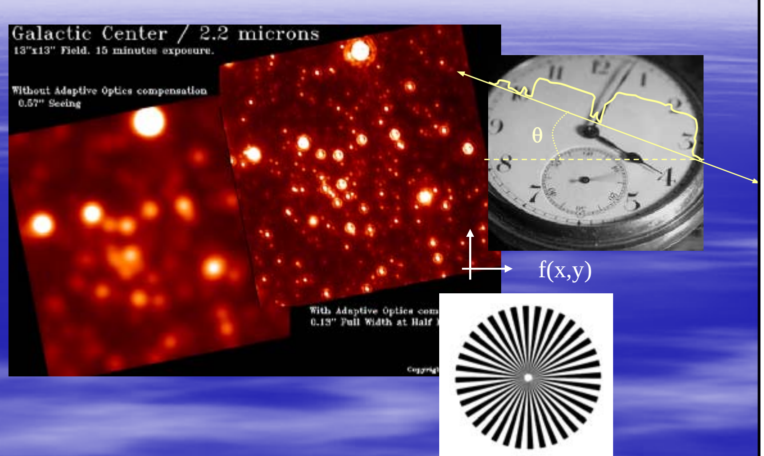
Tema 6

TEORÍA DIFRACCIONAL DE LA FORMACIÓN DE IMÁGENES (II): ANÁLISIS EN FRECUENCIAS DE LOS SISTEMAS ÓPTICOS



Conocimientos previos: Análisis de Fourier y sistemas físicos, Difracción

Juan Luis Nieves
Dpto. Óptica. Fac. Ciencias
Universidad de Granada
18071-Granada (SPAIN)
e-mail: jnieves@ugr.es

Tema 6

TEORÍA DIFRACCIONAL DE LA FORMACIÓN DE IMÁGENES (II): ANÁLISIS EN FRECUENCIAS DE LOS SISTEMAS ÓPTICOS

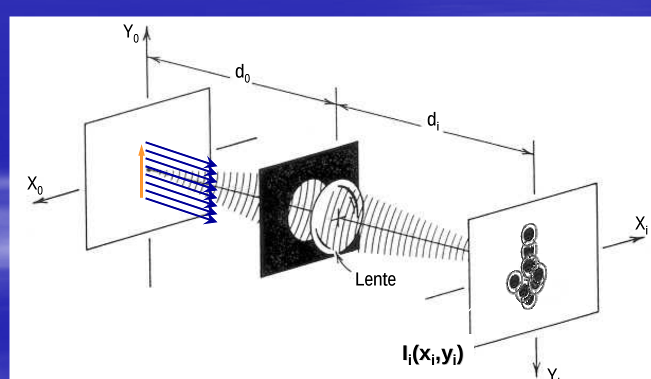
1.- Introducción

2.- Respuesta fecuencial de los sistemas coherentes

3.- Respuesta frecuencial de los sistemas incoherentes

- Teoría difraccional de la formación de imágenes

Difracción
Aberraciones
⟺ CALIDAD DE LA IMAGEN ÓPTICA



Juan Luis Nieves
Dpto. Óptica. Fac. Ciencias
Universidad de Granada
18071-Granada (SPAIN)
e-mail: jnieves@ugr.es

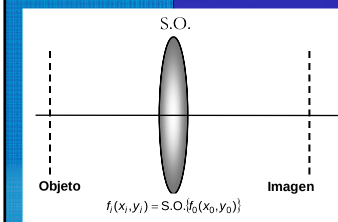
Tema 6

TEORÍA DIFRACCIONAL DE LA FORMACIÓN DE IMÁGENES (II): ANÁLISIS EN FRECUENCIAS DE LOS SISTEMAS ÓPTICOS

- 1.- Introducción
- 2.- Respuesta fecuencial de los sistemas coherentes
- 3.- Respuesta frecuencial de los sistemas incoherentes

Sistemas ópticos como *sistemas* que transforman una entrada (objeto) en una salida (imagen).

Principio de superposición



$$V_i(x_i,y_i)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} h(x_i,y_i;X_0,Y_0)\,V_0(X_0,Y_0)\,dX_0dY_0$$

"Respuesta impulso"

$$h(x_i,y_i;x_0,y_0)=\frac{1}{\lambda^2 d_0 d_i}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\mathcal{P}(x,y)\exp\left\{\frac{-ik}{d_i}\left[(x_i+\beta x_0)x+(y_i+\beta y_0)y\right]\right\}dxdy$$

• **Función pupila:** $\mathcal{P}(x,y)=|\mathcal{P}(x,y)|\exp[ikW(x,y)]$

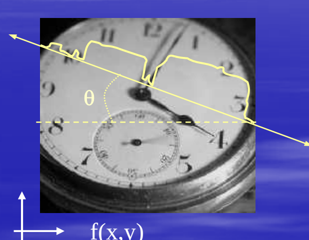
Juan Luis Nieves
Dpto. Óptica. Fac. Ciencias
Universidad de Granada
18071-Granada (SPAIN)
e-mail: jnieves@ugr.es

Tema 6

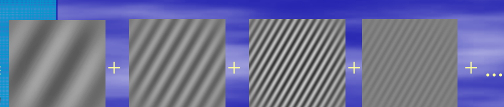
TEORÍA DIFRACCIONAL DE LA FORMACIÓN DE IMÁGENES (II): ANÁLISIS EN FRECUENCIAS DE LOS SISTEMAS ÓPTICOS

- 1.- Introducción
- 2.- Respuesta fecuencial de los sistemas coherentes
- 3.- Respuesta frecuencial de los sistemas incoherentes

FORMALISMO DE LA ÓPTICA DE FOURIER { **Los sistemas ópticos como operadores lineales que transforman una entrada sinusoidal en una salida sinusoidal.**



$f_o(x,y) \equiv$



Amplitud de la componente de frecuencia espacial $f=(f_x^2+f_y^2)^{1/2}$ y orientación $\tan\theta=f_x/f_y$

$$f_o(x,y)=\iint F(f_x,f_y)\exp[-i2\pi(f_x x+f_y y)]df_x df_y$$

Juan Luis Nieves
Dpto. Óptica. Fac. Ciencias
Universidad de Granada
18071-Granada (SPAIN)
e-mail: jnieves@ugr.es

TEORÍA DIFRACCIONAL DE LA FORMACIÓN DE IMÁGENES (II): ANÁLISIS EN FRECUENCIAS DE LOS SISTEMAS ÓPTICOS

Sistemas lineales en la amplitud

$$V_i(x_i,y_i)=\tilde{h}\otimes V_g$$

TF

$$G_i(f_x,f_y)=H(f_x,f_y)\,G_g(f_x,f_y)$$

Función de Transferencia Coherente:

$$H(f_x,f_y)=\mathcal{P}(-\lambda d_i\bar{x},-\lambda d_i\bar{y}) \equiv H(f_x,f_y)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\tilde{h}(x_i,y_i)\exp[-2\pi i(f_x x_i+f_y y_i)]dx_i dy_i$$

Función Pupila P(x,y) $\xrightarrow{TF}$ Respuesta Impulso h(x_i,y_i)

TF

Juan Luis Nieves
Dpto. Óptica. Fac. Ciencias
Universidad de Granada
18071-Granada (SPAIN)
e-mail: jnieves@ugr.es

Tema 6

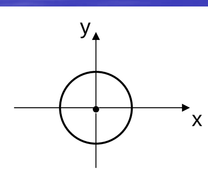
TEORÍA DIFRACCIONAL DE LA FORMACIÓN DE IMÁGENES (II): ANÁLISIS EN FRECUENCIAS DE LOS SISTEMAS ÓPTICOS

1.- Introducción
2.- Respuesta fecuencial de los sistemas coherentes
3.- Respuesta frecuencial de los sistemas incoherentes

Sistemas lineales en la amplitud

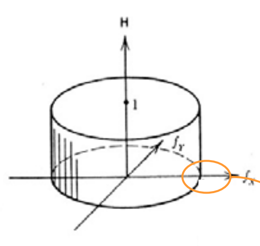
$$V_i(x_i,y_i)=\tilde{h}\otimes V_g$$

***Ejemplo*: CTF para un instrumento con pupila circular**



$$\mathcal{P}(x,y)=|P(x,y)|\exp[ikW(x,y)]$$

$$P(x,y)=circ\left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{r}\right)$$



Función de Transferencia:

$$H(f_x,f_y)=circ\left(\frac{\sqrt{f_x^2+f_y^2}}{r/\lambda d_i}\right)$$

Frecuencia límite ρ_{lim}= r/λd_i= σ'/ λ

Juan Luis Nieves
Dpto. Óptica. Fac. Ciencias
Universidad de Granada
18071-Granada (SPAIN)
e-mail: jnieves@ugr.es

3.1. Función de Transferencia Óptica (OTF)

Sistemas lineales en la intensidad $I_i(x_i,y_i) = |\tilde{h}|^2 \otimes I_g$

TF

$$G_i(f_x,f_y) = \mathcal{H}(f_x,f_y)\, G_g(f_x,f_y)$$

Función Pupila P(x,y)

Autocorrelación

Función de Transferencia Óptica (OTF):

$$\mathcal{H}(f_x,f_y)=\frac{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\mathcal{P}^*\left(x+\frac{\lambda d_i f_x}{2},y+\frac{\lambda d_i f_y}{2}\right)\mathcal{P}\left(x-\frac{\lambda d_i f_x}{2},y-\frac{\lambda d_i f_y}{2}\right)dxdy}{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}|\mathcal{P}(x,y)|^2dxdy} \equiv \mathcal{H}(f_x,f_y)=\frac{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}|\tilde{h}(x_i,y_i)|^2\exp\left[-2\pi i(f_x x_i+f_y y_i)\right]dx_i dy_i}{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}|\tilde{h}(x_i,y_i)|^2dx_i dy_i}$$

TF

| Respuesta Impulso $h(x_i,y_i)$ |^2

Juan Luis Nieves
Dpto. Óptica. Fac. Ciencias
Universidad de Granada
18071-Granada (SPAIN)
e-mail: jnieves@ugr.es

Tema 6

TEORÍA DIFRACCIONAL DE LA FORMACIÓN DE IMÁGENES (II):
ANÁLISIS EN FRECUENCIAS DE LOS SISTEMAS ÓPTICOS

1.- Introducción

2.- Respuesta fecuencial de los sistemas coherentes

3.- Respuesta frecuencial de los sistemas incoherentes

3.2. Interpretación geométrica de la OTF y ejemplos7

Función Pupila P(x,y)

Autocorrelación

$$\mathcal{H}(f_x,f_y)=\frac{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\mathcal{P}^*\left(x+\frac{\lambda d_i f_x}{2},y+\frac{\lambda d_i f_y}{2}\right)\mathcal{P}\left(x-\frac{\lambda d_i f_x}{2},y-\frac{\lambda d_i f_y}{2}\right)dxdy}{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}|\mathcal{P}(x,y)|^2dxdy} \equiv \frac{\text{Área de solapamiento de pupilas desplazadas}}{\text{Área total}}$$

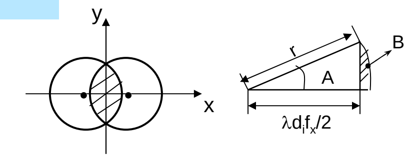
Juan Luis Nieves
Dpto. Óptica. Fac. Ciencias
Universidad de Granada
18071-Granada (SPAIN)
e-mail: jnieves@ugr.es

Tema 6

TEORÍA DIFRACCIONAL DE LA FORMACIÓN DE IMÁGENES (II): ANÁLISIS EN FRECUENCIAS DE LOS SISTEMAS ÓPTICOS

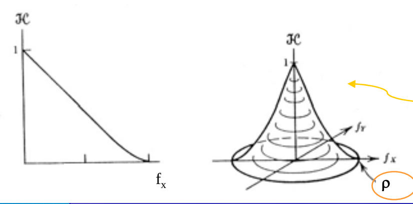
3.2. Interpretación geométrica de la OTF y ejemplos

Ejemplo: OTF para un instrumento perfecto ⇒ $\mathcal{P}(\bar{x}\lambda d_i, \bar{y}\lambda d_i) = cte$



$$Área\,(A+B) = \frac{\theta}{2\pi}\pi r^2 = \pi r^2 \frac{\cos^{-1}(\lambda d_i f_x / 2r)}{2\pi}$$

$$Área\,(A) = \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda d_i f_x}{2}\right)\sqrt{r^2 - \left(\frac{\lambda d_i f_x}{2}\right)^2}$$



Función de Transferencia:

$$\mathcal{H}(\rho) = \frac{2}{\pi}\left[\cos^{-1}(\lambda d_i \rho / 2r) - \frac{\lambda d_i \rho}{2r}\sqrt{1 - (\lambda d_i \rho / 2r)^2}\right]$$

Frecuencia límite $\rho_{lím} = 2r/\lambda d_i = 2\sigma' / \lambda$

Juan Luis Niev
Dpto. Óptica. Fac.
Universidad de Gr
18071-Granada (S
e-mail: jnieves@u

Tema 6

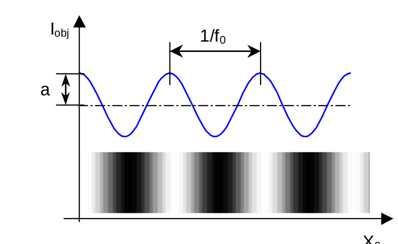
TEORÍA DIFRACCIONAL DE LA FORMACIÓN DE IMÁGENES (II): ANÁLISIS EN FRECUENCIAS DE LOS SISTEMAS ÓPTICOS

3.2. Ej: Imagen de una red sinusoidal

? $G_{im}(f_x) = \mathcal{H}(f_x)\, G_{obj}(f_x)$

Espectro del objeto:

$$\delta(f_x) + \frac{a}{2}\left[\delta(f_x - f_0) + \delta(f_x + f_0)\right]$$



$$I_{obj}(x_0) = 1 + a\cos(2\pi f_0 x_0)$$

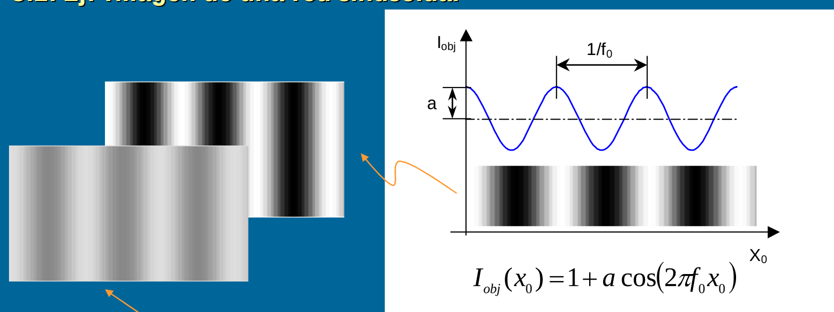
$$I_{im}(x_i) = TF^{-1}[G_{im}] = \mathcal{H}(0) + \frac{a}{2}\mathcal{H}(f_0)\exp(i2\pi f_0 x_i) + \frac{a}{2}\mathcal{H}(-f_0)\exp(-i2\pi f_0 x_i)$$

La imagen sigue siendo sinusoidal y de igual frecuencia ...

Tema 6

TEORÍA DIFRACCIONAL DE LA FORMACIÓN DE IMÁGENES (II): ANÁLISIS EN FRECUENCIAS DE LOS SISTEMAS ÓPTICOS

3.2. Ej: Imagen de una red sinusoidal



$$I_{obj}(x_0) = 1 + a\cos(2\pi f_0 x_0)$$

$$I_{im}(x_i) = \mathcal{H}(0)\left[1 + a\frac{|\mathcal{H}(f_0)|}{\mathcal{H}(0)}\cos[2\pi f_0 x_i + \phi(f_0)]\right]$$

... y de hecho sigue siendo un coseno de igual frecuencia aunque con posibles cambios en la fase y el contraste.

Juan L
Dpto. Ó
Univers
18071-
e-mail:

Tema 6

TEORÍA DIFRACCIONAL DE LA FORMACIÓN DE IMÁGENES (II): ANÁLISIS EN FRECUENCIAS DE LOS SISTEMAS ÓPTICOS

3.2. Interpretación geométrica de la OTF y ejemplos

Ejemplo: OTF para un instrumento con aberraciones $\mathcal{P}(x,y) = |P(x,y)|\exp[ikW(x,y)]$

✓ Las aberraciones nunca incrementan el módulo de la OTF

$$|\mathcal{H}(f_x,f_y)|^2 = \left|\frac{\displaystyle\iint_{A(f_x,f_y)} \exp\left\{ik\left[W\left(x+\frac{\lambda d_i f_x}{2}, y+\frac{\lambda d_i f_y}{2}\right) - W\left(x-\frac{\lambda d_i f_x}{2}, y-\frac{\lambda d_i f_y}{2}\right)\right]\right\}dxdy}{\displaystyle\iint_{A(0,0)} dxdy}\right|^2 \le$$

$$\le \left|\frac{\displaystyle\iint_{A(f_x,f_y)} dxdy}{\displaystyle\iint_{A(0,0)} dxdy}\right|^2 = |\mathcal{H}_{perfecto}(f_x,f_y)|^2 \longrightarrow \boxed{|\mathcal{H}(f_x,f_y)| \le |\mathcal{H}_{perfecto}(f_x,f_y)|}$$

Juan Luis Nieves
Dpto. Óptica. Fac. Ciencias
Universidad de Granada
18071-Granada (SPAIN)
e-mail: jnieves@ugr.es

Tema 6

TEORÍA DIFRACCIONAL DE LA FORMACIÓN DE IMÁGENES (II): ANÁLISIS EN FRECUENCIAS DE LOS SISTEMAS ÓPTICOS

1.- Introducción

2.- Respuesta fecuencial de los sistemas coherentes

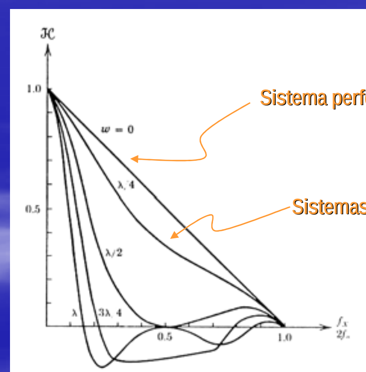
3.- Respuesta frecuencial de los sistemas incoherentes

3.2. Interpretación geométrica de la OTF y ejemplos

Ejemplo: OTF para un instrumento con aberraciones

$$\mathcal{P}(x,y) = |P(x,y)| \exp[ikW(x,y)]$$

✓ Las aberraciones nunca incrementan el módulo de la OTF



Sistema perfecto, W(x,y)=0

Sistemas aberrantes, W(x,y)≠0

Ej.: Sistemas con error de enfoque, W(x,y)≠0

Juan Luis Nieves
Dpto. Óptica. Fac. Ciencias
Universidad de Granada
18071-Granada (SPAIN)
e-mail: jnieves@ugr.es

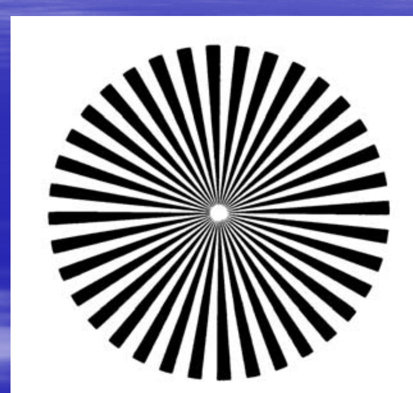
Tema 6

TEORÍA DIFRACCIONAL DE LA FORMACIÓN DE IMÁGENES (II): ANÁLISIS EN FRECUENCIAS DE LOS SISTEMAS ÓPTICOS

1.- Introducción

2.- Respuesta fecuencial de los sistemas coherentes

3.- Respuesta frecuencial de los sistemas incoherentes



Juan Luis Nieves
Dpto. Óptica. Fac. Ciencias
Universidad de Granada
18071-Granada (SPAIN)
e-mail: jnieves@ugr.es