# ¿PODEMOS MEJORAR LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA ESCOLAR, DESDE LA ATENCIÓN A LA DIMENSIÓN HISTÓRICA, SOCIAL Y CULTURAL DE LAS MATEMÁTICAS?

**JOSÉ Mª CARDEÑOSO**
Universidad de Granada

En estos últimos tiempos nos han llovido las informaciones sobre el poco provecho que sacamos de la enseñanza de las matemáticas, medida esta, a través de la formación de los estudiantes alcanzar la en las aulas de matemáticas, tanto de la etapa obligatoria como post obligatoria. Tanto si nos fijamos en los resultados de las evaluaciones PISA, como si leemos atentamente la investigación en educación matemática, aparece el dato constante que denota carencias tanto si se quiere entender en términos competenciales, como si se entiende atendiendo que no existen prácticamente relatos de ensayos de enseñanza que puedan mostrar evidencias del aprovechamiento, por múltiples y diversas causas, de forma estable en los aprendices.

Pero no en vano se están profundizando en las circunstancias que pueden influir en esta evolución de los logros en el aula de matemáticas, y ello desde diferentes marcos de concreción. Así podríamos denotar al menos tres niveles de reflexión donde se puede atender a la mejora de la matemática escolar. Podríamos denotarlos como macro, meso y micro, dependiendo del nivel de concreción posible.

En primer lugar se puede afrontar la problemática a un nivel macro, como nivel de actuación, de índole fundamentalmente socio-política, en al que tanto influye la economía, las dotaciones, los ratio, los recursos,…, en suma, los elementos fundamentales para el desempeño en la escuela de la educación matemática. Así, el profesor Hitt, nos relataba recientemente, como un experimento de enseñanza, con un ratio inferior, origino múltiples mejoras en las condiciones de trabajo en el aula y por ende, en los resultados y logros de los aprendices. También, es innegable que en último término, es responsable del diseño del Currícula Oficial por el que se rige la educación matemática escolar, tanto si nos centramos en el nivel autonómico como nacional. Y como todos sabemos, esto no es inocuo para el desempeño de la labor docente. En este sentido, también rescatar un viejo dicho sobre lo poco que llega a la generalidad de los docentes, estos cambios macro curriculares. Por nuestra parte, quedarnos con que preferimos un marco curricular más amplio, donde tengan cabida las experiencias e innovaciones, donde se pueda reorganizar el propio currículo, o mejor dicho, la organización de la temporalización de las nociones matemáticas que lo pueblan a lo largo de los diversos cursos y niveles.

Por tanto, nuestra postura como formadores de formadores es considerar inaccesible este nivel de actuación, y limitarnos en nuestras aulas de formación inicial o permanente de didáctica de la matemática, a realizar una lectura crítica y reorganizativa del diseño curricular existente, referido a la educación matemática. Entendemos que cuando nuestro punto de vista e implicaciones personales, estuvieron al servicio de la administración andaluza de educación, en la reforma de principios de los noventa, colaborando en el diseño del área de matemáticas, tanto en la Educación Infantil como en Primaria, fue cuando evidenciamos nuestra posición pedagógica, como un marco de referencia explícitamente construcitivista y profesionalizante, dada la responsabilidad y nivel de decisión que se dejaba en las manos de los departamentos didácticos de los centros y en la de los propios profesores en sus aulas (Cardeñoso y otros, 2008).

Pero no será ni un currícula ni otro, ni unas condiciones de mejora en las TIC en el aula ni la superación de ratios tercermundistas, camuflados de aulas para la convergencia europea y de calidad, lo que sea el motor principal del cambio positivo en el aula de matemáticas. Al menos se requiere el desempeño del profesor y la aceptación social de su labor.

La actuación posible en un nivel Meso, tan oficial como el anterior, relativa a la formación de profesores, aunque la entendemos mas de índole estructural, se encuentra actualmente centrado en el cambio de los planes de desarrollo de los futuros grados, con esa tendencia europeísta, al menos en apariencia y, donde parece que se quiere primar la profesionalización de los futuros docentes, en nuestro caso relativo a los grados de maestros y profesores de secundaria del área de matemáticas (Azcárate, 1999).

Pero en estos ámbitos, las relaciones de poder son fundamentales, el famoso coste cero de la universidad, aunque sea a costa de la reutilización de profesionales para ocupar el desempeño de unas materias para las cuales ni tienen información, ni formacíon o interés, realmente. Es la vieja máxima de cuanto mas tengas mas obtienes, si hay mas docencia acabaran llegando mas profesorado, etc., etc…, pero que realmente oculta un deseo de estabilidad, de mantenimiento del estatus dominante, porque realmente estamos hablando de las perspectivas formativas dominante, que por mucho que nos duela, no son ni las aparentemente idóneos ni deseables, pero que son las que imponen su epistemología camuflada de moderna tecnología, identificable con el paradigma dominante según, en términos de Kuhn (1963).

Esta tomas de decisiones influyen en como se diseñan, conciben y negocian los Currícula Oficial para la Formación de los educadores matemáticos, sin que se sepa aun nada de esos famosos ratios europeístas, falseados por los grandes números de los cuales se sacan los interesados promedios que llevan a concebir nuestro campus, como un campus realmente de excelencia. Pero tampoco se sabe la carga de trabajo para los formadores, ni cómo ni cuándo podrán atender personalizadamente en la guía necesaria para todo ese potencial trabajo autonomo a realizar por los estudiantes, cuestión claramente inviable si se mantienen los 150 alumnos por grupo, por mucho que se divida en subgrupos de 60/75 para realizar practicas mecanizadas, aisladas de la teoria y usualmente desempeñadas por diferentes docentes, para satisfacción del modelo de practicas, como si de una facultad de ciencias, a la vieja usanza se tratara, con el modelo de laboratorio científico instaurado.

Es imposible que no influyan, esta epistemología dominante y el impositivo legal del coste cero impuesto desde los rectorados, en  la estructura y gestión metodológica de la formación inicial, tanto en el grado de infantil, primaria o secundaria, como se esta empezando a ver con claridad.

Es por tanto, que en este segundo nivel de posibles actuaciones que llamábamos meso, habremos de invocar la famosa libertad de cátedra, para que no se nos impongan visiones estáticas convenidas, pretéritas e involucionistas, para poder ejercer el modelo de docente que creemos representar, donde es fundamental la dialéctica del estudio critico de casos informados convenientemente, desde el uso inteligente de la teoría y la practica que ilustra los programas de las materias didáctico matemáticas que desempeñamos en esta universidad. Es decir, tenemos que lograr interpretar ese marco desde nuestra visión. Que además, contrariamente al denotado común sentir, puede considerarse más bien como un símbolo de calidad, ajena a tanta endogamia de oficio.

Será, desde nuestra manera de concebir el área de didáctica de las matemáticas, desde la explicitación y aceptación de nuestro modelo docente, constructivista, critico, investigativo y social, como puede valorarse nuestra docencia, tanto en su diseño, como en su implementación en aula, desde las ya publicadas repetidas veces, perspectivas teóricas, con las que entendemos el trabajo de la formación inicial y permanece del profesorado de matemáticas, así como en la forma de evaluación que se lleva a cabo.

Es por tanto, que son nuestros fines lograr formar a un profesional de la educación matemática competente y autónomo, creativo, consciente de su modelo didáctico personal, crítico e innovador, investigativo y reflexivo en y sobre su propia practica. Capaz de diseñar escenarios de aprendizajes, desarrollarlos por la técnica de proyectos (Batanero, y Díaz, 2004) y evaluar y ajustar la gestión del proceso formativo, mediante la técnica de portafolios (Kelly y Lehs, 2000). En suma, capacitado para el desarrollo de competencias entre sus escolares, tanto generales como específicas del campo de las matemáticas, a través del trabajo contextualizando con problemas realistas del entorno socio-cultural del aprendiz.

Será el tercer nivel Micro, actuación posible, donde por ser de índole ideológica-personal, es el que mas influye en último término en la concreción, organización y diseño de los Currícula, transformando la epistemología y sentido del conocimiento matemático escolar, donde nos vamos a mover para mostrar tres ejemplos de actuación donde se toma en consideración los tres apartados que el titulo cuestiona, la dimensión histórica, la dimensión cultural y la dimensión social de las matemáticas.

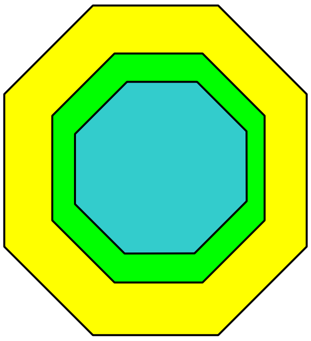
El primer caso, relataremos como con la inclusión de ciertas técnicas de la geometría constructiva, podemos reorganizar el currículo de la ESO y dar verdadero lugar y sentido a la construcción del conocimiento magnitudinal relativo a la magnitud superficie, recuperando un razonamiento de tipo espacial, para la formación intelectual de los aprendices (Argüello, A y Cardeñoso, JM, 2005). Ello se hace desde la investigación sobre textos de matemáticas escolares, en planes de estudios de la primera mitad del siglo XX. Sin entrar a valorar si como técnicas, pueden o deben desempeñarse mediante programas como el Cabri o el Geogebra, no nos evitamos el placer de compartir las técnicas de regla y compás, a la usanza euclidiana, tan denotada injustamente durante el periodo estructuralista y conjuntivista que la matemática moderna llevo a las aulas, al filo de los años setenta del siglo pasado. Aunque hay que recordar que voces autorizadas reclamaron el retorno a la geometría, a sus particulares razonamientos, mostraciones y construcciones, tan educativas desde nuestro punto de vista y desde los resultados que la profesora Ana Argüello encuentra como fruto de este nuevo desarrollo curricular en la ESO

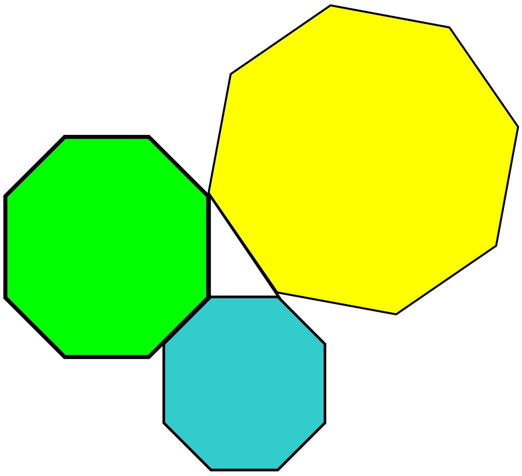
En segundo lugar, nos referiremos al recién concluido COMENIUS Project (EarlyStatistics.net) En el, se pretende implementar el diseño curricular del campo estocástico desde el trabajo investigativo con escenarios socio contextualizados. (Serradó, Azcárate y Cardeñoso, 2009). Proyecto que en su evaluación como curso piloto contó con varios profesores de matemáticas, cuya implicación originó el seguimiento investigativo tanto de su diseño, implementación en un aula inclusiva de 3º de la ESO, en la SAFA de Écija, a cargo de la profesora María Vega Quirós, y que esta originando su tesis doctoral. Este trabajo está centrado en la evaluación de los logros escolares en el campo estadístico, tanto relativo a las competencias generales de cooperación y trabajo en equipo, como las especificas relativas al campo matemático de referencia escolar (Villa y Poblete, 2007). Y el sentido cultural es el motor de arranque del plan de formación y que concluye con el estudio muestral de las características de la población adolescente de Écija, fruto del interés despertado en los alumnos por el estudio en detalle del informe INJUVER'08, con el que no se sentían representados.

En tercer lugar, mostraremos productos provenientes del GRUNTVIG project: SMASH (projectsmash.net) que estamos cerrando actualmente, dedicado a potenciar la mejora de las Ciencias y Matemáticas en casa, bajo el subtitulo "Ayudando a los padres a ayudar a sus hijos en mejorar en las matemáticas y ciencias". El objeto de este proyecto es el diseño de paquetes para los formadores de padres, donde se diferencia los paquetes de tareas relativos a la actuación de los padres con los hijos en casa, tanto como las relativas a la escuela de padres, donde los formadores de padres puedan trabajar con estos diversos escenarios, (Cardeñoso, Serradó. y Azcárate, 2009).

## VIEJAS TÉCNICAS PARA CONSTRUIR LA MAGNITUD SUPERFICIE

Para cuantificar la superficie es fundamental considerar las formas que lo acogen. Se puede considerar por tanto, que bajo unas formas semejantes, se puede comparar y clasificar o seriar según la cantidad de superficie. Esta consideración de toda la tipología de superficie plana, que tras ser comparada según su forma, y en consecuencia realizar una partición, de todas las formas planas del plano consideradas.



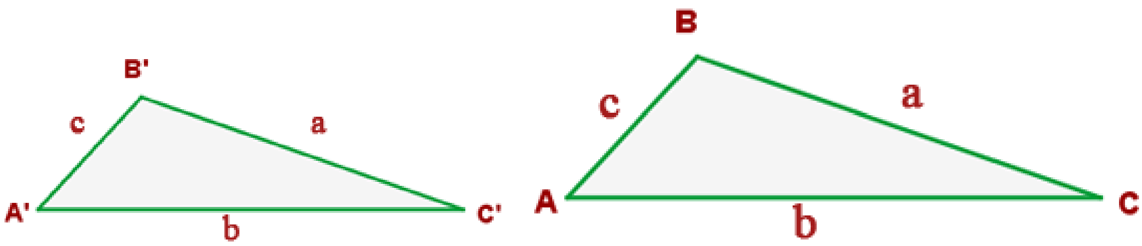


Ahora ya estamos en condiciones de usar el teorema de Pitágoras como artilugio útil para transformar su superficie de forma aditiva, descomponiéndolo en dos formas iguales dadas. Esta descomposición se realiza en unidades de medida estandarizados para dicha forma, por ejemplo el octógono del ejemplo adjunto. Hemos podido medir en unidades octogonales cualquier octágono dado, de forma semejante

Reclamamos el uso del artilugio pitagórico, no numérica o algebraicamente, sino como útil de comparación, transformación aditiva y medida de las superficies de igual forma. Las transformaciones de proporcionalidad se pueden encontrar o determinar con el uso de la situación de semejanza de figuras, conocido como teorema de Thales.

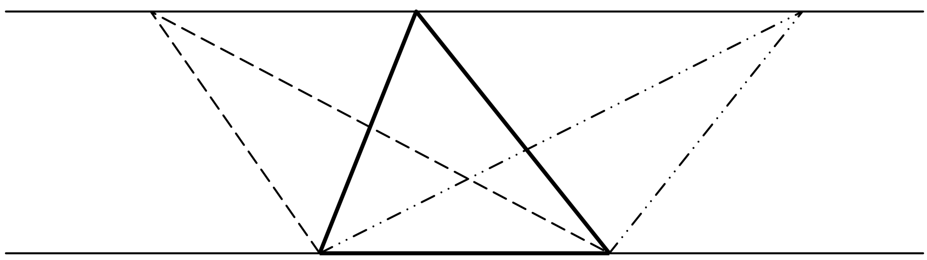
Bueno, sigamos con la cuantificación, tras la comparación superficial de las figuras planas. Ahora el problema es encontrar la forma de comparar, componer y descomponer figuras no semejante, para lo cual se requiere de sencillas transformaciones, tan sencillas desde las técnicas de regla y compás, como ilustramos a continuación, como con programas telemáticos al uso.

Veremos como podemos triangular cualquier figura irregular plana para, a través de volver a dar sentido a la semejanza de triángulos, poder resolver el problema planteado, de cuantificación en base darse tal semejanza.



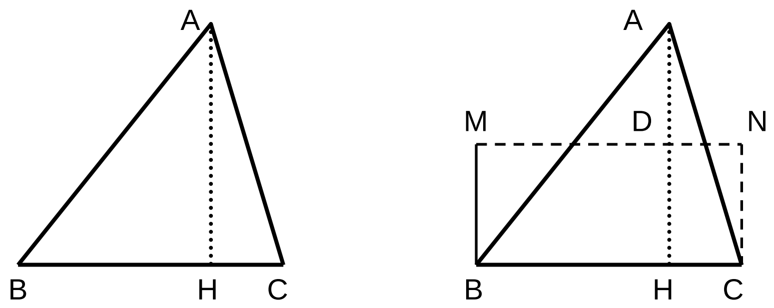

Que básicamente se sintetiza en:
1 Dos triángulos son semejantes si tienen dos ángulos iguales.
2 Dos triángulos son semejantes si tienen los lados proporcionales.
3 Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos igual.

Pero, aún podemos usar otro recurso, que consiste en la transformación de un triángulo dado, en otro de igual base y superficie. La técnica consiste en desplazar el vértice por una línea paralela a la base como escribe para el Plan 1.934 Baratech Montes, B. en su texto para 2º de Bachillerato: **TRIÁNGULOS EQUIVALENTES.** (Pág. 9).



El autor acaba la sección indicando que "*Es interesante ver como puede ser cortado un triángulo en trozos que, reunidos, forman un rectángulo equivalente de igual base y con mitad altura que el triángulo*".

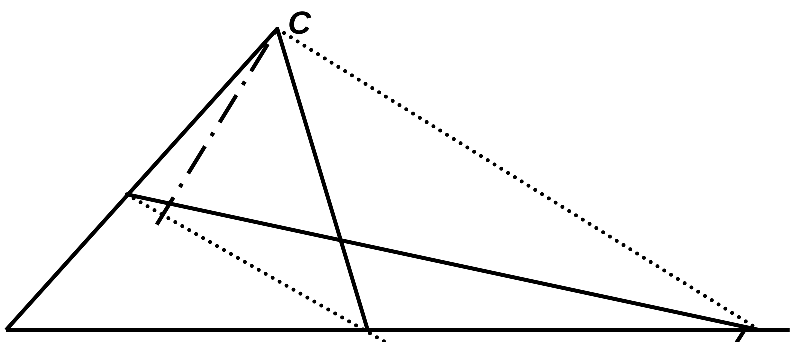
A este efecto, recortaremos un triángulo ABC, en el que trazaremos la altura AH. Hagamos luego que A caiga sobre H, marcando el pliegue MN, por donde damos un corte, al igual que por AD, con lo que separamos los triángulos ADN y ADM, que colocamos como se indica en la figura, obteniendo, así el objeto deseado.




Gracias a esta técnica, podremos llegar, como decíamos, por medio de los métodos constructivos, a obtener una forma rectangular de cualquier triángulo dado, y ya desde esta forma rectangular lograr cuadrarla para ser medida. Estas unidades cuadradas posibilitan la transformación aditiva en unidades estándar de medida de la superficie. Y todo sea dicho de paso, en estos momentos tiene recobrado significado la cuadratura del círculo que tantos siglos ocupó a las mejores mentes científicas. Y que origina las múltiples aproximaciones al famoso número π, pero ese es otro tema.

Recuperamos del texto escrito para el Plan 1.938 de Pérez Carranza, E. para el 2º de Bachillerato, en su apartado **TRANSFORMACIÓN DE UN TRIÁNGULO EN OTRO EQUIVALENTE.** (Pág. 266 y siguientes). Considerando que *"dos triángulos son equivalentes cuando tienen el mismo área"*. Dado el triángulo ABC, vamos a transformarlo en otro equivalente de base AD.

*La técnica consiste en trazar DC y desde B la paralela a DC hasta cortar en E con AC. Se une E con D y se forma el triángulo ADE buscado.*



h$_1$

**Article I.** E

A B D

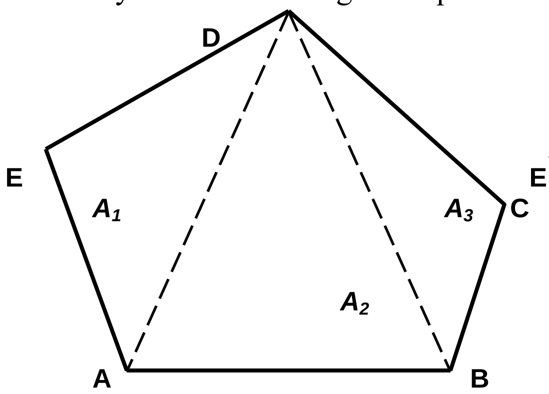
h$_2$

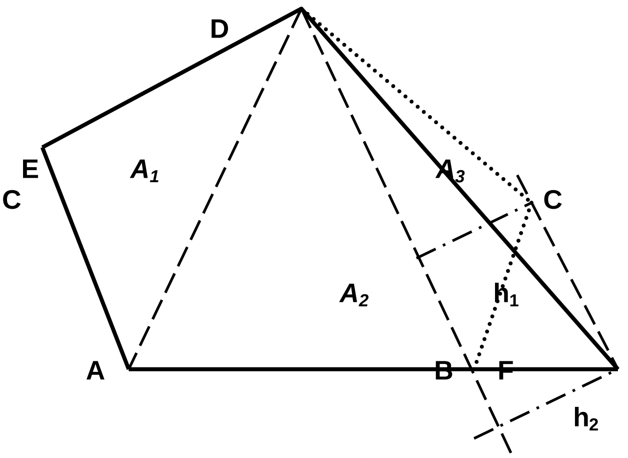
y que complementa con la siguiente *"Demostración:* *CEB y DEB son dos triángulos equivalentes pues tiene igual base EB, e igual altura $h_1 = h_2$ (distancia en los dos casos entre dos rectas paralelas CD y EB)"*

También queremos retomar las técnicas Plan 1.953 Rodríguez San Juan, A. para el 3º curso de Bachillerato, en su apartado **CONSTRUCCIÓN DE UN TRIÁNGULO EQUIVALENTE A UN POLÍGONO.** (Pág. 183 y siguientes)

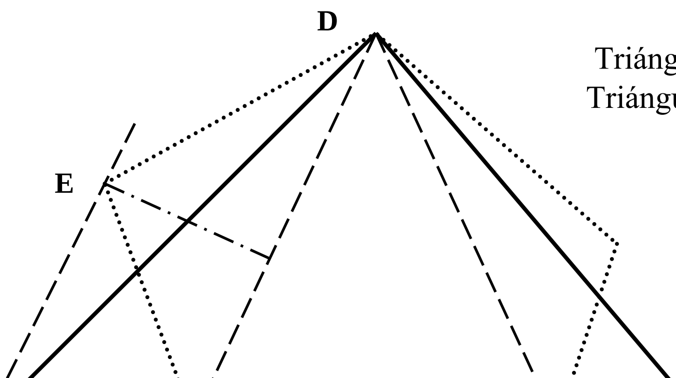
"Dado un polígono ABCDE queremos obtener un triángulo equivalente a él, es decir que tenga igual área. Para ello se traza la diagonal BD, por ejemplo, y la paralela CF a ella por el vértice C (F está en la recta AB). Al unir D con F resulta el triángulo DBF que es equivalente al BCD, por tener la misma base BD e iguales alturas (las rectas BD y CF son paralelas). Por tanto el polígono AFDE es equivalente al dado, pues resulta de restar y sumar dos triángulos equivalentes.

Ahora dado el polígono AFDE, se traza la diagonal AD, por ejemplo, y la paralela EG a ella por el vértice E (G está en la recta AF). Al unir D con G resulta el triángulo DGA que es equivalente al DEA, por tener la misma base AD e iguales alturas (las rectas AD y EG son paralelas). Por tanto el triángulo DGF es equivalente al anterior, pues resulta de restar y sumar dos triángulos equivalentes.




Triángulo BCD →base BD; altura h$_1$ Triángulo BFD → base BD; altura h$_2$.
Y las dos alturas iguales, luego los dos triángulos tienen la misma superficie que es *A*$_3$.




Triángulo ADE→ base AD; altura h$_1$
Triángulo GAD → base AD; altura h$_2$

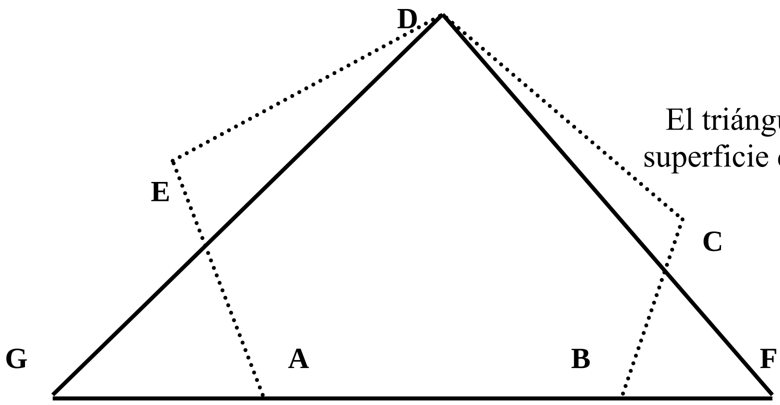
Las dos alturas iguales, luego los dos triángulos tienen la misma superficie que es $A_1$

**h**$_1$ **C**

***A***$_1$ ***A***$_3$

***A***$_2$

**G** **h**$_2$ **A** **B** **F**

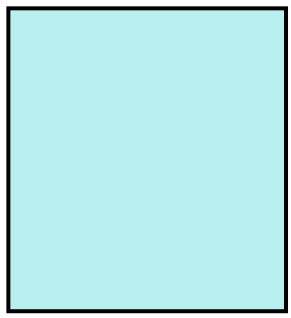



El triángulo GFD tiene igual superficie que el pentágono ABCDE."

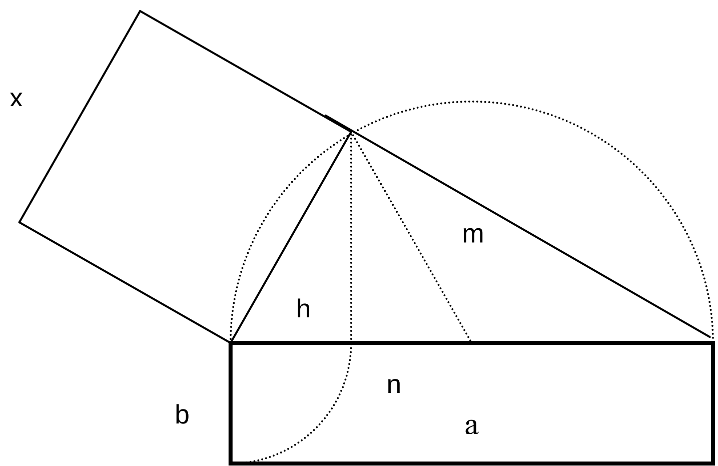
Y ya llegamos a que cualquier polígono se puede triangular tan sencillamente como antes hemos presentado, según la técnica antes dicha, se puede transformar en forma rectangular el área de cualquier triangulo y ya solo queda afrontar la cuadratura de cualquier rectángulo, para poder medir una figura plana en términos de unidades cuadradas estandarizadas.

Dado un rectángulo cuya superficie es **"a·b",** cuestión que da sentido a la expresión algebraica se trata de encontrar el lado **x** de un cuadrado cuya superficie sea igual a la del rectángulo de lados **a** y **b**. Analíticamente, es muy sencillo: $A = a \cdot b = x^2$;

Luego, $x = \sqrt{a \cdot b}$



Para el Plan 1.938, Pérez Carranza, E. escribe para el texto de 4º de Bachillerato las siguientes dos formas gráficas de obtener la cuadratura del rectángulo




*Gráficamente tiene dos demostraciones en este texto, lo que no implica el hecho de que puedan existir más. En el texto, las demostraciones son sólo gráficas, pero se ha añadido la* *demostración analítica utilizando el teorema de Pitágoras.*

Sobre el lado **a**, con centro en uno de sus vértices, se lleva la longitud del lado **b**, desde ese punto se traza la perpendicular al lado **a** hasta cortar con la circunferencia de diámetro **a**, unimos dicho punto de corte con el vértice del rectángulo; la longitud del segmento así obtenido es la del lado del cuadrado que estamos buscando.

Y pasa a demostrarlo

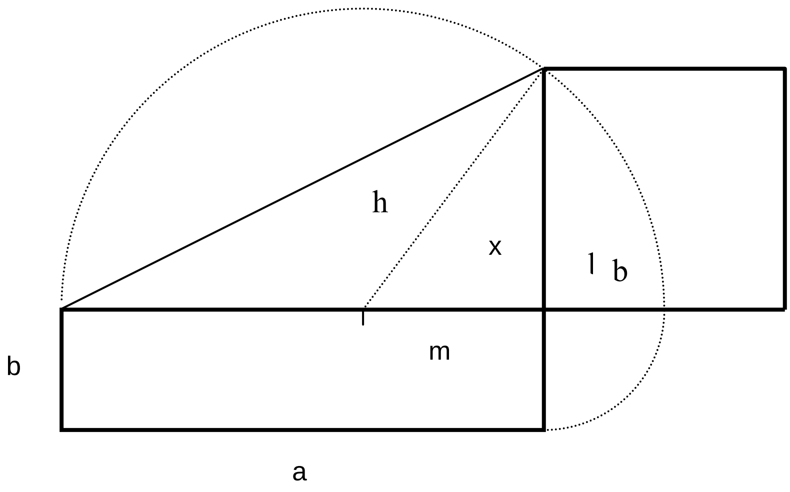
$$m=\frac{a}{2};\quad n=\frac{a}{2}-b\quad \textit{Por el teorema de Pitágoras}\quad h^2=m^2-n^2\quad y\quad x^2=h^2+b^2$$

$$h^2=\left(\frac{a}{2}\right)^2-\left(\frac{a}{2}-b\right)^2\Rightarrow h^2=\left(\frac{a}{2}+\frac{a}{2}-b\right)\cdot\left(\frac{a}{2}-\frac{a}{2}-b\right)=(a-b)\cdot b$$

$$\left.\begin{array}{l}x^2=h^2+b^2\\ h^2=(a-b)\cdot b\end{array}\right\}\Rightarrow x^2=(a-b)\cdot b+b^2\Rightarrow x^2=a\cdot b-b^2+b^2\Rightarrow x^2=a\cdot b$$

Esto significa que **x** es media proporcional entre **a** y **b.** De ahí la coincidencia con el teorema del cateto cuando nos dice que el cateto **x** es media proporcional entre su proyección **b** y la hipotenusa dada **a**. Resultado que da relevancia a dicho teorema, mediante el cual se obtiene la cuadratura buscada del rectángulo.

En el mismo texto, el autor presenta el segundo método: Sobre la prolongación del lado **a**, con centro en uno de sus vértices, se lleva la longitud del lado **b**, se traza una semi-circunferencia que tiene por diámetro **a+b**, se prolonga el vértice del rectángulo hasta cortar a la semi-circunferencia, y así la longitud del segmento formado de esta forma, es el lado x del cuadrado buscado.



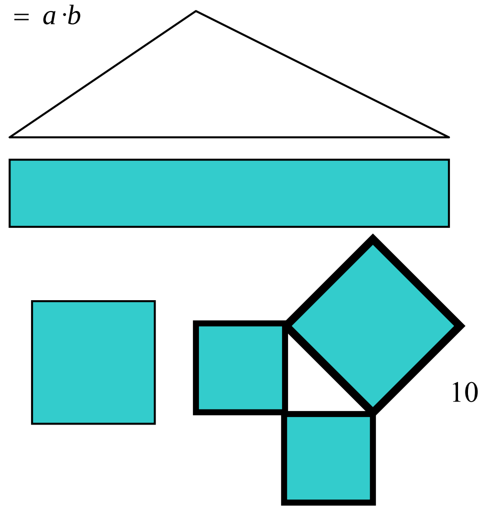

Y pasa a demostrarlo

$$d=a+b\qquad r=\frac{a+b}{2}\Rightarrow h=\frac{a+b}{2}\qquad m=\frac{a+b}{2}-b=\frac{a+b-2b}{2}=\frac{a-b}{2}$$

$$\textit{Por el teorema de Pitágoras}\quad x^2=h^2-m^2\Rightarrow x^2=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2=\left(\frac{a+b}{2}+\frac{a-b}{2}\right)\cdot\left(\frac{a+b}{2}-\frac{a-b}{2}\right)\Rightarrow x^2=a\cdot b$$

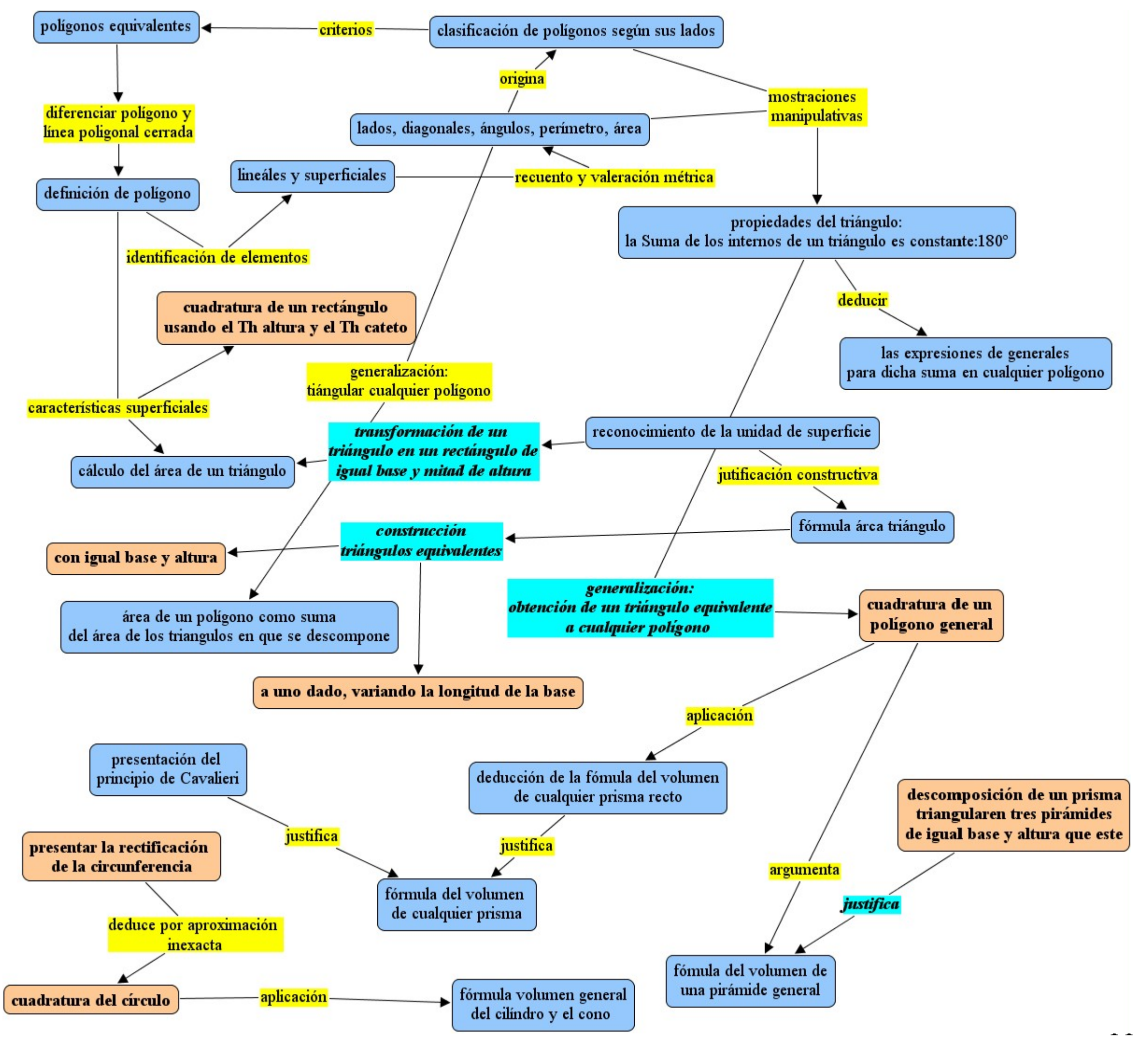
Que nos significa a **x,** como la media proporcional entre **a** y **b.** De ahí la equivalencia con el teorema de la altura cuando dice que **x** es la media proporcional entre las proyecciones **a** y **b** de los catetos sobre la hipotenusa. Resultado que da



relevancia a dicho teorema, mediante el cual se obtiene la cuadratura buscada del rectángulo.

En suma, podemos trabajar la magnitud superficie desde la consideración de todas las tipologías de superficie planas, que en general son formas cerradas, poligonales de forma irregular. Formas que podemos triangular, para luego transformarlas en rectángulos y así poder cuadrarlas, aplicando cualquiera de los teoremas anteriores. Ahora ya estamos en condiciones de usar el Teorema de Pitágoras como instrumento que nos permite transformar cierta superficie de forma aditiva $x^2 = a^2 + b^2$ Como útil de cuantificación, en unidades cuadradas tomadas como estándares de medida. Permitiendo también realizar las transformaciones aditivas de cualquier tipo de superficie plana. Las transformaciones de proporcionalidad se pueden encontrar o determinar con el uso de la situación de semejanza de figuras, conocido como teorema de Thales.

Esto nos origina múltiples beneficios por la significatividad que aporta el dar sentido a las nociones que hemos relacionado en el mapa conceptual que adjuntamos. En él, están representadas en azul claro las incorporaciones de las cuatro técnicas nombradas, y están puestas en relación con los estos elementos en la trama de nociones que se ha de trabajar en el nivel de educación secundaria obligatoria. Presumimos que esto puede aportar un sentido métrico profundo al trabajo manipulativo con la cantidad de superficie. Trabajo que puede realizarse mediante el montado de puzzles equivalentes, pero que mediante las técnicas anteriores, no depende de la bondad de la descomposición de cada superficie para encontrar la equivalencia pitagórica, entre las formas semejantes que se pongan en relación.



**LA MEJORA DEL DESARROLLO PROFESIONAL PARA MEJORAR LA ENSEÑANZA DE LA ESTADISTICA EN EUROPA.**

Pasamos a referirnos al PROYECTO *“EarlyStatistics: Improving statistics instruction in European elementary and middle schools though online professional development”* (COMENIUS Project 226573-CP-1-2005). Desde donde, en primer lugar queremos agradecer al I.S.L.P. (International Statistical Literacy Project), quien en el marco de la I.A.S.E. (Asociación Internacional para la Enseñanza de la Estadística) ha decidido significar a este proyecto con la concesión del Premio Internacional de Alfabetización Estadística 2009, por las expectativas que abre dicho plan de formación permanente, ofertado por Bruselas para los profesores de matemáticas de la Unión Europea.

Este proyecto se plantea las siguientes finalidades:

- Colaborar en la mejora de la calidad de la educación estadística, a través de la mejora del conocimiento profesional de los profesores.
- Elaborar un programa formativo (*“Earlystatistics pilot course”*), desde unos principios comunes y en cinco contextos diferentes.
- Apoyado en procesos de colaboración y recursos tecnológicos, (Azcárate, Cardeñoso y Serradó, 2009).
- Sometido a un proceso riguroso de investigación que nos permita valorar su adecuación y eficacia.

Estas finalidades se pretenden afrontando el desarrollo específico de los dos principios educativos siguientes (Cardeñoso, Azcárate y Serradó, 2008b)

- La educación estadística necesita de ambientes de aprendizaje activos que a través de la indagación y el debate, permitan elaborar un conocimiento relevante y significativo de los conceptos estadísticos.
- Por coherencia entre lo que se propugna para las aulas de educación obligatoria, las estrategias metodológicas usadas en los proceso de formación deben responder a los mismos principios que los que se propician.

Donde el referente básico es el constructivismo social. El diseño del programa está basado en tres grandes ideas:

- La importancia de la interacción
- La importancia de la colaboración y la reflexión
- El potencial de la indagación y la exploración como proceso de construcción de conocimiento

Para su desarrollo, se ha diseñado un entorno de educación a distancia como apoyo para un aprendizaje flexible, interactivo y autónomo de los profesores. Desde este marco en concreto, intentamos responder a los siguientes objetivos:

a) Diseñar y desarrollar un programa formativo on-line, (Azcárate y otros, 2008) sobre educación estadística

b) Orientar la intervención de los profesores implicados en el proyecto.

c) Desarrollar un marco teórico que nos proporcione los principios y recomendaciones adecuadas.

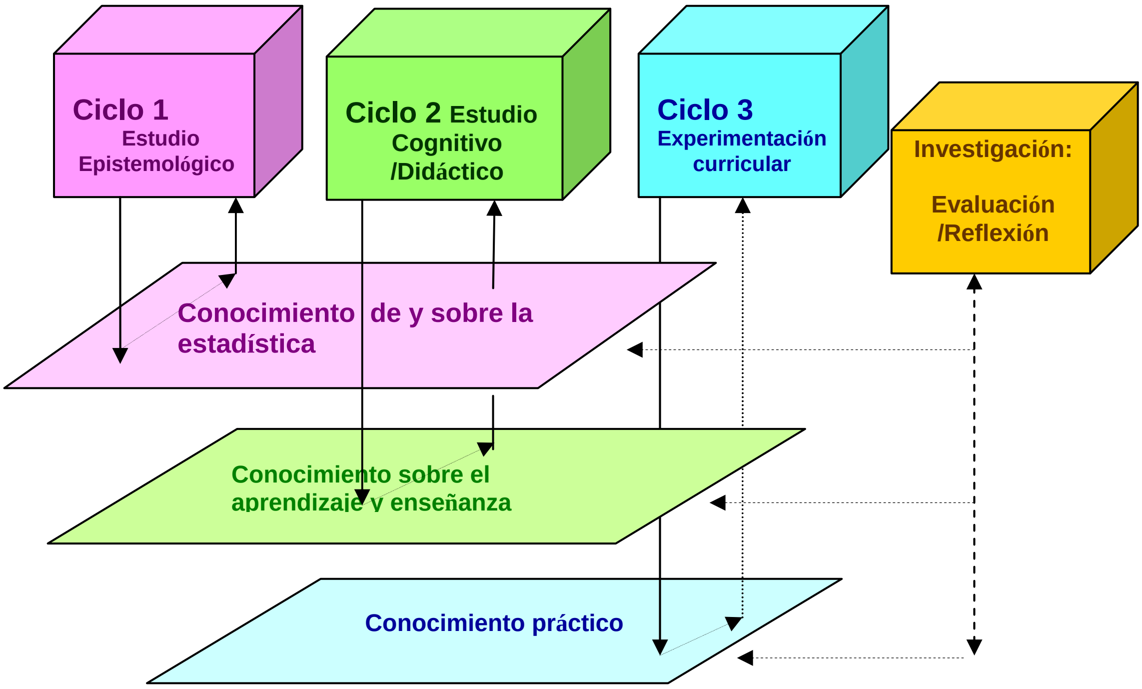
El contenido del programa gira en torno a las tres grandes dimensiones que caracterizan el conocimiento profesional:

La Epistemológica: el dominio y comprensión conceptual y didáctica del contenido.

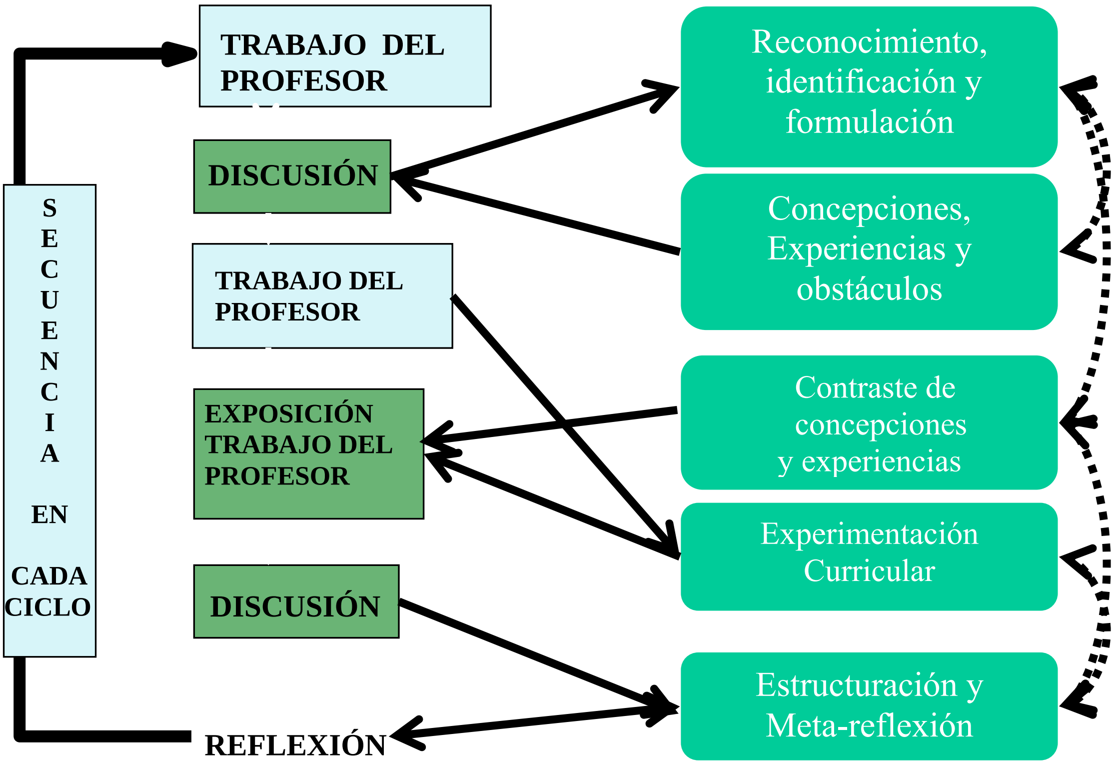
La Cognitiva: la comprensión del aprendizaje estadístico y formas de promoverlo.

La Práctica: el desarrollo de las competencias y estrategias de intervención en las aulas.

Organizada en la siguiente secuencia formativa, que abarca tres ciclos reflexivos diferenciados, como se comprende de las interacciones que en el segundo gráfico se especifican entre la formación, la información, la lectura crítica,

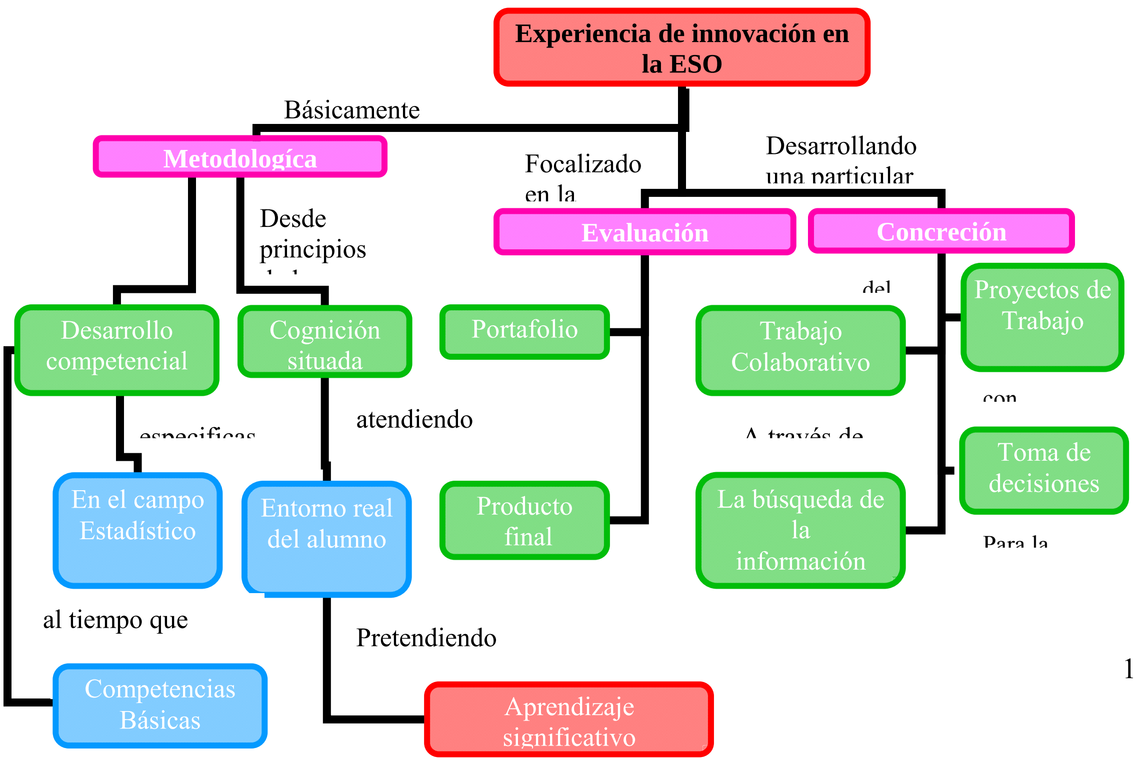



Que se desarrolla, en cada ciclo formativo-reflexivo, a través de la siguiente secuencia




Fruto de este plan de formación permanente, donde cada profesor debía seleccionar un escenario de los ofrecidos por el *Consorcio* y adecuarlo a sus circunstancias locales, para así desarrollar la enseñanza, mediante el método de proyectos, y con un seguimiento del proceso mediante el portafolio de aprendizaje, tanto guiado como autónomo.

En ese sentido, se genera el ***Proyecto escolar ¿Y tú, de quién eres?*** Se desarrolla en un aula inclusiva, correspondiente al 3º de la ESO, en la SAFA de Écija (Vega, Cardeñoso y Azcárate, 2009a). Ese proyecto desarrolla el escenario propuesto por los miembros del *Consorcio* sobre **el ocio juvenil.**
Tarea realizada por la profesora María Vega Quirós, durante el curso 2008/09.



El plan de trabajo del docente, se centra en el seguimiento investigativo de una innovación curricular, caracterizada por el mapa de flujo siguiente.

En la tabla adjunta se muestra la Secuencia de actividades y se especifica cuestiones relativas a la producción de documentos. Tanto en el cuestionario inicial como en el final, se obtienen datos sobre el corte competencial (Vega, Cardeñoso y Azcárate, 2009b) que como punto de partida, obtenemos sobre los alumnos

- Toma de datos iniciales para la conformar la investigación (Competencias Básicas y Competencias Eespecíficas).
- Realización del portafolio dirigido.
- Síntesis de las actividades obligatorias.
- Asamblea inicial. Negociaciones.
- Realización del proyecto autónomo de muestreo.
- Asamblea final. Puestas en común.
- Recogida de datos finales para la investigación

| Código | Documentos | Carácter |
|---|---|---|
| 1 | Cuestionario inicial | Individual |
| 2 | Actividad inicial | Individual |
| 3, 5, 7, 9 | Actividades 1, 2, 3 y 4 | Pequeño grupo |
| 4, 6, 8, 10 | Informes 1, 2, 3 y 4 | Individual |
| 11 | Mural información | Pequeño grupo |
| 12 | Rúbrica | Pequeño grupo |
| 13 | Asamblea | Gran grupo |
| 14 | Proyecto técnico | Pequeño grupo |
| 15 | Producción | Pequeño grupo |
| 16 | Actividad final | Individual |
| 17 | Cuestionario final | Individual |

Las actividades de enseñanza aprendizaje, se trabajan colaborativamente, en pequeño o gran grupo, donde planeamos la importancia que cobran los diferentes momentos metodológicos, marcados por los roles de los participantes, de la información, de los recursos, de la asignación de responsabilidades en suma, en cada uno de ellos

Podemos significar como el primero de los momentos metodológicos, al que conlleva el portafolio guiado de aprendizaje. En el se plantean cuatro actividades en grupo. El trabajo es colaborativo. Y las Tareas/problemas para el análisis de las informaciones extraídas del *Informe de la Juventud* 2008 (INJUVE'08).

En cada una de las actividades encontramos:

- Aportaciones teóricas. (según se indica en la tabla adjunta)
- Producciones del grupo que se integran en los portafolios de grupo.

| Código | Contenido matemático tratado |
|---|---|
| 3 | Población y muestra. |
| 5 | Elección de la Variable. Cuestionario. |
| 7 | Datos y su representación. |
| 9 | Parámetros estadísticos. |

Se pretende al término de esta parte, la recopilación de la información estadística trabajada. Esto se puede hacer de muchas formas, y en ese caso se acordó la realización de un mural recopilando toda la información relevante. El sentido es lograr la reflexión sobre lo trabajado y así sintetizarlo e institucionalizarlo, tanto respecto a los *Saberes encontrados* como lo referido a las *Conclusiones extraídas*.

| Criterios | Sobresaliente | Notable | Bien | Suficiente |
|---|---|---|---|---|
| 1. Amplitud en la tarea. | Tarea adaptada a lo que te pide. | Tarea adaptada pero con algunos fallos. | Tarea menos adaptada. | Tarea poco adaptada y con fallos. |
| 2. Originalidad. | Trabajo con colores, dibujo, buena letra... | Trabajo con colores y dibujo | Trabajo con colores. | Trabajo cutre. |
| 3. Vocabulario utilizado. | Buena expresión y explicación del enunciado. | Buena expresión escrita. | Poca expresión escrita. | Escasa expresión escrita. |
| 4. Gráficos. | Gráfico con colores y regla. | Gráfico con colores. | Gráfico con regla. | Gráfico cutre. |
| 5. Explicación en la realización de las actividades. | Abundante explicación. | Mucha explicación. | Poca explicación | Escasa explicación. |
| 6. Extraer conclusiones. | Todos | Casi todos | Pocos | Casi ninguno. |
| 7. Presentación y portada. | Buena letra, colores y letras del mismo tamaño. | Buena letra y colores. | Mala letra con colores. | Mala letra sin colores. |
| 8. Dedicación. | Toda la hora trabajando | Casi toda la hora | 45 minutos trabajando | Media hora trabajando. |
| 7. Reformulación de Carpetas. | Las entrega y lo corrige todo bien | Casi todo bien | Algo bien | Vuelve a entregar las actividades igual |
| 8. Colaboración en el grupo. | Todos | Tres personas | Dos personas | Una persona. |
| 9. Participación. | Mucha | Bastante | Poca | Ninguna. |
| 10. Actitudes e implicación. | Buena act. Buena imp. | Buena act. Poca imp. | Mala act. Buena imp. | Mala act. Mala imp. |

Tiene fundamental relevancia el proceso de diseño y concreción de la Rúbrica, entendida como un contrato explicito compuesto de las categorías y los rangos de valor que se han de usar para la valoración. Tiene la ventaja de ser pactados entre los alumnos, y el profesor, para otorgar valor global al resultante del proyecto técnico realizado de forma autónoma por parte de los pequeños grupos de alumnos, incluyendo su presentación pública de resultados.

Será la Asamblea un momento metodológico donde se pueda:

- Fijar las nociones teóricas tratadas.
- Decidir los pasos a seguir en una investigación estadística.
- Determinar algunas creencias o mitos que existen actualmente sobre los jóvenes españoles, andaluces y ecijanos.
- Concreción de las cuestiones de la investigación escolar.

Lógicamente, aparece bien diferenciada la parte donde los grupos de estudiantes, de forma autonoma y respetando las directrices arcadas en la Asamblea, afronte el desarrollo de su proyecto de investigación autónoma o proyecto técnico de los pequeños grupos, focalizado en la realidad caracterizadora Díaz, (2003) de la juventud en Écija (Sevilla). Para lo cual debe:

- Concreción del diseño y desarrollo de su proyecto particular de trabajo.
- Deben seguir los pasos que previamente en asamblea se han acordado.
- Debe tener una producción final que abarque las conclusiones a las que cada grupo ha llegado.
- Será elegida por cada grupo.

- Debe estar acompañada por un dossier que indique todos los pasos seguidos para llegar a las conclusiones expuestas.

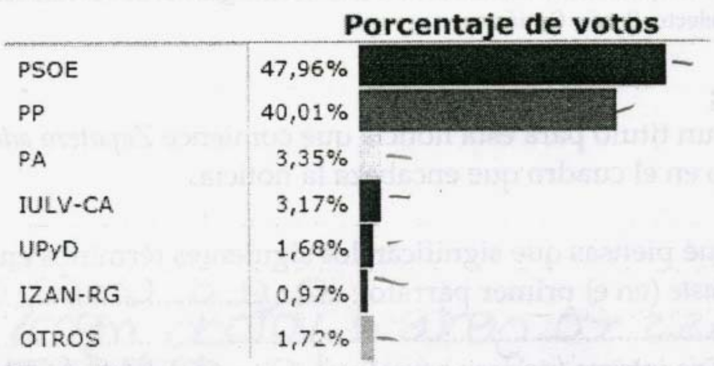
| | |
|---|---|
| 6 | Los estudiantes pueden conceptualizar, generalizar y utilizar información basada en sus investigaciones y el modelamiento de situaciones problemáticas complejas. Pueden vincular diferentes fuentes de información y representaciones y hacer traducciones flexibles entre ellas. Son capaces de alcanzar el razonamiento y el pensamiento matemático avanzado. Aplican la intuición y comprensión acompañadas de un manejo diestro de la relaciones y operaciones matemáticas en el nivel formal y simbólico para desarrollar estrategias y aproximaciones nuevas para manejar situaciones novedosas. Pueden comunicar y formular con precisión sus acciones y razonamientos considerando sus hallazgos, interpretaciones, argumentos, y la adecuación de estos a la situación original. |
| 5 | Los estudiantes pueden desarrollar y trabajar con modelos aplicables a situaciones complejas identificando restricciones y especificando presuposiciones. Pueden seleccionar, comparar y evaluar estrategias apropiadas de solución para tratar problemas complejos relativos a estos modelos. Pueden trabajar estratégicamente usando habilidades de razonamiento y de pensamiento bien desarrollado, representaciones adecuadamente vinculadas, caracterizaciones formales y simbólicas e intuiciones propias de las situaciones complejas. Pueden razonar sobre sus acciones y formular y comunicar sus interpretaciones y razonamientos. |
| 4 | Los estudiantes pueden trabajar eficientemente con modelos explícitos aplicables a situaciones concretas, pero complejas que pueden incluir restricciones y demandar presuposiciones. Pueden seleccionar e integrar diferentes representaciones, incluyendo las simbólicas, para ligarlas directamente a situaciones problemáticas del mundo real. En este nivel los estudiantes pueden utilizar habilidades bien desarrolladas y razonamiento flexible junto con algunas intuiciones. Pueden construir y comunicar explicaciones y argumentaciones basadas en sus interpretaciones, argumentos y acciones. |
| 3 | Los estudiantes pueden ejecutar procedimientos previamente descritos incluyendo aquellos que requiere decisiones secuenciales. Pueden seleccionar y aplicar estrategias simples de solución de problemas. Pueden interpretar y usar representaciones basadas en diferentes fuentes de información y razonar directamente sobre ellas. Pueden desarrollar comunicaciones cortas informando sus interpretaciones, resultados y razonamientos. |
| 2 | Los estudiantes pueden interpretar y reconocer situaciones en contextos que requieren sólo inferencias directas. Pueden extraer información relevante de una sola fuente y hacer uso de un modo especifico de elaborar representaciones. Pueden utilizar algoritmos básicos, fórmulas, procedimientos o convenciones. Pueden hacer uso del razonamiento directo y de interpretaciones literales de los resultados. |
| 1 | Los estudiantes pueden responder preguntas dentro de contextos familiares en los que toda la información relevante está presente y las preguntas están claramente definidas. Son capaces de identificar información y de realizar procedimientos rutinarios siguiendo instrucciones directas en situaciones explicitas. Pueden realizar actividades que son obvias y que se siguen inmediatamente del estimulo dado. |

Según Cardeñoso y Serradó (2007) desde la particularización para el campo estocástico de los Niveles de desempeño en las pruebas PISA 2003 de Matemáticas (OECD, 2004).

En la actualidad se está documentando e ilustrando los diferentes descriptores que cada nivel de competencia prevé, a fin de constatar las hipótesis de la investigación. Pasamos seguidamente a ilustrar estas identificaciones de descriptores y posibles tipos asociados de respuesta escolar

**N2. Identificar información relevante en un gráfico simple y familiar:**

**11.** Los porcentajes de votos en Écija han sido los siguientes:

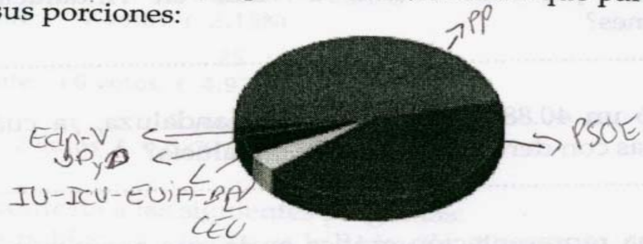



¿Crees que se han obtenido unos resultados similares a los obtenidos en el conjunto de España? ¿Por qué?

Creo que NO porque gana en España el PP.

**N2. Unir texto y relacionarlo con un gráfico, en un formato común y familiar:**

**15.** El siguiente diagrama de sectores representa los resultados obtenidos en España. A raíz de los datos proporcionados, indica a qué partido pertenecen cada una de sus porciones:




**2009**

| Candidaturas | Votos | | Diputados |
|---|---|---|---|
| PP | 6.615.015 | 42,23% | 23 |
| PSOE | 6.032.500 | 38,51% | 21 |
| CEU | 802.225 | 5,12% | 2 |
| IU-ICV-EUiA-BA | 583.708 | 3,73% | 2 |
| UPyD | 449.499 | 2,87% | 1 |
| Edp-V | 391.962 | 2,50% | 1 |

**N2. Unir texto y relacionarlo con un gráfico, en un formato común y familiar:**

Taller de Matemáticas.

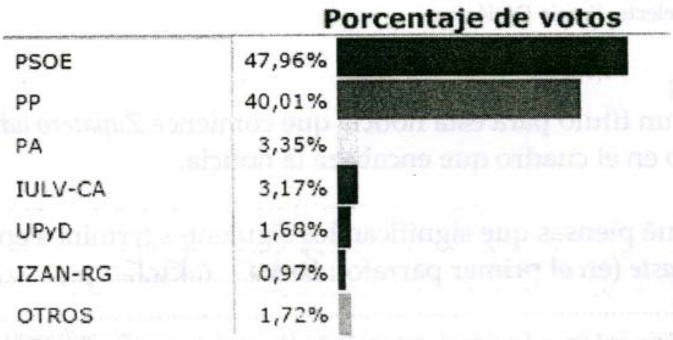
**17.** En Andalucía se han obtenido los siguientes resultados en las últimas elecciones europeas:

| | | |
|---|---|---|
| PSOE | 1.250.208 | 47,92% |
| PP | 1.038.656 | 39,81% |

**a.** ¿Qué porcentaje de votantes no ha votado a ninguno de los dos grandes partidos?
12'27 %

**N2. Leer valores directamente desde una muestra de datos familiares como un gráfico de barras:**

**11.** Los porcentajes de votos en Écija han sido los siguientes:



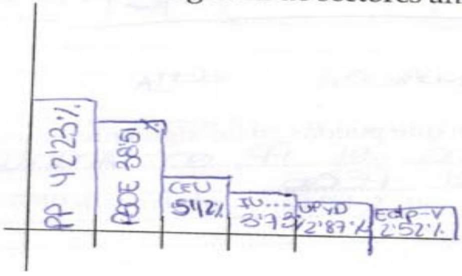

¿Crees que se han obtenido unos resultados similares a los obtenidos en el conjunto de España? ¿Por qué?
Creo que no, porque en España se ha votado mas al PP

**N3. Interpretar información de una tabla**

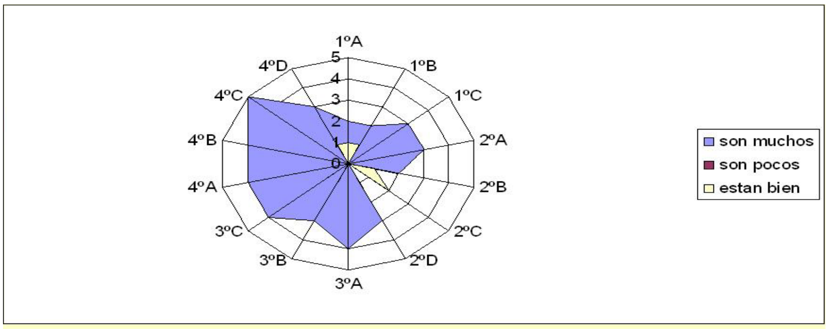
**2009**

| Candidaturas | Votos | | Diputados |
|---|---|---|---|
| PP | 6.615.015 | 42,23% | 23 |
| PSOE | 6.032.500 | 38,51% | 21 |
| CEU | 802.225 | 5,12% | 2 |
| IU-ICV-EUiA-BA | 583.708 | 3,73% | 2 |
| UPyD | 449.499 | 2,87% | 1 |
| Edp-V | 391.962 | 2,50% | 1 |

**16.** Realiza un histograma de frecuencias en el que se observen más claramente los datos expuestos en el diagrama de sectores anterior.



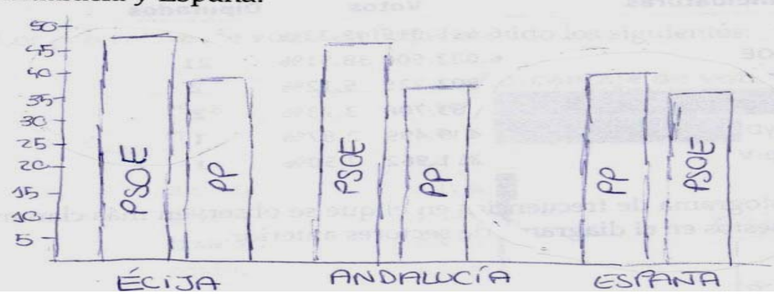

**N3. Interpretar y leer información de gráficos que no sean estándares:**




- *A esta variable, de qué piensas de los espacios publicitarios de la serie, solo una persona contesta que son pocos, y la mayoría de los alumnos piensan que son muchos.*

**N3. Comprensión de aspectos de presentación de datos, unir datos relacionados de dos tablas diferentes, unir datos de una tabla típica y adecuada:**

**18.** Realiza una representación gráfica en la que aparezcan conjuntamente los resultados de los dos partidos políticos con mayor número de votos en Écija, Andalucía y España.




**N3. Comunicar razonamientos lógicos**

Taller de Matemáticas.

17. En Andalucía se han obtenido los siguientes resultados en las últimas elecciones europeas:

| | | |
|---|---|---|
| PSOE | 1.250.208 | 47,92% |
| PP | 1.038.656 | 39,81% |

a. ¿Qué porcentaje de votantes no ha votado a ninguno de los dos grandes partidos?
El 13'27 %

c. ¿Significa que estas personas han votado a otros partidos o hay otras posibilidades? ¿Cuáles (si las hay)?
Han elegido otras, voto en blanco o a otros partidos

**N4. Mostrar comprensión de los conceptos estadísticos y definiciones básicas:**

- El 74% de los jóvenes de la ESO, no tienen pareja. El resto, el 26% si tienen pareja.
- La moda es no tener pareja.


**N4. Identificar y seleccionar datos desde varios gráficos estadísticos y llevar a cabo cálculos básicos:**

"Sufrimos un moderado desgaste a causa de la crisis económica, pero no creo que lo ocurrido en las elecciones europeas condicione el futuro". Este es el análisis interno que realizó ayer, el día después de la derrota electoral, el secretario general del PSOE y presidente del Gobierno, José Luis Rodríguez Zapatero, ante la ejecutiva de su partido. Ahora bien, en la apreciación de Zapatero y de la cúpula dirigente la ventaja de 3,7 puntos del PP es "coyuntural". El PSOE ha perdido más de 700.000 votos respecto a las elecciones europeas de 2004 mientras que el PP ganaba 222.000.

3. ¿El PSOE ha tenido más o menos votos que en las elecciones anteriores? ¿Cuántos? el PSOE a perdido más de 700.000 votos

4. ¿El PP ha tenido más o menos votos que en las elecciones anteriores? ¿Cuántos? el PP ha ganado 222.000 votos

5. ¿Cuántos votos le ha recortado el PP al PSOE?
222.000 votos

**N4. Llevar a cabo cálculos con varios procesos implicando operaciones básicas aritméticas, y trabajar con porcentajes:**

Taller de Matemáticas.

**17.** En Andalucía se han obtenido los siguientes resultados en las últimas elecciones europeas:

| | | |
|---|---|---|
| PSOE | 1.250.208 | 47,92% |
| PP | 1.038.656 | 39,81% |

**a.** ¿Qué porcentaje de votantes no ha votado a ninguno de los dos grandes partidos?

El 12,27 %

**b.** ¿Qué número de votantes representan este tanto por ciento?

~~el~~ Son 320117 votantes

**c.** ¿Significa que estas personas han votado a otros partidos o hay otras posibilidades? ¿Cuáles (si las hay)?

Hay otras posibilidades. Votar en blanco o no votar o votar a otros partidos

**d.** ¿Cuántas personas fueron a votar en Andalucía en las últimas elecciones?

26008948 votantes

**e.** Si votó un 40.88% de la población andaluza, ¿a cuánto ascienden las personas con derecho al voto en Andalucía?

6.381967 con derecho al voto

Con esta clasificación, se poner de relieve ciertas dificultades vinculadas a los objetivos y a las metodologías existentes en la evaluación comparativa de las competencias de los alumnos, y especialmente las puestas en marcha en el marco del proyecto PISA (Programme for International Student Assessment) de la OCDE (2004). Examinada la naturaleza de estas dificultades, se evidencia que son a la vez lingüísticas y culturales en el sentido más amplio, considerando los múltiples límites que imponen, y propone un acercamiento complementario para evaluar a los estudiantes. (Bonett, 2006)

## PROYECTO *SMASH Mejora de las Ciencias y Matemáticas en casa "Ayudando a los padres a ayudar a sus hijos en mejorar en las matemáticas y ciencias".* (230071-CP-1-2006-1-CY-GRUNTVIG-g11PP)

Cuando afrontamos la mejora del conocimiento escolar, otro gran foco de atención, aunque francamente minusvalorado es la familia. En este sentido con el proyecto que estamos actualmente cerrando, en concreto, intentamos responder a los siguientes objetivos:

a) Diseñar y Ofrecer un curso de formación para formadores de padres como:
- Profesores europeos
- Administradores y directores de escuelas
- Representantes de las escuelas de padres
- Asociaciones involucradas en la formación de padres

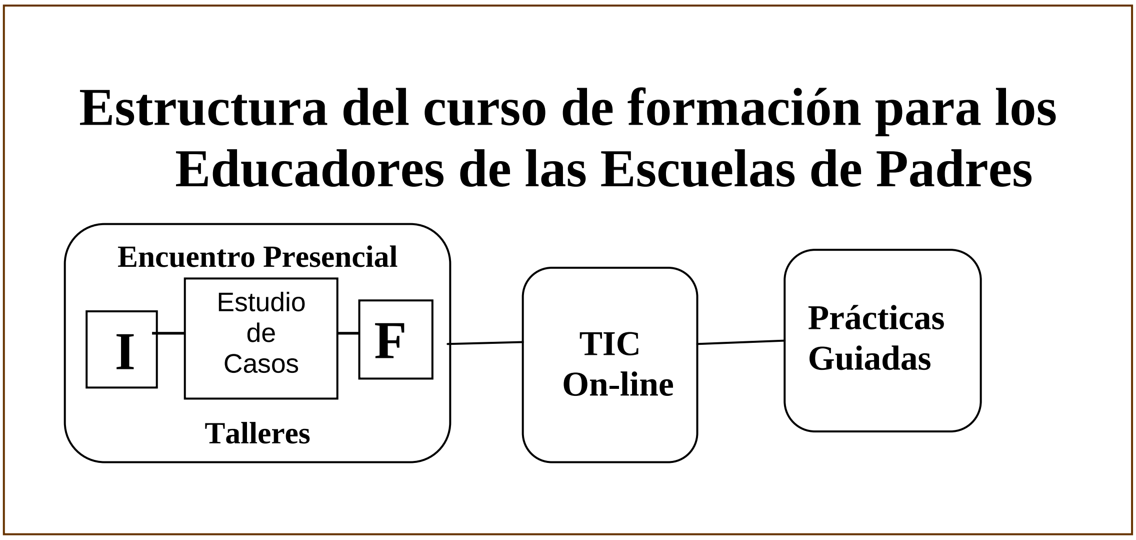
b) Diseñar una plataforma de Internet que promueva las actividades http://projectsmash.net/ (Cardeñoso, Azcárate y Serradó, 2008a)

c) Ofrecer materiales para padres y formadores de padres:
- Con el apoyo de las Tecnologías de la Información y Comunicación
- Basados en investigaciones educativas
- Recursos que favorezcan la adquisición de conocimientos y destrezas matemáticas y científicas.

d) Iniciar redes de colaboración de formadores de padres alrededor de Europa.

Como responsables del plan de formación en tendemos fundamental la secuencia formativa es este ámbito de escuela de padres. Entendemos la importancia de formar científicamente a los adultos, pero ese no es nuestro propósito, aunque otros proyectos activos lo afrontan (Díez-Palomar y Molina, 2009), sino el de conseguir una cierta mirada del adulto hacia el conocimiento básico escolar. Es como compartir que charlando en el coche, cuando se lleva a los hijos al colegio, sobre lo que dice el presentador radiofónico y, fundamentalmente en cómo lo dice, estamos trabajando la formación lingüística, gramatical y narrativa de nuestros hijos. Pues esta es la idea, que las habilidades de los adultos para detectar saberes en la cotidianeidad se pongan al servicio de interrogarse, con y delante de los hijos, sobre el fundamento de algo, de tal efecto, de tal interés o finalidad. Es cuestión de relacionar la cotidianidad con los saberes escolares, en ese caso de matemáticas y ciencias o tecnología.

Pero es lógico, que primero habremos de poner en consonancia el recuerdo que como adultos tienen  los padres de su currículo escolar y desterrar los famosos chascarrillos de "lo nuestro era mas difícil" o el "sabíamos más", "se enseñaba mejor", etc., porque sin entrar a la veracidad de ciertas afirmaciones, lo importante es que se identifique, con los ojos adultos, aquellos objetos de conocimiento en la escuela, y se descarte definitivamente la expectativa de encontrar teoría de conjuntos en los libros escolares. Es por tanto, necesaria la información sobre los conocimientos escolares relacionados, las ideas que la investigación educativa ha evidenciado sobre dicha temática, las dificultades previsibles y las incomprensiones esperables, según la edad y desarrollo cognitivo de los aprendices.

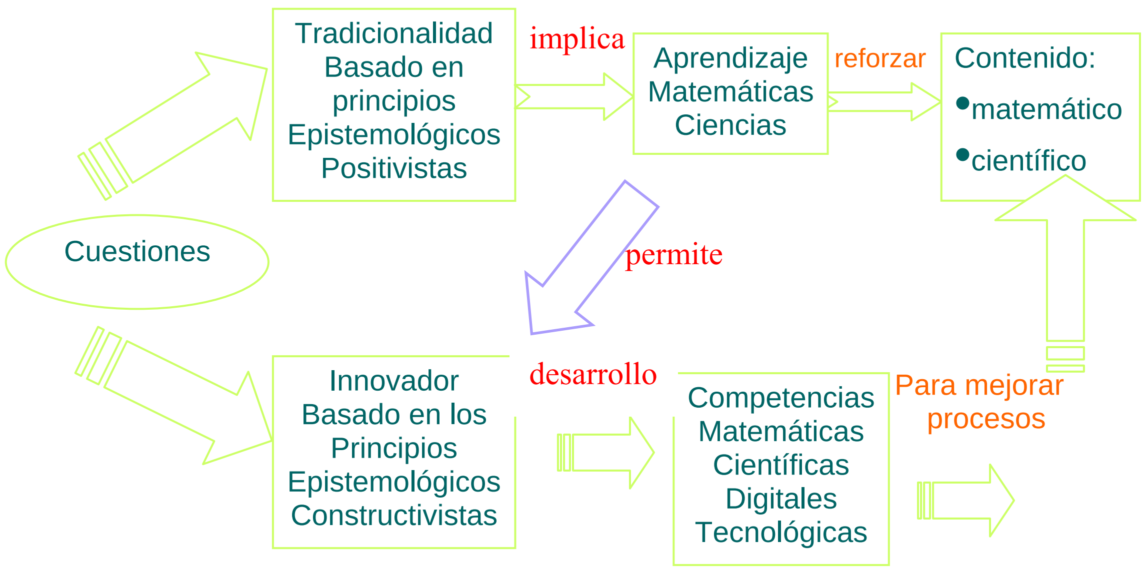



Aunque debemos de ser conscientes de que en una familia existen usualmente niños de diversas edades, y que por tanto, el proyecto familiar (Azcárate, Serradó y Cardeñoso, 2009) ha de responder tanto a uno como a otro de los hijos, haciendo coincidir su edad escolar con sus gustos e intereses potenciales, sus visiones subjetivas con los caminos para objetivarlas, si sus edades lo permiten.

En este sentido, se ha diseñado procesos formativos en los que particularizando a ciertos fenómenos cotidianos, y enmarcándoles en lo que hemos llamado escenario educativo, se pueda suscitar una especie de estudio de casos, entrando a considerar las posibles cuestiones a plantearse, tanto con los padres y sus formadores, como entre estos padres y sus hijos.

Compartimos con Marchesi (2006:343) que *"los resultados del informe PISA muestran que el mal rendimiento en la escuela no se debe automáticamente a un entorno familiar desfavorecido, pero que las condiciones de la familia son uno de los factores más poderosos que influyen en el rendimiento de los alumnos y en el funcionamiento de los centros docentes"*. Es de gran importancia, por tanto, lograr una mayor implicación de las familias en la educación de sus hijos.

Es por tanto relevante, el cuestionamiento de la tradicionalidad educativa, sobre todo respecto al aula de matemáticas, tanto afrontando los principios epistemológicos en que se sustenta, como en las finalidades pretendidas. Todo ello para poder concluir que estos fines no se alteran si se pretende innovar en el aula de sus hijos, desde las perspectivas del constructivismo social. Y para acabar, mostramos la coincidencia con Sancho (2006) en la consideración de que se ha de aplicar a la enseñanza real lo que hoy sabemos sobre cómo se aprende, así como la influencia que el entorno familiar y social, la cultura de la escuela y el profesorado tienen en las formas, expectativas y predisposición de los adolescentes para aprender.




Cerramos este apartado poniendo de manifiesto, con Marchesi (2006:344) que *"la conclusión de estos datos es que el apoyo a las familias para que colaboren en la educación de sus hijos, especialmente a aquéllas con hijos con dificultades de aprendizaje o que viven en contextos desfavorecidos, debería ser uno de los objetivos principales de la política educativa. Un objetivo prioritario que, por cierto, destacan también los ciudadanos españoles. En la reciente encuesta del CIS a la que acabo de hacer referencia, la medida para mejorar la calidad de la enseñanza que recibe mayor apoyo entre los encuestados es fomentar la implicación de las familias en la educación de sus hijos"*.

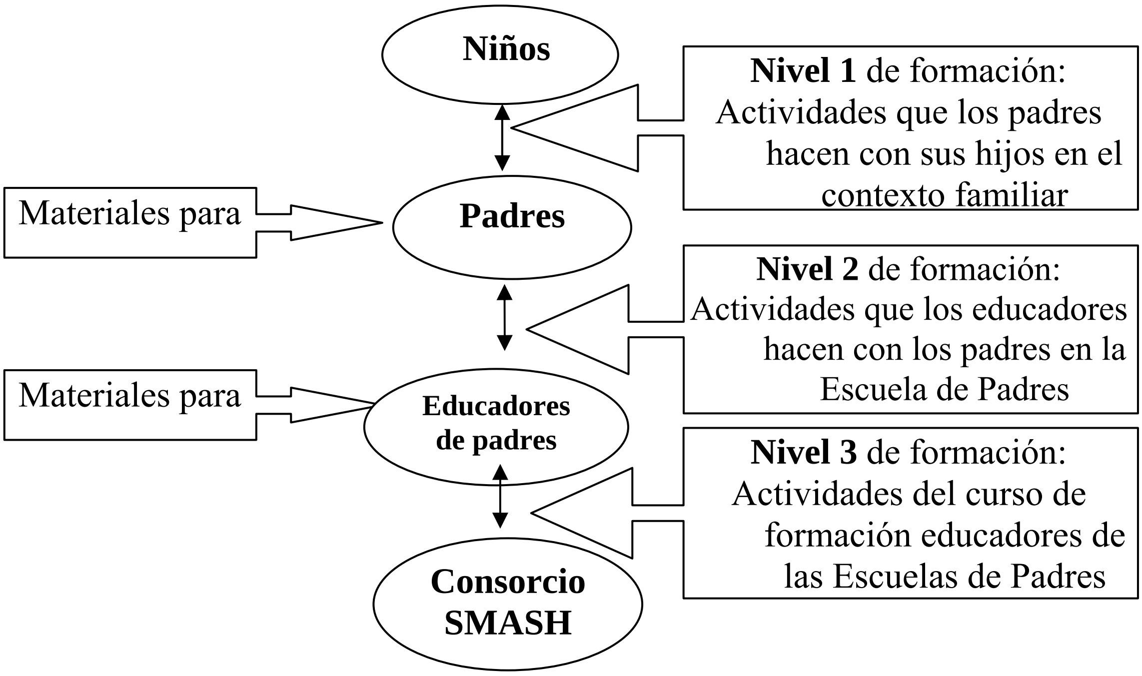
Pasamos a mostrar el inventario de escenarios, que en múltiples idiomas (checo, español e ingles, griego) está a disposición de todos aquellos interesados

| **Escenario** | **Objetivos** | **Contenidos** |
|---|---|---|
| Viaje familiar a… | Planificar, Desarrollar y Retomar un viaje realizado con toda la familia | Contenido matemático (espacial, numérico, ..) y científico (museos, jardines) relacionado con el viaje familiar |
| Luz y color | Elaborar diferentes experimentos para relacionar luz y color | Concepciones previas sobre la luz. Modelo aditivo y sustractivo para el color |
| Nuestra cocina | Construir la maqueta de la cocina de la casa | Nociones monetarias, métricas, geométricas y espaciales,.. |
| Acércate al estanque de patos y de ellos aprende | Estimación de las magnitudes y su significado | Estimación de las magnitudes y su significado conceptual |
| Cada primavera tiene un sabor diferente | Evaluación del consumo de agua, y compararlo entre amigos y miembros de la familia | Conocimiento científico sobre el uso adecuado del agua y conocimiento de las medidas volumétricas |
| Carrera de caracoles | Jugar a una carrera de caracoles y ver sus trayectorias | Concepciones sobre la relación entre la longitud, la distancia y la trayectoria y el movimiento rectilíneo |
| Tomates maduros: el maravilloso mundo de las filo hormonas | Analizar biológica y químicamente a los componentes de los tomates. | Integración de los conocimientos de proporcionalidad y análisis estadísticos al aprendizaje de las ciencias |
| Reciclaje | Comprensión de lo que significa reducir y reciclar y su impacto en el medio natural | Conocimientos científicos: la ecología. Investigación estadística, desarrollo sostenible |
| ¿Qué hora es? | Construir un reloj de agua, calibrarlo | La medida del tiempo. Uso de instrumentos históricos y estimación. |
| ¿Qué vamos a comer hoy? | Elaborar un menú diario saludable y variado para la familia | Medida y Conocimientos sobre proporcionalidad. Calorías, componentes de los alimentos. |

La autenticidad del aprendizaje basado en la resolución de problemas depende de que se cumplan la búsqueda de estrategias efectivas de resolver situaciones problemáticas:

- ✓ Estimulantes
- ✓ Representantes de situaciones auténticas
- ✓ Aplicación y construcción de conocimiento

Cuestiones que pensamos que cumplen los Entornos de aprendizaje antes propuestos, además de encontrarlos consistentes don la afirmación que hace Vygotsky (1986) respecto a que la cultura en la que crecemos nos proporciona gran número de diferentes tipos de herramientas con las que construir significados sobre el mundo en el que vivimos.




En cada uno de los escenarios diseñados, podemos encontrar dos tipos de materiales, uno que se centra más en el nivel 3 de *formadores SMASH- educadores de padres*, y otro mas focalizado en el desarrollo de las situaciones a nivel 2 y 1, correspondiendo a la situación de *educadores de padres-padres* y *padres-hijos*

## *ESCENARIO "A"* Viaje familiar a…


Las actividades que se proponen son del tipo:

- situar "la ciudad" en el espacio y tiempo;
- a planificar el desplazamiento a "la ciudad";
- a planificar los sitios a visitar;
- al desarrollo del viaje;
- la intendencia;
- la elaboración del cuaderno de viaje;

Interrogantes guía con la planificación de la intendencia, podrían ser:

- ¿Cuál es el presupuesto general del viaje familiar teniendo en cuenta los medios de transporte, alojamiento, comidas, visitas, etc.?
- ¿Cuál es la estimación de presupuesto qué tenemos?
- ¿Qué hay que descartar comparando las necesidades y el presupuesto disponible?
- ¿Cómo vamos a financiar el viaje? ¿Cuánto dinero en efectivo necesitamos?
- ¿Se utiliza la misma moneda en que en nuestra ciudad? Si no es así,
- ¿Cuál es la moneda? ¿Cuánto dinero en efectivo tenemos que cambiar?

Interrogantes a tareas relativas a revivir el viaje y recapitular sobre lo aprendido:

- ¿Que sabíamos de la ciudad antes del viaje? ¿Qué sabemos después del viaje?

- ¿Cuánto dinero hemos gastado? ¿Cuál es la diferencia con el presupuesto?
- ¿Cuáles son las causas de la diferencia? ¿Cuál ha sido el mejor momento del viaje? ¿El peor? ¿El más emocionante? ¿El más sorprendente?
- ¿Qué ha sido lo más inútil de lo planificado?

Hay ciertos escenarios que conllevan un gran tiempo de preparación y también para su realización, como es el caso del escenario del *Viaje familiar a…*, aunque esto no ha de ser un condicionante, sino al revés, pues poseer tareas de mas o menos duración, puede permitir se desarrollo adecuado a las circunstancias de disponibilidad de la familia. Así, pasamos a presentar un escenario para ocupar un par de horas en una tarde familiar.

***ESCENARIO "B"*** **Carrera de caracoles**

Se centra en la realización de un juego: una carrera de caracoles. La secuencia de actividades que se propone está relacionada con la planificación, desarrollo y análisis de qué ha ocurrido, llegando a la conclusión de que esta propuesta permite que los niños experimenten y adquieran datos reales, que posteriormente han de analizar.

En el contexto de la escuela de padre, los educadores pueden analizar la propuesta respecto a:

- los conocimientos que pueden estar implicados y, por otro,
- situaciones antes las que se pueden encontrar y
- debatir sobre las posibles resoluciones

Para ilustrar este caso se pone como ejemplo las potenciales discusiones que se pueden ocasionar, cuestiones que nos permitirán debatir con los hijos sobre las diferencias entre longitud recorrida y distancia o sobre la velocidad media e instantánea, por poder dos cuestiones, así poder cuestionar y debatir con los padres los siguientes casos:

✓ Alicia afirma que su caracol es el más rápido, aunque cruzo la línea de meta en segundo lugar. Ella justifica su reclamación porque si bien su caracol empezó mucho más tarde que los otros caracoles, sin embargo luego fue mucho más rápido que todos los demás y entro en segundo lugar. ¿Cómo reaccionarías en esta situación? ¿Qué justificaciones darías a Alicia?

✓ Los niños dibujan las trayectorias recorridas por sus caracoles sobre la tierra y entonces, Beata dice que el caracol que había sido el más rápido es Hércules pues aunque no ha llegado el primero a la meta, la distancia recorrida es más larga que la de otros caracoles pues se ha movido en zigzag. Trata de pensar cómo desarrollar esta idea en colaboración con Beata. ¿Qué argumentos le darías?

***ESCENARIO "C"*** **¿Qué hora es?**

Se articula en torno a los pasos para construir el reloj y la investigación sobre los elementos implicados. Así en el contexto familiar se proponen:
- ¿El reloj siempre tarda lo mismo en vaciarse?
- ¿Transcurre el tiempo igual con un recipiente cilíndrico que con un tronco de cono?
- Dos troncos de cono iguales y la mitad de altura en no que en otro, qué diferencia tendrán al vaciarse
- Calibrado de un vaso de agua de plástico para construir un reloj que dure 5m, aproximadamente.

Aportando los interrogantes guía de la última actividad mencionada, por ejemplo:
- ¿Crees que las marcas de altura del reloj deben ser proporcionales? ¿Por qué?
- Elabora una estrategia para construir el reloj de agua, y que sirva de cronómetro para medir el transcurso de cinco minutos.
- Construye varios relojes hasta obtener el que más se aproxima a tus necesidades.
- ¿Qué opinas de las aportaciones de los egipcios al construir la Clepsidra?
- ¿En qué sentido crees que puedes considerar que tu pequeño reloj de agua es una clepsidra?

Material para padres

Viajar lejos:

Proponemos una actividad para ser realizada por su familia fuera de su casa ... Usted puede seleccionar el destino y la duración de la actividad (de algunas horas, un día, un fin de semana, unas vacaciones cortas o grandes), y también puede hacerlo en la realidad o virtualmente mediante las TIC

Visitar el zoológico:

Sugerimos las decisiones implícitas en la organización de la visita al zoológico, los tiempos, ¿qué vamos a ver, el presupuesto? Se describen algunos problemas, preguntas, y también algunos recursos que pueden ser utilizados para resolver ese problema.

Paseo por la ciudad:

Este es el escenario que va a ayudar a la planificación, desarrollo y recordando un pensamiento de la ciudad a pie. Incluye preguntas para el reconocimiento de los hechos geométricos o nombres de flores o pájaros, a las edades de la estimación de longitud superior o el estilo de los edificios...

Materiales padres y formadores

Nivel 1: paquete de formación Padres.

Actividad para hacer juntos los padres y los niños.

Nivel 2: paquete Padres y formadores

Principios de la psicología infantil y las matemáticas y las ciencias
- Las Matemáticas y las cuestiones de currículo de ciencias
- La actividad educadora de los padres:
- El conocimiento cotidiano de los padres de un viaje.

- El análisis de los padres un viaje.
- Recordando el viaje
- Recursos y estrategias metodológicas en educación de adultos

Para ilustrar esta posible planificación a distancia, nos centraremos en organizar la visita al Zoológico de Praga http://www.zoopraha.cz/en

Planificación de la visita de…


- ¿Qué cosas tenemos que organizar para visitar el zoológico?
- ¿Qué cosas debemos planear para hacer con los niños durante la visita?
- ¿Qué cosas debemos planear para hacer con los padres de una escuela?
- ¿Qué actividades y observaciones podríamos plan para los niños y padres durante la visita al zoológico?
- ¿Qué imágenes se debe hacer durante la visita?
- ¿Cómo se deben planificar las visitas sucesivas?

Atendiendo a la toma de decisiones

- ¿Cómo hemos organizado nuestra visita al zoológico?
- ¿Qué actividades se han previsto? ¿En qué orden?
- ¿Acerca de los aspectos que vamos a fijar nuestra visita?

Visitar el zoológico

- ¿Qué tipo de preguntas / actividades podemos hacer durante la visita de los hijos o los padres para promover el aprendizaje matemático, científico y tecnológico?
- ¿Qué cambios vamos a hacer después de la visita en relación con la planificación de hecho?
- ¿Qué recursos tecnológicos pueden utilizarse para planificar un viaje familiar?
- ¿Cómo podemos manejar si una familia no tiene recursos?

Así podemos, mediante aproximaciones telemáticas, como por ejemplo con programa de earth.google.com, o desde la www.stellarium.org, por ejemplo, como podemos compartir una visita virtual a dicho parque zoológico, con todo lujo de detalles.

## Conclusion

Queremos destacar como termino de esta cuestión las palabras de Marchesi, (2006:353) al respecto de que *"los datos del informe PISA, leídos desde la situación de la educación española, ponen de relieve la necesidad de impulsar políticas públicas que aseguren un mayor compromiso de la sociedad con la educación, que sean ambiciosas y que se arriesguen a adentrarse en campos hasta ahora ajenos a la regulación o a la exigencia educativa. De esta forma, nuevos ámbitos de preocupación de los poderes públicos empezarán a estar relacionados con la educación: el tiempo y la actividad de* *la familia, las iniciativas de los medios de comunicación, los lugares de ocio, la acción directa de los ayuntamientos o la organización de bibliotecas y de «mediatecas» coordinadas y al servicio de los alumnos y de la ciudadanía".*

Planteamos que el fruto del proyecto SMASH: *Ayudar a los padres que ayuden a sus hijos sobresalir en matemáticas y ciencias,* es aportar paquetes de trabajo para formadores de padres, padres e hijos, para afrontar este reto de implicar a la familia en el desempeño de sus hijos. Y, como afirma Marchesi (2006:353), de esta forma, con este tipo de propuestas, *"los ciudadanos comprenderán que la educación no es un tema que pueda delegarse sin más en las escuelas, por bien que éstas puedan llegar a funcionar, sino que entenderán y exigirán que se contribuya a mejorar la educación desde todos los ámbitos de la sociedad. Solo así, dentro de diez años, como consecuencia de este esfuerzo colectivo, comprometido y esperanzado, nuestros alumnos llegarán a situarse por encima de la media de los países participantes en nuevas comparaciones internacionales".*

Basándonos en los factores que la literatura, española y americana como afirma Ruiz (2009:355), "*se ha identificado como determinantes de la eficacia escolar, de entre los que cabe destacar factores relacionados con el propio alumno, el centro, el profesor y la familia, se ha elaborado un modelo explicativo del rendimiento de los alumnos que sintetiza los hallazgos teóricos citados y que incluye además el aspecto económico como predictor del rendimiento".* Creemos haber mostrado como nuestro grupo de investigación *DPD*, (Hum462), afronta estos retos y atiende tanto al alumno, como al profesor y, en último termino a la familia, para afrontar la mejora en el rendimiento escolar en matemáticas y ciencias, de sus hijos.

Para terminar con la máxima que se desprende de nuestra experiencia, para la mejora del conocimiento matemático escolar. Así, tanto en la en la escuela como en el entorno familiar, la mejora en el aprendizaje matemático escolar, depende del buen diseño y desarrollo de escenarios de aprendizaje. Los cuales, de estar referidos al aula de matemáticas, los proponemos como forma de trabajar el conocimiento matemático escolar inmerso en ciertos escenarios que vienen caracterizados por ser contextos socio-culturales cotidianos del aprendiz. Y, si nos referimos al contexto familiar, debemos trabajar con escenarios donde, en situaciones de ambiente cotidiano y usual de los grupos sociales, se enriquezca el conocimiento cotidiano del aprendiz, con la identificación, en estos escenarios puestos en juego, el conocimiento matemático escolar correspondiente.

**Agradecimientos**

# Grupo Hum 462, *DPD*

## Referencias

Argüello, A y Cardeñoso, J.M. 2005. Taller sobre geometría en la ESO: desde la reflexión histórica al aula de geometría pp117-169, en *Actas X Jornadas Investigación en el aula: la geometría.* Granada: UGR y Sociedad Thales.

Azcárate, P. 1999. Estrategias metodológicas para la formación de maestros. En Carrillo y Climent (Ed): *Modelos de formación de Maestros en Matemáticas.* Huelva: Universidad de Huelva, Servicio de Publicaciones.

Azcárate, P., Cardeñoso, J.M. y Serradó, A. 2009. Four environments to Learn about New Technologies. En *Proceedings International Conference on Education and New Learning Technologies (EDULEARN09)*, pp. 1656-1667, Barcelona, Spain.

Azcárate, P., Serradó, A. y Cardeñoso, J.M. 2009. SMASH: Aprendizaje de las matemáticas en el contexto familiar. Proceedings of XIV JAEM, Girona, Spain.

Azcárate, P.; Serradó, A.; Cardeñoso, JM; Meletiou-Mavroteris, M. y Paparistodemou, E. 2008. An On-Line Professional Environment To Improve The Teaching Ofstatistics, (8 pp s/n,) In C. Batanero, G. Burrill, C, Reading, A. Rossman (Eds). *Proceedings of the ICMI Study 18 Conference and IASE 2008 Round Table Conference*. Monterrey Mexico

Baratech Montes, B. 1934. *Matemáticas*. 2º Bto, Plan 34. Huesca: Ed. V.Campo y Cª

Batanero, C**.** y Díaz, C. 2004. El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. En J. Patricio Royo (Ed.), *Aspectos didácticos de las matemáticas* pp. 125-164. Zaragoza: ICE

Bonett, G. 2006. Tener presentes las singularidades lingüísticas y culturales en las evaluaciones internacionales de las competencias de los alumnos: ¿una nueva dimensión para PISA? *Revista de Educación,* nº extraordinario, pp. 91-109.

Cardeñoso, J. M. y Serradó, A. 2007. Taller: ¿Puedo adivinar qué idioma está hablando mi amigo con sólo contar las vocales? Escenarios para el aprendizaje de la estadística y la probabilidad. Pags 279-302, *Actas de XII Jornadas de Investigación en el Aula de Matemáticas,* Granada: UGR y la SAEM "Thales".

Cardeñoso, J. M.; Azcárate, P. y Serradó, A. 2008a. Atendiendo el Conocimiento Profesional de los Profesores de Matemáticas mediante E-learning. In *Actas Vitual Educa Zaragoza* http://www.virtualeduca.info/zaragoza08/ponencias/215/Carde%F1oso_Azcarate_Serrado_educa2008.doc

Cardeñoso, J. M.; Azcárate, P. y Serradó, A. 2008b. Escenarios Interculturales para el Aprendizaje Estadístico en el Contexto Escolar. *Encuentro latinoamericano en la enseñanza de la estadística. ELEE* Monterrey (México) 2008 Organizado, IASE (ISI). Resumen publicado en *Hipótesis alternativa, vol 9 nº 1* pp 9-10 http://www.ucv.ve/hipotesis/

Cardeñoso, J., Serradó, A. y Azcárate, P. 2009. School for parents, a tool for improving the education. *Paper presented in I Andalusian Conference in Innovation and Investigation.* Sevilla: Junta de Andalucía.

Cardeñoso JM; Azcarate, P; Serradó, A; Oliva, JM; Navarrete, A; Cuesta, J. y Castillo, R. 2008. El profesor de secundaria, competencias profesionales y demandas de formación. En *Actas XIII Jornadas Investigación en el aula de matemáticas: competencias matemáticas.* Pp. 183 – 193, Granada: UGR y Sociedad Thales

Díaz Barriga, F. 2003. Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo. *Revista Electrónica de Investigación Educativa,* 5 (2). Localizable en: http://redie.ens.uabc.mx/vol5no2/contenido-arceo.html

Kelly, A.E. y Lesh, R. 2000. *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education*. Mahwah, N.J.: Erlbaum.

Díez-Palomar, J y Molina, S. 2009. Talleres de matemáticas para familiars. En *Actas XIV JAEM Girona: FSPM*

Kuhn, T.S. 1963. The Structure Of Scientific Revolutions, Chicago, University of Chicago Press

López Melero, M. 2004. *Construyendo una escuela sin exclusiones. Una forma de trabajar con proyectos en el aula*. Aljibe. Málaga.

Marchesi, A. 2006. El informe PISA y la política educativa en España**.** *Revista de Educación,* nº extraordinario, pp. 337-355.

O.E.C.D. 2004. *Learning for tomorrow´s word: First results from PISA 2003.* París: OECD

Pérez Carranza, E. 1.944. *Elementos de Matemáticas.* 2º Bachillerato Plan 1938. Madrid: Summa

Pérez Carranza, E. 1.946. *Elementos de Matemáticas.* 4º Bachillerato, Plan 1938. Madrid: Summa

Rodríguez San Juan, A. 1.954. *Matemáticas* 3º Bachillerato, Plan 1.953, Madrid: Selecciones Gráficas

Ruiz, C. 2009. Las escuelas eficaces: un estudio multinivel de factores explicativos del rendimiento escolar en el área de matemáticas. *Revista de Educación*, 348. Enero-abril, pp. 355-376

Sancho, J.M. 2006. Aprender a los 15 años: factores que influyen en este proceso. *Revista de Educación,* nº extraordinario, pp. 171-193.

Serradó, A.; Azcárate, P y Cardeñoso, J.M. 2009. Numbers: zona cero (i). Método científico de investigación estadística. En *Revista Eureka sobre Enseñanza y divulgación de las Ciencias*, vol. 6-1, pp. 47-62

Vega, M. Cardeñoso, JM. y Azcárate, P. 2009a. Desarrollando competencias trabajando con proyectos matemáticos. En *Actas XIV JAEM Girona: FSPM*

Vega, M.; Cardeñoso, JM y Azcárate, P. 2009b. Proyectos estadísticos en escenarios contextualizados para el aula de matemática de la eso. *Paper presented in I Andalusian Conference in Innovation and Investigation.* Sevilla: Junta de Andalucía.

Villa, A. y Poblete, M. 2007. *El aprendizaje basado en competencias. Una propuesta para la evaluación de las competencias genéricas*. Madrid: Mensajero Ediciones.

Vygotsky, L. 1986. *Pensamiento y Lenguaje.* Barcelona: Paidos.