Departamento de Análisis Matemático, Universidad de Granada

Variable Compleja I, Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas

Ejercicio 1. (**3.5 puntos**) Probar que la serie $\sum_{n\geqslant 0} \mathrm{e}^{-zn}$ converge absolutamente en todo punto del dominio $\Omega = \{z \in \mathbb{C} \ : \ \operatorname{Re} z > 0\}$ y uniformemente en cada subconjunto compacto contenido en Ω. Deducir que la función $g : \Omega \to \mathbb{C}$ dada por

$$g(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \mathrm{e}^{-zn} \qquad \big(z \in \Omega\big)$$

es continua en Ω y calcular $\int_{C(2,1)} g(z)\, dz$.

Ejercicio 2. (**3.5 puntos**) Estudiar la derivabilidad de las funciones $f, g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ dadas por

$$f(z) = \cos(\overline{z}) \qquad \text{y} \qquad g(z) = (z-1)f(z) \qquad \forall z \in \mathbb{C}.$$

Ejercicio 3. (**3 puntos**) Sea Ω un abierto de $\mathbb{C}$ y $f \in \mathcal{H}(\Omega)$. Probar que la función $|f|$ no puede tener ningún máximo relativo estricto. Es decir, no pueden existir $z_0 \in \Omega$ y $r > 0$ con $\overline{D}(z_0, r) \subset \Omega$ de modo que $|f(z_0)| > |f(z)|$ para cada $z \in \overline{D}(z_0, r) \setminus \{z_0\}$.

Granada, 25 de abril de 2018