Análisis matemático - Curso 2021/2022
Grado en Ingeniería de Tecnologías de Telecomunicación

Examen - Convocatoria extraordinaria - 07/02/2022

Ejercicio I (1 punto) Calcula el límite $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\displaystyle\int_0^{x^2} \operatorname{sen}(t)\ln(1+t)dt}{\operatorname{sen}(x^6)}$.

Ejercicio II (2 puntos) Determinar la imagen y el número de raíces de la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por $f(x)=5^x-x$ para cada $x\in\mathbb{R}$.

Ejercicio III (2 puntos) Para cada $a>0$ calcula el área máxima que puede tener un rectángulo cuya base está sobre el eje de abcisas, que tiene un vértice en el origen y el vértice diagonalmete opuesto sobre la gráfica de la función $f(x)=1-x^a$ con $x\in[0,1]$.

Ejercicio IV (2.5 puntos)

a) Obtener y clasificar los puntos críticos de la función $f:\mathbb{R}^2\longrightarrow\mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y)=x^4+2x^2y-x^2+4y^2.$$

b) Calcular los extremos absolutos de la función $f(x,y)=\frac{x}{2}-xy^2$ en el conjunto

$$A=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\ :\ x^2+y^2\leqslant 1\}.$$

Ejercicio V (2.5 puntos) Calcular las siguientes integrales:

a) $\displaystyle\iint_B \sqrt{1-x}\,d(x,y)$ donde B es el conjunto encerrado por las curvas $y=x^2$ e $y=x$.

b) $\displaystyle\iint_C \sqrt{9-x^2-y^2}\,d(x,y)$ donde $C=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\ :\ 1\leqslant x^2+y^2\leqslant 9,\ y\geqslant 0\}$.