

# TIPOS DE RESPUESTAS DADAS A PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD PRÓXIMOS AL CONTEXTO SOCIAL-CULTURAL DEL ALUMNO

MAURO RIVAS

Universidad de Los Andes (Venezuela)

JUAN D. GODINO

Universidad de Granada (España)

*A partir de la resolución de un problema de proporcionalidad, donde se considera una situación propia de la realidad social y cultural del niño de sexto grado de primaria, se identifican los tipos de respuestas dadas por un grupo de 20 niños de ese grado. Los resultados muestran diversos tipos de procedimientos, plausibles de uso en el desarrollo de la enseñanza de la proporcionalidad en el sexto grado de primaria.*

El razonamiento proporcional es un aspecto de suma importancia para el éxito de la persona en la comprensión de diversas situaciones que se manifiestan en su contexto social real. En este orden de ideas, Hoyles, Noss y Pozzi (2001) presentan un estudio sobre el razonamiento proporcional puesto en práctica por un grupo de enfermeras en su desenvolvimiento profesional, para determinar las dosis de administración de los medicamentos en determinadas situaciones. En el contexto escolar encontramos que: “Un aspecto clave de las dificultades de los estudiantes con el razonamiento proporcional puede ser entendido únicamente cuando se considera el contexto social y

cultural en el cual ellos se desenvuelven” (Akatugba y Wallace, 1999; p. 305). Por tanto, es necesario desarrollar investigación sobre la construcción del conocimiento asociado a los tipos de respuestas dadas por los alumnos cuando resuelven problemas próximos a su contexto social y cultural inmediato.

En este documento informamos sobre algunos tipos de respuestas/procedimientos producidos por un grupo de alumnos de sexto grado, al resolver un problema de proporcionalidad próximo a su contexto social y cultural.

## MARCO TEÓRICO

Diversos investigadores han considerado que la construcción del razonamiento proporcional comprende un proceso que involucra razonamientos que van desde lo cualitativo hacia lo cuantitativo (Lamon, 2007; Lesh, Post y Behr, 1988). Streefland (1985), propone un inicio informal, intuitivo y cualitativo dirigido hacia la meta de la formalización y la algoritmización.

Condon, Landesman, y Calasanz-Kaiser (2006) proponen la puesta en juego de un problema de proporcionalidad cuyas consignas presentan la secuencia cualitativo-cuantitativo. Este problema se resuelve como tarea de preparación para la realización de una actividad de campo, en la que el alumno se enfrenta a problemas de la realidad, siendo el razonamiento proporcional una herramienta fundamental para actuaciones pertinentes. Más específicamente, Misailidou y Williams (2003) utilizan un instrumento para la medición del razonamiento proporcional en primaria, en el cual los niveles de complejización de la secuencia comprende el uso de procedimientos: “el doble”, “la mitad”, “la reducción a la unidad”.

La consideración de aspectos de la realidad de la persona en su formación escolar ha sido objeto de estudio desde diferentes perspectivas. Entre algunos de los enfoques teóricos destacados encontramos: la etnomatemática o interculturalidad de la matemática (D’Ambrosio, 1985), la cognición situada (Lave, 1988), la matemática realista (Freudenthal, 1968). Los planteamientos de estos enfoques convergen en la necesidad de desarrollar experiencias escolares impregnadas de situaciones del contexto real del alumno, en la que el contenido matemático se desarrolla y se aprende en relación con la realidad social y cultural de la persona. En este sentido, para observar qué tipo de respuestas elabora un alumno al momento de resolver un problema de

proporcionalidad a nivel de sexto grado, se ha considerado pertinente que tal problema corresponda con una situación relacionada con el contexto sociocultural-real del alumno.

El estudio de las acciones matemáticas y didácticas alrededor de la resolución de un problema de la matemática escolar ha sido objeto de revisión en los trabajos de Godino y colaboradores (Godino, Rivas, Castro y Konic, 2008; Rivas, 2009), quienes haciendo uso de herramientas de análisis propuestas por el Enfoque Onto-Semiótico (EOS) (Godino Batanero y Font, 2007) muestran una aproximación predictiva de los objetos/significados y conflictos potenciales que pueden manifestarse en la resolución de una situación problema.

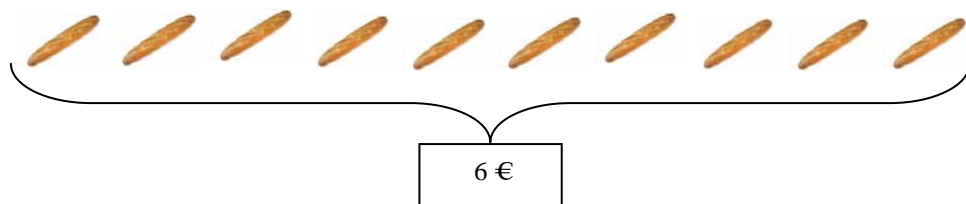
Sobre la base de los planteamientos expuestos se desarrolló una experiencia que comprendió el diseño de una situación problema y su aplicación a un grupo de alumnos de sexto grado de primaria. Para el diseño de la situación problema, se ha tomado en cuenta: a) una gradación de la complejidad en las consignas, b) una situación real del contexto sociocultural del alumno de sexto grado, y c) elaboración de un análisis previo con el objeto de determinar posibles respuestas y conflictos potenciales en el proceso de resolución.

## MÉTODO

La experiencia realizada tuvo lugar con un grupo de 20 alumnos de sexto grado de primaria de un centro concertado de la ciudad de Granada. Se aplicó una prueba en la que se solicitó a los alumnos la resolución del problema de manera individual con la colaboración del jefe de estudios respectivo. Para la aplicación de la prueba los alumnos no habían recibido clases previas relativas a la proporcionalidad, correspondientes a ese grado escolar.

El problema que se aplicó fue el siguiente:

1. En el aula de sexto grado se ha programado una salida al campo; a Paco le ha correspondido llevar 20 barras de pan. El maestro le ha dicho a Paco que 10 barras de pan valen 6 euros. ¿Cuánto dinero necesita Paco para comprar las 20 barras de pan?



2. La mamá de Paco ha considerado que 20 barras de pan son demasiadas, y le ha dado dinero a Paco para que compre 15 barras de pan. ¿Cuánto dinero le ha dado a Paco su mamá? Recuerda que 10 barras de pan valen 6 euros.
3. María quiere ayudar a Paco y le ha pedido a su mamá dinero para comprar 6 barras de pan. ¿Cuánto dinero le ha pedido María a su mamá para comprar las 6 barras de pan? Recuerda que 10 barras de pan valen 6 euros.

Para el estudio del problema y su resolución se hizo uso de la “Guía para el Reconocimiento de Objetos y Significados” (GROS)<sup>1</sup>, que comprende dos tipos de análisis: el epistémico a priori, y el cognitivo de las respuestas dadas por los alumnos.

Una vez diseñada la situación problema por parte de los investigadores, se realizó una consulta con el profesor del curso con la intermediación del jefe de estudios del centro. Conformes las diferentes partes con la aplicación de la prueba, se procedió a su resolución por parte de los alumnos del curso. Durante la aplicación no fue necesario hacer aclaraciones relevantes sobre las consignas del problema.

## RESULTADOS

### Resultados del Análisis Epistémico

A partir del análisis epistémico, realizado por los investigadores, previamente a la aplicación de la prueba, se identificaron como posibles conflictos los siguientes:

- Representación de la razón barras de pan – por – costo en euros, la cual puede hacerse escribiendo: 10 barras de pan  $\rightarrow$  6 euros, o representaciones similares.
- Uso conceptual de operaciones elementales (suma, resta, multiplicación y división), uso del concepto de razón (unitaria), que permite resolver las

---

<sup>1</sup> Detalles sobre el uso de esta herramienta pueden verse en Godino Rivas, Castro y Konic (2008) y Rivas (2009).

cuestiones: 20 barras de pan por 12 euros, 15 barras de pan por 9 euros, 6 barras de pan por 3,60 euros.

- Uso de algoritmos relativos a las operaciones elementales; cálculo de la razón unitaria.
- Reglas que rigen el desarrollo de los algoritmos, deducción de proposiciones del tipo: “ $m$  barras de pan valen  $n$  euros”.
- Argumentos del tipo: “Puesto que las barras de pan valen todas igual, al duplicar el número de barras de pan, se duplica también el precio”.

### **Resultados del Análisis Cognitivo**

El análisis cognitivo, realizado a la luz del análisis epistémico, sobre las respuestas dadas por los alumnos, permitió identificar diferentes tipos, los cuales han sido agrupados en categorías respecto a cada ítem. Un resumen de este análisis puede verse en la Tabla 1. A continuación ofrecemos una descripción de los tipos de respuestas identificados.

### **Categorías de Respuestas del Ítem 1**

*CI.1:* Uso del procedimiento “doble”: Se observa que las 20 barras de pan son el doble de 10, por lo que el precio es también el doble; se multiplica por 2 el precio de las 10 barras de pan.

*CI.2:* Uso intuitivo de la noción de razón, uso de un razonamiento del tipo

$$\begin{array}{r} 10 \text{ barras por } 6 \text{ euros} \\ + \frac{10}{20} \text{ barras por } \frac{6}{12} \text{ euros} \end{array}$$

*CI.3:* Reducción a la unidad, que consiste en calcular la razón unitaria del costo de una barra de pan.

*CI.4:* Se da como respuesta una frase del tipo: “Necesita 12 euros”; “R= 12 euros”; “Pagaré las 20 barras de pan con 12 €”. No se deja escrito el uso de operaciones ni argumentos que sustentan la respuesta. Por tanto no es posible identificar el procedimiento empleado.

En la Tabla 1 presentamos los tipos de respuestas dadas a los ítems.

Tabla 1. *Tipos de respuestas dadas a los ítems*

Ítem	Categoría	Subcategoría	Frecuencia	%	
1	C1.1: Uso del procedimiento “doble”	Correcta	5	25	
	C1.2: Uso intuitivo de razón		4	20	
	C1.3: Reducción a la unidad		1	5	
	C1.4: Uso de frase		10	50	
	Total			20	100
2	C2.1: Uso del procedimiento “mitad”	Correcta	6	30	
	C2.2: Reducción a la unidad	Correcta	Suma	1	5
			Resta	1	5
		Incorrecta	2	10	
	C2.3: Uso de frase	Correcta	3	15	
		Incorrecta	2	10	
	C2.4: No responde		5	25	
Total			20	100	
3	C3.1: Reducción a la unidad	Correcta	8	40	
		Incorrecta	2	10	
	C3.2: Uso de frase	Correcta	1	5	
		Incorrecta	4	20	
	C3.3: No responde		5	25	
	Total			20	100

### **Categorías de Respuestas del Ítem 2**

*C2.1:* Uso del procedimiento “mitad”: Se observa que las 5 barras de pan son la mitad de 10, por lo que el precio es también la mitad; se divide por 2 el precio de las 10 barras de pan.

C2.2: Reducción a la unidad para calcular el valor de 5 barras de pan, se obtiene la razón “5 barras de pan por 3 euros”. Luego esta razón es sumada o restada a otra razón del mismo tipo. Así encontramos:

$$\begin{array}{r} 10 \text{ barras por } 6 \text{ euros} \\ + \frac{5}{15} \text{ barras por } \frac{3}{9} \text{ euros} \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 20 \text{ barras por } 12 \text{ euros} \\ - \frac{5}{15} \text{ barras por } \frac{3}{9} \text{ euros} \\ \hline \end{array}$$

En estas formas de resolución observamos un uso intuitivo del concepto de razón combinado con una forma de razonamiento de índole aditiva.

C2.3: Se da como respuesta una frase del tipo: “Su mamá le ha dado 6,50 €”, “le ha dado 7 €”, “le ha dado 7 €”. En esta categoría hay respuestas correctas e incorrectas.

C2.4: No responde.

### **Categorías de Respuestas del Ítem 3**

C3.1: Reducción a la unidad, utilizada para obtener el valor de 6 barras de pan.

C3.2: Se da como respuesta una frase del tipo: “Le ha pedido 5,60 €”, “6 barras de pan valen 3 €”, “Necesita 3€60 céntimos”. Hay frases correctas e incorrectas.

C3.3: No responde.

## **DISCUSIÓN**

Las respuestas dadas al ítem 1 son todas correctas. No obstante, se observa un predominio de la respuesta en la que se da sólo una frase para responder a la pregunta (10 respuestas, 50%), sin mostrar ningún tipo de procedimiento que sustente la respuesta. Esto puede explicarse si aceptamos que el cálculo requerido puede hacerse mentalmente, de modo que no se requiera de procedimientos escritos para obtener la respuesta correspondiente.

En la resolución del ítem 1 se observa que “doble” es el tipo de respuesta predominante. No obstante, se hace presente, en 4 respuestas (20%), el uso de un razonamiento del tipo *building-up* (Lamon, 2007), que hemos denominado “uso intuitivo de la noción de razón”, que se conjuga con un procedimiento de “suma de

razones”. Este hecho podría sugerir una estrategia útil para la enseñanza de la proporcionalidad en sexto grado.

En la resolución del ítem 2, al comparar el número de respuestas correctas versus las incorrectas (o no responde) observamos que 11 de las respuestas (55%) son correctas. Así mismo, se observa que predomina el procedimiento “mitad” (6 respuestas, 30%). Además, aún cuando se utiliza el procedimiento de reducción a la unidad (4 respuestas, 20%), en ninguno de los casos, la razón unitaria obtenida, fue utilizada para calcular directamente el valor de las 15 barras de pan. La razón unitaria obtenida fue utilizada para calcular el valor de 5 barras de pan. Esto conduce a suponer que existe un apego a calcular el valor de las barras de pan, que faltan a 10, para completar 15. Se busca aprovechar que se conoce el valor de 10 barras de pan. Es necesario señalar que 3 de estas 4 respuestas utilizan el procedimiento “uso intuitivo de la noción de razón”.

En relación con el ítem 3, el tipo de respuesta/procedimiento predominante es la reducción a la unidad (10 respuestas, 50%). En el caso del tipo de respuesta “uso de frase” (1 respuesta correcta), se pudo constatar que la alumna, quien dio esa respuesta correcta, utilizó el procedimiento reducción a la unidad en su respuesta al ítem 2, lo cual sugiere que esa frase está sustentada en el uso de ese procedimiento. En este orden de ideas, llama la atención que para el ítem 3, un importante número de respuestas (10 respuestas, 50%), se da utilizando el procedimiento reducción a la unidad, mientras para el ítem 1 predominan las respuestas en las que se da sólo una frase (10 respuestas, 50%). Esto puede interpretarse, tal como se argumentó para el ítem 1, que la resolución de este ítem se puede obtener por medio de un cálculo mental, por lo que no escriben procedimiento alguno. Mientras que para el ítem 3, difícilmente un cálculo mental puede producir la respuesta respectiva.

La presencia numerosa de respuestas en las que se da sólo una frase, reclama llevar a efecto entrevistas con los alumnos, que permitan identificar los procedimientos utilizados.

## CONCLUSIONES

El predominio del tipo de respuestas/procedimientos “doble”, “mitad” y “reducción a la unidad” corrobora lo señalado en la literatura sobre razonamiento proporcional (Lamon,



2007; Misailidou y Williams, 2003). Este hecho convalida el uso de estos tipos de procedimientos para introducir y desarrollar los procesos de enseñanza de la proporcionalidad en el sexto grado de primaria.

El uso del procedimiento reducción a la unidad se hace predominante cuando el uso de otros procedimientos como el “doble” y la “mitad” no pueden ser utilizados. Este hecho se encuentra refrendado por la literatura; al no tener un referente más próximo, el alumno acude al cálculo de la razón unitaria con el fin de resolver el problema (Kilpatrick, Swafford y Findell, 2001).

Como alternativa a estos procedimientos de resolución, se observa la manifestación de un razonamiento del tipo *building-up*: “uso intuitivo de la noción de razón”, cuyo uso podría contribuir con el desarrollo de la noción de relación-función requerido para profundizar en la construcción del concepto funcional de la proporcionalidad (Bosch, García, Gascón y Ruiz-Higueras, 2006).

### **Agradecimientos**

Trabajo realizado en el marco del proyecto de investigación, SEJ2007-60110/EDUC. MEC-FEDER

### **REFERENCIAS**

- Akatugba, A. H. y Wallace, J. (1999). Sociocultural influences on physics students' use of proportional reasoning in a non-Western country. *Journal of Research in Science Teaching*, 36(3), 305-320.
- Bosch, M., García, F., Gascon, J. y Ruiz-Higueras, L. (2006). La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la TAD. *Educación Matemática*, 18(2), 37-74.
- Condon, G. W., Landesman, M. F. y Calasanz-Kaiser, A. (2006). What's on your radar screen? Distance-rate-time problems from NASA. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 12(1), 6-12.
- D'Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 5(1), 44-48.
- Freudenthal, H. (1968). Why to Teach Mathematics so as to be useful. *Educational Studies in Mathematics*, 1, 3-8.

- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Rivas, M., Castro, W. F. y Konic, P. (2008). Sviluppo di competenze di analisi didattica nella formazione degli insegnanti di matematica. En G. Arrigo (Ed.). *Atti del Convegno de didattica della matematica*. (pp. 25-39). Cantone: Centro didattico cantonale.
- Hoyles, C. Noss, R. y Pozzi, S. (2001). Proportional reasoning in nursing practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(1), 4-27.
- Kilpatrick, J. Swafford, J. y Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. En F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 1, pp. 629-667). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Lave, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everyday life*. Cambridge, England: Cambridge University Press.
- Lesh, R., Post, T. y Behr, M. (1988). Proportional reasoning. En J. Hiebert y M. Behr (Eds.). *Number concepts and operations for the middle grades* (pp. 93-118). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Misailidou, C. y Williams, J. (2003). Diagnostic assessment of children's proportional reasoning. *Journal of Mathematical Behavior*, 22, 335-368.
- Rivas, M. (2009). *Estudio exploratorio sobre el razonamiento proporcional en futuros maestros*. Tesis de Máster no publicada. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, España.
- Streefland, L. (1985). Search for roots of ratio: some thoughts on the long term learning process (Towards... a theory) Part II: The outline of the long term learning process. *Educational Studies in Mathematics*, 16, 75-94.