

Departamento de Análisis Matemático, Universidad de Granada

Prueba intermedia de Variable Compleja I, Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas

Ejercicio 1. (4 puntos) Probar que la serie $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^z}$ converge absolutamente en todo punto del dominio $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z > 1\}$ y uniformemente en cada subconjunto compacto contenido en Ω . Deducir que la función $g : \Omega \rightarrow \mathbb{C}$ dada por

$$g(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^z} \quad (z \in \Omega)$$

es continua en Ω y calcular $\int_{C(\pi,1)} g(z) dz$.

Ejercicio 2. (3 puntos) Estudiar la derivabilidad de la función $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ dada por

$$f(z) = ze^{\bar{z}} \quad (z \in \mathbb{C}).$$

Ejercicio 3.

a) (1.5 puntos) Calcular $\int_{C(0,1)} \frac{\cos(z)}{z(z-3)^3} dz$.

b) (1.5 puntos) Sean f y g dos funciones enteras verificando $f(z) = g(z)$ para cada $z \in \mathbb{T}$. Demostrar que $f(z) = g(z)$ para cada $z \in \overline{D}(0,1)$. **Extra (1.5 puntos)** Probar que, de hecho, $f = g$.

Granada, 7 de mayo de 2024