

Departamento de Análisis Matemático, Universidad de Granada
Variable Compleja I, Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas

Ejercicio 1. (3.5 puntos) Estudiar la convergencia puntual, absoluta y uniforme de la serie $\sum_{n \geq 0} f_n$ donde

$$f_n(z) = \left(\frac{z-1-i}{z+1+i} \right)^{2n} \quad \forall z \in \mathbb{C} \setminus \{-1-i\}.$$

Ejercicio 2. (3.5 puntos) Estudiar la derivabilidad de la función $f: \mathbb{C} \setminus \{-i, i\} \rightarrow \mathbb{C}$ dada por

$$f(z) = \log(1+z^2) \quad (z \in \mathbb{C} \setminus \{-i, i\})$$

y obtener un desarrollo en serie de potencias de f centrado en el origen.

Ejercicio 3.

a) (1.5 puntos) Calcular $\int_{C(0,1)} \frac{e^z}{z(z-2)^2} dz$.

b) (1.5 puntos) Sean f y g dos funciones enteras verificando $f(z) = g(z)$ para cada $z \in \mathbb{T}$. Demostrar que $f(z) = g(z)$ para cada $z \in \overline{D}(0,1)$. **Extra (1.5 puntos)** Probar que, de hecho, $f = g$.

Granada, 25 de abril de 2019