Departamento de Análisis Matemático, Universidad de Granada

Análisis Matemático, Grado en Ingeniería de Tecnologías de Telecomunicación

Convocatoria extraordinaria de febrero de 2020

Ejercicio 1. (**2 puntos**) Probar que se cumple la desigualdad $(1+x)^3 \leqslant 4(1+x^3)$ para cada $x \geqslant -1$.

Ejercicio 2. (**2.5 puntos**)

a) Calcula el límite $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\displaystyle\int_0^x \operatorname{sen}(t)\log(1+t)\,dt}{x^3}$.

b) Calcula el campo de convergencia de la serie de potencias $\displaystyle\sum_{n\geqslant 1} \frac{x^n}{n^2 2^n}$.

Ejercicio 3. (**1.5 puntos**) Clasificar los puntos críticos de la función $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = -8y^2 + 8yx^2 - x^4 - 2x^2 \qquad ((x,y)\in\mathbb{R}^2).$$

Ejercicio 4. (**2 puntos**) Calcula:

a) La integral $\displaystyle\iint_A \frac{1}{(x^2+y^2)^2}\,d(x,y)$ donde $A = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \colon x^2+y^2 \geqslant 1,\ x \leqslant y,\ y \leqslant 1\}$.

b) La masa del cono $\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \colon x^2+y^2 \leqslant z^2,\ 0 \leqslant z \leqslant 1\}$ cuya densidad viene dada por la función $f(x,y,z) = 3 - x^2 - y^2 - z^2$.

Ejercicio 5. (**2 puntos**) Calcular los extremos absolutos de la función $f(x,y) = x - y^2$ en el conjunto

$$A = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \colon x^2+y^2 \leqslant 1,\ x \leqslant y\}.$$

Extra (**1.5 puntos**) Calcular $\displaystyle\int_0^\pi \cos(x)\operatorname{sen}(nx)\,dx$ para cada $n\in\mathbb{N}$.

Granada, 10 de febrero de 2020.