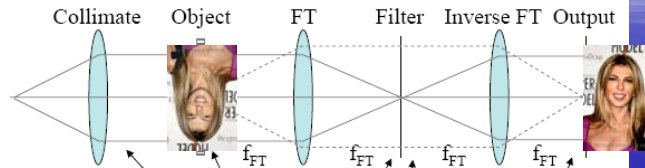


➤ En el PLANO de FOURIER intensidad proporcional al módulo cuadrado de la amplitud compleja del campo en el objeto:

$$I(x, y) = \frac{1}{(\lambda f)^2} \left| TF \left( \frac{x}{\lambda f}, \frac{y}{\lambda f} \right) \right|^2$$

# Filtrado óptico

"4F" processing system:



Procesador  
"4f"

Illuminación

Objeto  $f(x, y)$

TFourier óptica  $F\left(\frac{x'}{\lambda F_{FT}}, \frac{y'}{\lambda F_{FT}}\right)$

Filtro óptico  $F\left(\frac{x'}{\lambda F_{FT}}, \frac{y'}{\lambda F_{FT}}\right)G\left(\frac{x'}{\lambda F_{FT}}, \frac{y'}{\lambda F_{FT}}\right)$

TFourier y objeto "filtrado"  $\iint_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta)g(x - \xi, y - \eta)d\xi d\eta$



## Tema 7

## PROCESADO ÓPTICO DE IMÁGENES

1.- Introducción

2.- Sistemas incoherentes.

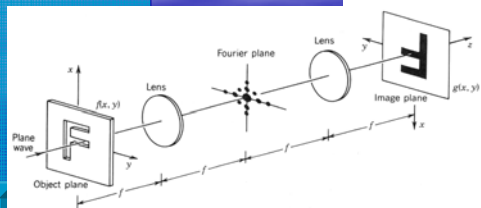
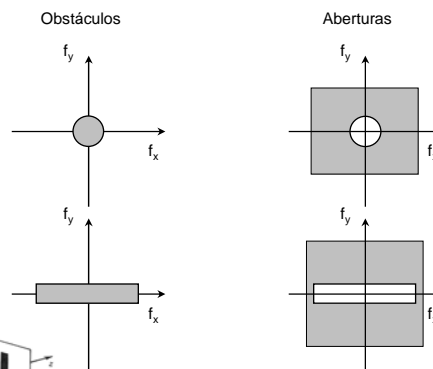
3.- Propiedades de las lentes relativas a la transformada de Fourier.

4.- Sistemas coherentes.

5.- El filtro de Vanderlugt.

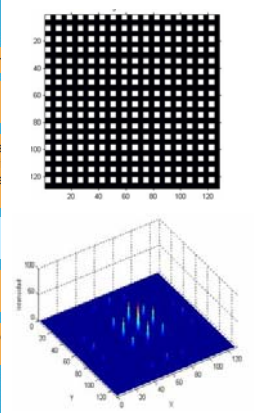
6.- El correlador óptico.

### 4.2. Filtrado espacial y síntesis de algunos filtros

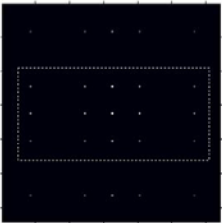
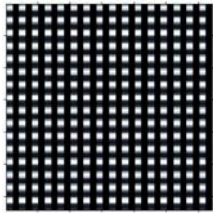
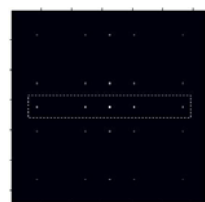
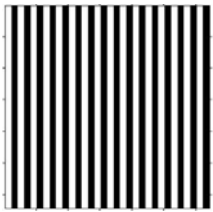


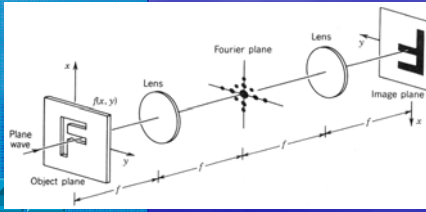
## Tema 7

- 1.- Introducción
- 2.- Sistemas incoherentes.
- 3.- Propiedades de las lentes relativas a la transformada de Fourier.
- 4.- Sistemas coherentes.
- 5.- El filtro de Vanderlugt.
- 6.- El correlador óptico.



espaci

Espectro de Fourier filtrado	Reconstrucción
	
	



## Tema 7

### PROCESADO ÓPTICO DE IMÁGENES

- 1.- Introducción
- 2.- Sistemas incoherentes.
- 3.- Propiedades de las lentes relativas a la transformada de Fourier.
- 4.- Sistemas coherentes.
- 5.- El filtro de Vanderlugt.
- 6.- El correlador óptico.

#### 4.2. Filtrado espacial y síntesis de algunos filtros





## Tema 7

## PROCESADO ÓPTICO DE IMÁGENES

1.- Introducción

2.- Sistemas incoherentes.

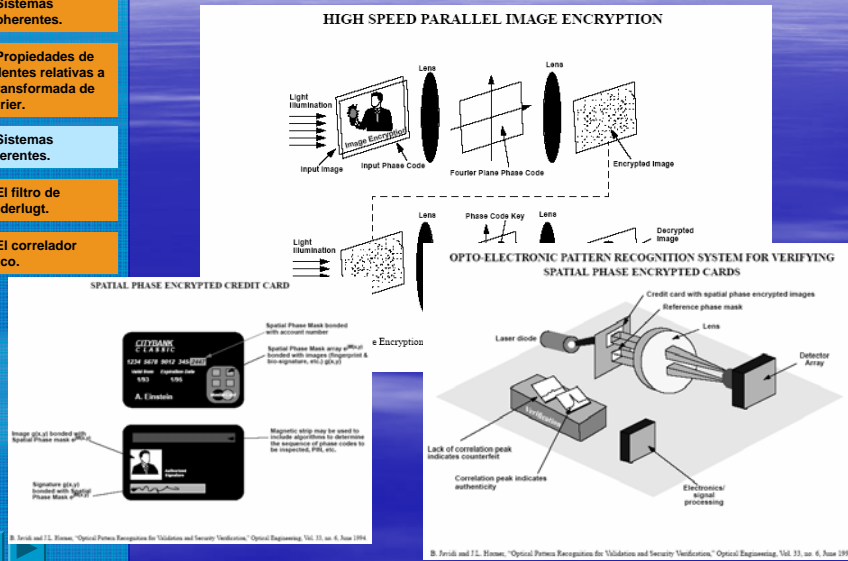
3.- Propiedades de las lentes relativas a la transformada de Fourier.

4.- Sistemas coherentes.

5.- El filtro de Vanderlugt.

6.- El correlador óptico.

### 4.2. Filtrado espacial y síntesis de algunos filtros



## Tema 7

## PROCESADO ÓPTICO DE IMÁGENES

1.- Introducción

2.- Sistemas incoherentes.

3.- Propiedades de las lentes relativas a la transformada de Fourier.

4.- Sistemas coherentes.

5.- El filtro de Vanderlugt.

6.- El correlador óptico.

### 4.3. Contraste de fase de Zernike



**Frits Zernike** \*1888, † 1966  
(Países Bajos)

**El Premio Nobel de Física 1953**

*"Por su demostración del método de contraste de fase, y en especial por la invención del microscopio de contraste de fase"*



Imagen en microscopio convencional



Misma imagen en un microscopio de contraste de fase



## Tema 7

## PROCESADO ÓPTICO DE IMÁGENES

1.- Introducción

2.- Sistemas incoherentes.

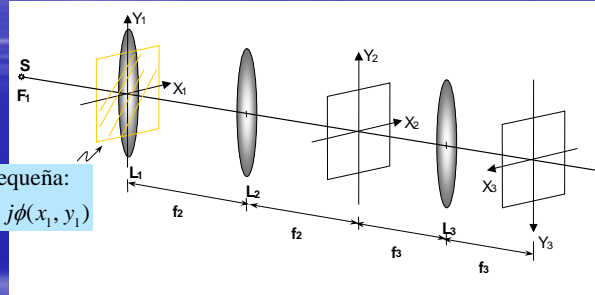
3.- Propiedades de las lentes relativas a la transformada de Fourier.

4.- Sistemas coherentes.

5.- El filtro de Vanderlugt.

6.- El correlador óptico.

### 4.3. Contraste de fase de Zernike.



Si la fase es pequeña:

$$O(x_1, y_1) \approx 1 + j\phi(x_1, y_1)$$

$$I \propto |V_3(x_3, y_3)|^2 = |1 + j\phi(-x_3, -y_3)|^2 \approx 1$$

Componente de fondo predominante

Componente difractada débil

## Tema 7

## PROCESADO ÓPTICO DE IMÁGENES

1.- Introducción

2.- Sistemas incoherentes.

3.- Propiedades de las lentes relativas a la transformada de Fourier.

4.- Sistemas coherentes.

5.- El filtro de Vanderlugt.

6.- El correlador óptico.

### 4.3. Contraste de fase de Zernike.

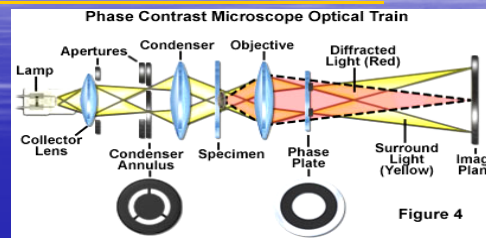


Figure 4

Filtro binario de fase (placa  $\pi/2$ )

$$F'(f_x, f_y) = \delta(f_x, f_y) \exp\left(j\frac{\pi}{2}\right) + jF\{\phi(x_2, y_2)\}$$

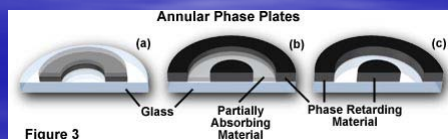


Figure 3

## Tema 7

## PROCESADO ÓPTICO DE IMÁGENES

1.- Introducción

2.- Sistemas incoherentes.

3.- Propiedades de las lentes relativas a la transformada de Fourier.

4.- Sistemas coherentes.

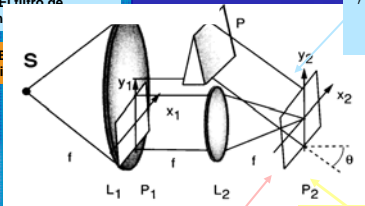
5.- El filtro de Van

6.- El óptico

¿Cómo sintetizar filtros de amplitud y fase variables?

### 5.1. Síntesis de la máscara.

Registro holográfico de una máscara P1 con transmitancia proporcional a la respuesta impulso deseada.



$$V_r(x_2, y_2) = r_0 \exp\left(-j \frac{2\pi}{\lambda} y_2 \sin\theta\right) = r_0 \exp(-j2\pi\alpha y_2)$$

$$I(x_2, y_2) = \left| r_0 \exp(-j2\pi\alpha y_2) + \frac{1}{\lambda f} H\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) \right|^2$$

$$I(x_2, y_2) = r_0^2 + \frac{1}{\lambda^2 f^2} \left| A\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) \right|^2 + \frac{2r_0}{\lambda f} A\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) \cos\left[2\pi\alpha y_2 + \varphi\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right)\right]$$

$$\frac{1}{j\lambda f} H\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right)$$

donde  $H \equiv A\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) \exp\left[j\varphi\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right)\right]$

## Tema 7

## PROCESADO ÓPTICO DE IMÁGENES

1.- Introducción

2.- Sistemas incoherentes.

3.- Propiedades de las lentes relativas a la transformada de Fourier.

4.- Sistemas coherentes.

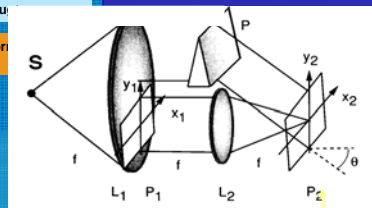
5.- El filtro de Vanderlu

6.- El con óptico.

Obtención de una placa impresionada cuya transmitancia en amplitud sea proporcional a la distribución de intensidad incidente durante la exposición.

$$I_A(x_2, y_2) \propto r_0^2 + \frac{1}{\lambda^2 f^2} |H|^2 + \frac{r_0}{\lambda f} H \exp(j2\pi\alpha y_2) + \frac{r_0}{\lambda f} H^* \exp(-j2\pi\alpha y_2)$$

(I)      (II)      (III)      (IV)



Proporcional al filtro H que buscamos

$$I(x_2, y_2) = r_0^2 + \frac{1}{\lambda^2 f^2} \left| A\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) \right|^2 + \frac{2r_0}{\lambda f} A\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) \cos\left[2\pi\alpha y_2 + \varphi\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right)\right]$$

Tema 7

PROCESADO ÓPTICO DE IMÁGENES

1.- Introducción

2.- Sistemas incoherentes.

3.- Propiedades de las lentes relativas a la transformada de Fourier.

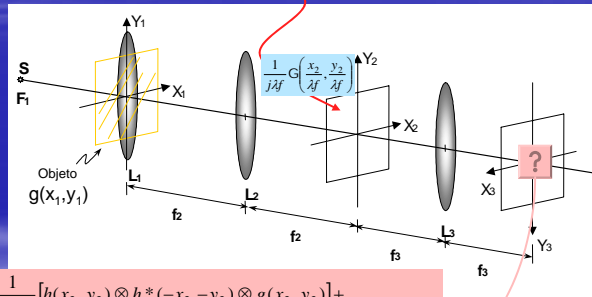
4.- Sistemas coherentes.

5.- El filtro de Vanderlugt.

6.- El correlador óptico.

5.2. Uso del filtro de Vanderlugt.

Insertar la placa/filtro en el plano de Fourier de cualquier procesador óptico (por ejemplo un sistema 4f).



$$V_3(x_3, y_3) \propto r_0^2 g(x_3, y_3) + \frac{1}{\lambda^2 f^2} [h(x_3, y_3) \otimes h^*(-x_3, -y_3) \otimes g(x_3, y_3)] + \frac{r_0}{\lambda f} [h(x_3, y_3) \otimes g(x_3, y_3) \otimes \delta(x_3, y_3 + \alpha \lambda f)] + \frac{r_0}{\lambda f} [h^*(-x_3, -y_3) \otimes g(x_3, y_3) \otimes \delta(x_3, y_3 - \alpha \lambda f)] \equiv (I) + (II) + (III) + (IV)$$

Tema 7

PROCESADO ÓPTICO DE IMÁGENES

1.- Introducción

2.- Sistemas incoherentes.

3.- F

4.- S

5.- E

6.- E

5.2. Uso del filtro de Vanderlugt.

$$V_3(x_3, y_3) \propto r_0^2 g(x_3, y_3) + \frac{1}{\lambda^2 f^2} [h(x_3, y_3) \otimes h^*(-x_3, -y_3) \otimes g(x_3, y_3)] + \frac{r_0}{\lambda f} [h(x_3, y_3) \otimes g(x_3, y_3) \otimes \delta(x_3, y_3 + \alpha \lambda f)] + \frac{r_0}{\lambda f} [h^*(-x_3, -y_3) \otimes g(x_3, y_3) \otimes \delta(x_3, y_3 - \alpha \lambda f)] \equiv (I) + (II) + (III) + (IV)$$

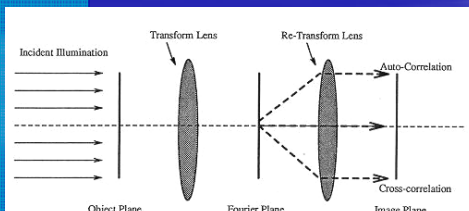
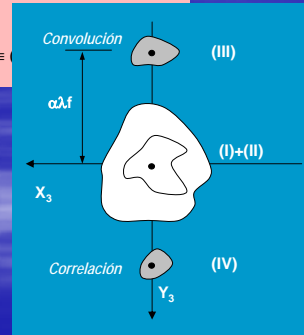


Figure 4.2: Vander Lugt Holographic Filter

## Tema 7

1.- Introducción

2.- Sistemas incoherentes.

3.- Propiedades de las lentes relativas a la transformada de Fourier.

4.- Sistemas coherentes.

5.- El filtro de Vanderlugt.

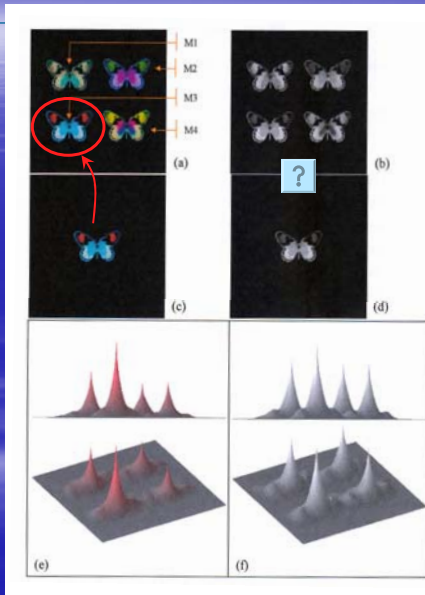
6.- El correlador óptico.

Uso de "filtros adaptados" en el reconocimiento óptico de objetos:

se dice que un filtro lineal espacialmente invariante se "adapta" a una señal  $s(x,y)$  si su respuesta impulso viene dada por,

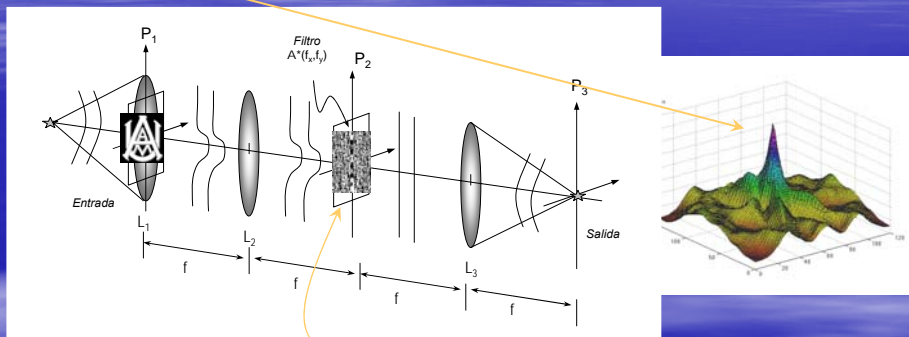
$$h(x, y) = s^*(-x, -y)$$

## PROCESADO ÓPTICO DE IMÁGENES



## Reconocimiento óptico de objetos

➤ Por medio de la realización óptica de operaciones matemáticas como la correlación.



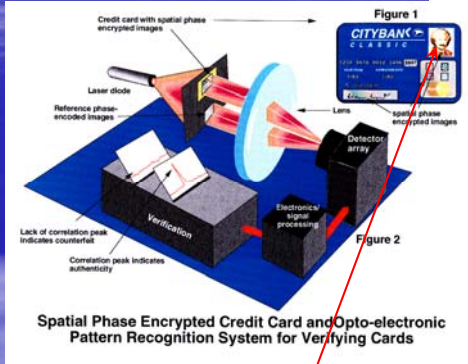
**Correlación óptica  
mediante filtros  
holográficos**

Filtro "adaptado" a la entrada  $A(x,y)$

$$h(x, y) = A^*(-x, -y)$$

# Reconocimier

➤ Uso de filtros ópticos de fase.



**Encriptación óptica de información en dispositivos de seguridad**

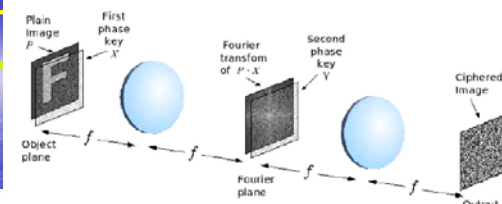
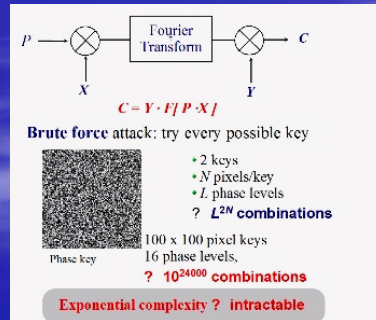


Fig. 1. Principle of the double random phase encryption scheme.



## Tema 7

## PROCESADO ÓPTICO DE IMÁGENES

1.- Introducción

2.- Sistemas incoherentes.

3.- Propiedades de las lentes relativas a la transformada de Fourier.

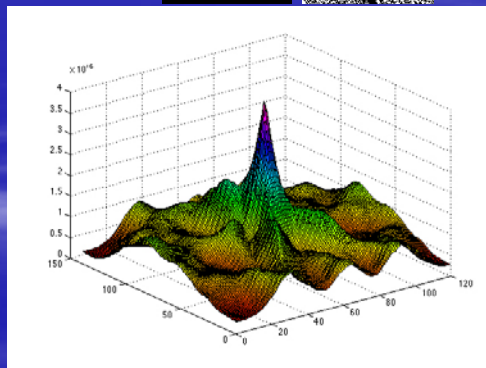
4.- Sistemas coherentes.

5.- El filtro de Vanderlugt.

6.- El correlador óptico.

### 6.1. Fundamentos del reconocimiento óptico de objetos.

Filtro adaptado (en amplitud y fase) al carácter "A"





## Tema 7

## PROCESADO ÓPTICO DE IMÁGENES

1.- Introducción

2.- Sistemas incoherentes.

3.- Propiedades de las lentes relativas a la transformada de Fourier.

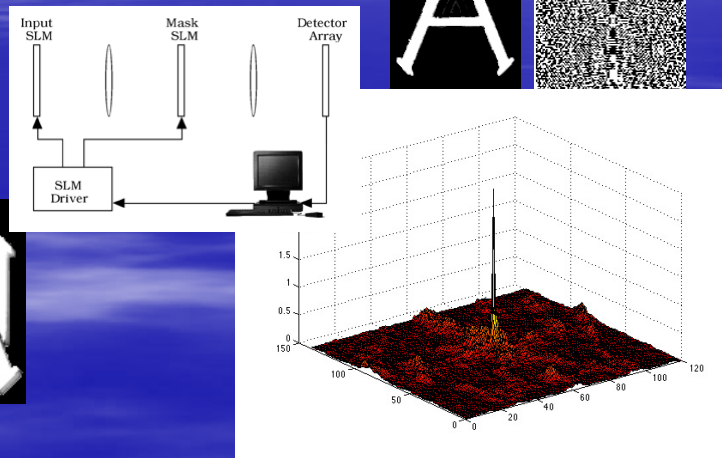
4.- Sistemas coherentes.

5.- El filtro de Vanderlugt.

6.- El correlador óptico.

### 6.1. Fundamentos del reconocimiento óptico de objetos.

Filtro adaptado (sólo de fase)  
al carácter "A"



## Tema 7

## PROCESADO ÓPTICO DE IMÁGENES

1.- Introducción

2.- Sistemas incoherentes.

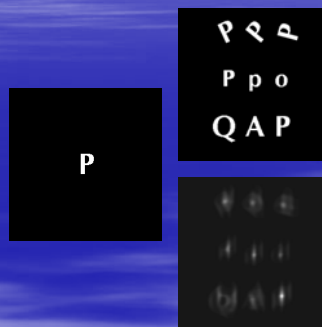
3.- Propiedades de las lentes relativas a la transformada de Fourier.

4.- Sistemas coherentes.

5.- El filtro de Vanderlugt.

6.- El correlador óptico.

### 6.1. Fundamentos del reconocimiento óptico de objetos.



Ejemplo del resultado (parte inferior derecha de la figura) de la inserción de un filtro adaptado a la letra P en un correlador óptico con la escena de la parte superior derecha como entrada.



## Tema 7

- 1.- Introducción
- 2.- Sistemas incoherentes.
- 3.- Propiedades de las lentes relativas a la transformada de Fourier.
- 4.- Sistemas coherentes.
- 5.- El filtro de Vanderlugt.
- 6.- El correlador óptico.

### PROCESADO ÓPTICO DE IMÁGENES

6.2. Criterios de calidad.

**Capacidad de discriminación ("Discrimination Capacity", DC).**  
cociente entre la correlación del objeto a rechazar con el objeto que se busca y la autocorrelación.

**Relación señal-ruido ("Signal to Noise-Ratio", SNR).**  
cociente entre el valor esperado de la intensidad de la autocorrelación en el origen (suponiendo que el objeto está centrado) dividido por la varianza de dicha correlación.

**Relación entre el máximo y la energía de la correlación ("Peak to Correlation Energy", PCE).**  
cociente entre la intensidad en el pico de autocorrelación y la energía total en el plano de correlación. Interesa que los máximos de correlación sean lo más estrechos posible y que toda la energía esté concentrada en los mismos.

**Eficiencia de luz.**  
cociente entre la energía en la región de correlación y la energía en el plano de entrada.

- 1.- In...
- 2.- Si inco...
- 3.- Pr las le la tra Fouri
- 4.- Sis coher
- 5.- El Vand
- 6.- El óptic

### OPTICAL COLOR PATTERN RECOGNITION BASED ON LINEAR MODELS OF SURFACE AND ILLUMINANT SPECTRA

Juan L. Nieves\*, Javier Hernández-Andrés, Eva M. Valero, Javier Romero  
Departamento de Óptica, Facultad de Ciencias, Universidad de Granada, 18071-Granada, SPAIN  
\*E-mail: jnieves@ugr.es Phone: +34 958 242929 Fax: +34 958 248533

Figure 1: Scheme of the optical correlation based algorithm proposed. The output is derived from an arithmetic or logical operation L (i.e. addition, AND, etc.) applied to the multiple input channels.

Figure 2: Input color image captured under (left) D65 illuminant and (right) one of the test illuminants.



## HYPERCOMPLEX AUTO- AND CROSS-CORRELATION OF COLOR IMAGES

Stephen J. Sangwine  
The University of Reading, Whiteknights, Reading, RG6 6AY, England  
Email: s.j.sangwine@reading.ac.uk

Todd A. Eli  
5820 Oak View Court, Savage, Minnesota, USA  
Email: t.elli@ieee.org

### Abstract

Autocorrelation and cross-correlation have been defined and utilized in signal and image processing for many years, but not for color or vector images. In this poster we present for the first time a definition of correlation applicable to color images, based on quaternions or hypercomplex numbers. We have derived a visualization of the result using the polar form of a quaternion in which color denotes quaternion eigenaxis and phase, and a grayscale image represents the modulus.

### 3. Color image representation

A color image in RGB color space may be represented using hypercomplex numbers by encoding the red, green and blue components of the RGB value as a pure quaternion:

$$f(x, y) = ir(x, y) + js(x, y) + kb(x, y)$$

where  $r(x, y)$  is the red component of the color image and similarly for the green and blue components. The reason for choosing this representation is that the RGB values represent a 3-space vector (a point in RGB space), as does the pure quaternion.

### 8. Results - autocorrelation of natural images

Autocorrelation of the 'Lena' image (256 x 256 pixels). Left to right: original image, modulus, phase, eigenaxis.

### 8. Results - cross-correlation

Cross-correlation of the 'Lena' image. Top row: original image, modulus, phase, eigenaxis. Bottom row: original image, modulus, phase, eigenaxis.

### 1. Introduction

As part of our work on Fourier transforms of color images using hypercomplex, or quaternion Fourier transforms [1], we have considered the problem of defining the autocorrelation of a color image, and the cross-correlation of two color images. We show in this poster that there is a natural extension of the definition of correlation from the case based on complex numbers to one based on hypercomplex numbers or quaternions (discovered by Hamilton in 1843 [2]), and we present a visualization of the hypercomplex result.

### 4. Hypercomplex correlation formula

We use the standard definition of cross-correlation of two images  $g, h$ , but both images and the result are hypercomplex:

$$r(n, m) = \sum_{p=0}^{N-1-n} \sum_{q=0}^{M-1-m} f(p, q) \overline{g(p+n, q+m)}$$

Our current implementation is based on explicit evaluation and is  $O(N^2M^2)$ . We preprocess the images to subtract the DC value (essential to obtain meaningful phase).

### 7. Results - autocorrelation of test images

Autocorrelation of the 'Lena' image with the '255' and '255' images. Left to right: original image, modulus, phase, eigenaxis.

### 9. Conclusions

- Auto- and cross-correlation can be extended to color images using hypercomplex numbers.
- Worth pursuing a hypercomplex Fourier transform realization (for practical speed and numeric accuracy).
- Cross-correlation could be utilized in applications like object location, image registration using color inputs.

### 2. Hypercomplex numbers

A quaternion (Cayleyan)  $q = a + ib + jc + kd$   
 $|q| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}$   
 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  real.  
 $i, j, k$  complex.  
 $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$   
 $ij = k, jk = i, ki = j$   
 $ji = -k, kj = -i, ik = -j$

Conjugate and modulus:  
 $\bar{q} = a - ib - jc - kd$   
 $|q| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}$

If  $\alpha = 0$  the quaternion is pure, and if  $|q| = 1$  it is a unit quaternion.  
 Scalar/vector form:  
 $q = S(q) + V(q)$   
 where  $S(q) = a$ , and  $V(q) = ib + jc + kd$

### 3. Visualization

Quaternion polar form:  
 $q = |q|e^{i\phi}$   
 $\mu = \sin \phi \leq \pi$  is a unit pure quaternion, and  $0 \leq \phi \leq \pi$  is the eigenaxis and  $\phi$  is the eigenangle or phase:  
 $\mu = V(q)/|V(q)|$   
 $\phi = \tan^{-1}(|V(q)|/S(q))$

Modulus: log grayscale:  
 $M = \frac{\log(1 + |q|)}{\log(1 + K)}$   
 where  $K$  is the largest modulus in the image.  
 Phase: hue of the color space [4].  
 Eigenaxis: using unit RGB vectors centered at mid-gray [5].

## PROCESSING OF COLOUR IMAGES USING HYPERCOMPLEX NUMBERS

Stephen J. Sangwine, Carolyn J. Evans  
The University of Reading, Whiteknights, Reading, RG6 6AY, England  
Email: (S.J.Sangwine)(C.J.Evans)@reading.ac.uk

Todd A. Eli  
5820 Oak View Court, Savage, Minnesota, USA  
Email: t.elli@ieee.org

### Abstract

We present in this poster overviews of some recent and ongoing work on processing of colour images using hypercomplex numbers (or quaternions). Since 1995, Fourier transforms and basic linear image processing operations such as correlation have been a focus for applying hypercomplex numbers to colour images. More recently, work has also included development of new image filters based on correlation with hypercomplex masks. We present here a broad overview of our work.

### Hypercomplex numbers

Quaternion	Complex	General Form	Additional Details
$q = a + ib + jc + kd$	$z = a + ib$	$q = a + b\mu$	$\mu = \frac{V(q)}{ V(q) }$
$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$	$i^2 = -1$	$\mu^2 = -1$	$\mu = k, \mu = j, \mu = i$
$ij = k, jk = i, ki = j$	$ij = -ji$	$\mu = k, \mu = j, \mu = i$	$\mu = k, \mu = j, \mu = i$
$ji = -k, kj = -i, ik = -j$	$ji = -ij$	$\mu = k, \mu = j, \mu = i$	$\mu = k, \mu = j, \mu = i$

The complex numbers cannot be ordered. The quaternion numbers cannot be ordered, and multiplication is not commutative.

### Color Sensitive Edge Detection

Hypercomplex image filters have also been designed for the purpose of colour-sensitive edge detection. For example,

- detecting  $C_1 \rightarrow C_2$ -coloured edges, where  $C_1$  and  $C_2$  are non-adjacent.
- detecting all edges of a  $C_2$ -coloured object, where  $C_1$  is user-defined.

Left to right: original image, edge detected image, binary edge image.

Left to right: original image, edge detected image, binary edge image.

### Results - autocorrelation of natural images

Autocorrelation of the 'Lena' image (256 x 256 pixels). Left to right: original image, modulus, phase, eigenaxis.

Autocorrelation of the '255' image (256 x 256 pixels). Left to right: original image, modulus, phase, eigenaxis.

### Quaternions

- General Form  $Q = a + ib + jc + kd$
- Scalar part  $S(Q) = a$ , Vector part  $V(Q) = ib + jc + kd$
- If  $S(Q) = 0$ , then  $Q$  is a pure quaternion.
- Multiplication of pure quaternions,  
 $S(PQ) = -P \cdot Q, V(PQ) = P \times Q, PQ \neq QP$ .
- Pure quaternions can be used to represent RGB colour spaces with the origin shifted to mid-gray, i.e.  
 $Q = r(R - O) + g(G - O) + b(B - O)$ .
- Polar Form  $Q = |Q| \exp(i\phi)$  (cf. complex numbers)
- Rotating by  $\phi$  about the axis  $\mu$ ,  
 $Q' = \exp(i\phi) Q \exp(-i\phi)$ .
- If  $\mu$  is the colour intensity axis,  $\frac{1}{\sqrt{2}}(i + j + k)$ , then the hue of the colour represented by  $Q$  and  $Q'$  differ by  $\phi$ .

### Hypercomplex chromatic edge detector[1]

- Chromatic edge: sharp transition in hue or saturation.
- Achromatic edge: sharp intensity transition alone.
- Chromatic edge enhancement by hypercomplex convolution  $L + Q_1 \mu + R$ .
- $L = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$  when  $\mu = \frac{1}{\sqrt{2}}(i + j + k)$  and  $A = \exp(i\tau)$ .
- Achromatic edges and homogeneous coloured regions in the original image appear grey in the filtered image, but chromatic edges have a defined hue.

Lena image (left), Results of chromatic edge detection (right). The result image is a colour image with grey points corresponding to non-edge pixels (see text).

### Hypercomplex Fourier transform[2]

$$F(u, v) = S \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} e^{-i\mu 2\pi (\frac{mu}{M} + \frac{nv}{N})} f(m, n)$$

$$f(m, n) = S \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} e^{i\mu 2\pi (\frac{mu}{M} + \frac{nv}{N})} F(u, v)$$

where  $S = 1/\sqrt{MN}$ , and  $\mu$  is any unit pure quaternion. (We can also define a right handed version of this transform, which is very closely related.)

### Hypercomplex Correlation[3]

Correlation is another basic operation in signal and image processing and it is possible to generalize the complex formula to hypercomplex signals and images. We use the standard definition of cross-correlation of two images (see for example: Gonzalez and Woods), but both images and the result are hypercomplex, and the conjugate is hypercomplex:

$$r(n, m) = \sum_{p=0}^{N-1-n} \sum_{q=0}^{M-1-m} f(p, q) \overline{g(p+n, q+m)}$$

Visualization utilizes polar form of quaternion result.