Números reales y funciones elementales

Ejercicio 1

Calcular para qué valores de x se verifica que $\frac{2x-3}{x+2} \leqslant \frac{1}{3}$.

Ejercicio 2

Encontrar aquellos valores de x que verifican que:

a) $\frac{1}{x} + \frac{1}{1-x} > 0$,

b) $x^2 - 5x + 9 > x$,

c) $x^3(x-2)(x+3)^2 < 0$,

d) $x^2 \leqslant x$,

e) $x^3 \leqslant x$,

f) $x^2 - (a+b)x + ab < 0$.

Ejercicio 3

Discutir para qué valores de x se verifica que:

a) $|x-1||x+2| = 3$,

b) $|x^2 - x| > 1$,

c) $|x-1| + |x+1| < 1$,

d) $|x+1| < |x-3|$.

Ejercicio 4

Resolver las siguientes inecuaciones:

a) $|x-5| < |x+1|$,

b) $|x-3| < 0$.

Ejercicio 5

¿Para qué valores de x se cumple la desigualdad $x^2 - 3x - 2 < 10 - 2x$?

Ejercicio 6

Calcular, si existen, el supremo, ínfimo, máximo y mínimo de los siguientes conjuntos:

a) $A = [0,1] \cup [2,3[$,

b) $A = \{2n \ : \ n \in \mathbb{N}\}$,

c) $A = \left\{x \in \mathbb{R} \ : \ \left|x^2 + 2x + 1\right| < \frac{1}{2}\right\}$,

d) $A = [\sqrt{2}, +\infty[\cap \mathbb{Q}$.

Ejercicio 7. Si $f(x) = 1/x$ y $g(x) = 1/\sqrt{x}$, ¿cuáles son los dominios naturales de f, g, $f+g$, fg y de las composiciones $f \circ g$ y $g \circ f$?

Ejercicio 8. Probar que si $f(x) = \frac{1}{1-x}$ entonces $f \circ f \circ f(x) = x$.

Ejercicio 9. Probar las sigientes igualdades:

a) $\cos(\arctan(x)) = \sqrt{\frac{1}{1+x^2}} \ \forall x \in \mathbb{R}$.

b) $\big(\operatorname{sen}(x) + \cos(x)\big)^4 = 1 + 2\operatorname{sen}(2x) + \operatorname{sen}^2(2x)$