

Departamento de Análisis Matemático, Universidad de Granada

Convocatoria extraordinaria de Variable Compleja I  
Grado en Matemáticas y Grado en Física y Matemáticas

**Ejercicio 1. (2.5 puntos)** Calcular

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(x)}{(x^2 + x + 1)^2} dx.$$

**Ejercicio 2. (2.5 puntos)** Sea  $f : \overline{D}(0, 1) \rightarrow \mathbb{C}$  continua en  $\overline{D}(0, 1)$  y holomorfa en  $D(0, 1)$  de modo que  $f(z) \in \mathbb{R}$  para cada  $z \in \mathbb{C}$  con  $|z| = 1$ . Probar que  $f$  es constante.

**Ejercicio 3. (2.5 puntos)** Probar que las únicas funciones enteras e inyectivas son los polinomios de grado uno.

**Ejercicio 4. (2.5 puntos)** Sean  $f, g$  holomorfas en  $\mathbb{C} \setminus \{0\}$  verificando  $f(n) = n^2 g(n)$  para cada  $n \in \mathbb{N}$ . Supongamos que existen  $\lim_{z \rightarrow \infty} f(z) \in \mathbb{C}$  y  $\lim_{z \rightarrow \infty} z^2 g(z) \in \mathbb{C}$ . Probar que  $f(z) = z^2 g(z)$  para cada  $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ .

*Granada, 10 de febrero de 2025*