

EVOLUCIÓN HISTÓRICA DE CIERTAS MEDIDAS ASTRONÓMICAS

JUAN FRANCISCO RUIZ Y ANTONIO QUESADA

IES Antonio de Mendoza (Alcalá la Real, Jaén, España)

La profundización en la historia de la Astronomía nos ha llevado a seleccionar y clasificar para nuestro alumnado algunos hechos que cambiaron o ayudaron a cambiar la concepción que hasta aquel momento se tenía de la Tierra y del Universo. Entre ellos destacamos: la medición del radio de la Tierra, la comprobación de la no esfericidad de la misma, el cálculo de las distancias de la Tierra al Sol y la determinación de la Unidad Astronómica mediante el tránsito de Venus.

En el año 2009, se cumplen cuatrocientos años de las primeras observaciones por el telescopio de Galileo Galilei y la publicación de *Astronomía Nova* de Johannes Kleper, lo que propició que la ONU declarara este año como Año Internacional de la Astronomía. Uno de las actividades más emblemáticas de esta conmemoración en España llevó por título “Medida del Radio de la Tierra”, estuvo dirigido a centros escolares de todos los niveles y fue una actividad de lo más sencilla posible: medir la sombra que proyecta un palo vertical a una hora determinada (<http://www.astronomia2009.es>).

Resueltos desde el IES Antonio de Mendoza de Alcalá la Real (Jaén) a participar en esta experiencia, nos pusimos a investigar sobre ésta y otras medidas que son factibles

como experiencias docentes. La profundización en estos temas nos ha llevado a seleccionar y clasificar para nuestro alumnado algunos hechos que cambiaron o ayudaron a cambiar la concepción que hasta aquel momento se tenía de la Tierra y del Universo. Estos hechos históricos son: la medición del radio de la Tierra realizada por Eratóstenes; la comprobación de Godin, La Condamine, Jorge Juan y otros de la no esfericidad de la misma; el cálculo de las distancias de la Tierra al Sol de Aristarco; la determinación de la Unidad Astronómica mediante el tránsito de Venus; y, por último, el experimento de Eddington para comprobar la Teoría de la Relatividad.

Algunos de los temas anteriores (observaciones del tránsito de Venus y la Teoría de la Relatividad) ya habían sido trabajados por nuestro alumnado (Quesada y Ruíz, 2009), siempre dentro de sus niveles académicos, en cursos pasados, como se refleja en las publicaciones del centro¹.

No se pretende en este trabajo exponer cuales son estas experiencias, sino hacer un breve repaso a la historia e historias en las que se fundamentan para así poder justificar su elección. Con este objetivo, la comunicación se divide en dos partes: la primera dedicada a las medidas de la Tierra, Eratóstenes, Jorge Juan y los cálculos de los arcos de meridiano y la segunda a las medidas entre la Tierra y el Sol. Aunque la exposición de cada uno de los temas tratados se podría hacer muy extensa, la brevedad de estas líneas quiere invitar a los docentes a repetir en las aulas los experimentos.

LA TIERRA

Eratóstenes

A pesar de que la esfericidad de la Tierra ya había sido propuesta por Aristóteles al observar las sombras proyectadas en los eclipses, lo cierto es que el mundo fue plano hasta que las ideas de Copérnico fueron asumidas. Aún así, siendo bibliotecario de la legendaria Biblioteca de Alejandría, a Eratóstenes de Cirene le llamó la atención que las sombras en Alejandría y en Siena (hoy, Asuán) no coincidían. Mientras que el día del Solsticio de verano, en Siena la luz del Sol era reflejada en el fondo de los pozos y,

¹“Pasaje a la Ciencia” es una revista de divulgación científica que se publica desde hace diez años y que cuenta tanto con las colaboraciones del alumnado como con la participación de expertos nacionales e internacionales en temas científicos. Se puede consultar en la dirección de internet <http://www.pasajealaciencia.es>

consecuentemente, ningún objeto vertical proyectaba sombra sobre el suelo, en Alejandría esto no ocurría ningún día del año.

Aunque había nacido en Cirene alrededor de 273 a.C., Eratóstenes pasó su juventud en Atenas donde estudió y destacó en diferentes artes. Fue llamado a Alejandría para ser el tutor del hijo de Ptolomeo III de Egipto y para trabajar en la biblioteca. Fue contemporáneo de Arquímedes, del que fue gran amigo, y de Aristarco (al que se le dedica la sección siguiente). Además de por su medición del radio de la Tierra, también es conocido por la “criba de Eratóstenes” para encontrar números primos por eliminación de múltiplos de éstos o por la invención de la esfera armilar o astrolabio esférico. Murió en Alejandría en el año 194 a.C.

Conocedor de las ideas de Aristóteles sobre la esfericidad de la Tierra, la genialidad de Eratóstenes fue doble: por un lado, deducir que, a partir de las sombras, era posible calcular el radio de la esfera; por otro, encontrar un método sencillo y preciso para calcularlo. Para lugares situados sobre el mismo meridiano (Asuán y Alejandría están prácticamente sobre el mismo), la relación entre las sombras, suponiendo que los rayos del Sol inciden de manera paralela en ambos lugares, viene dada por la Figura 1.

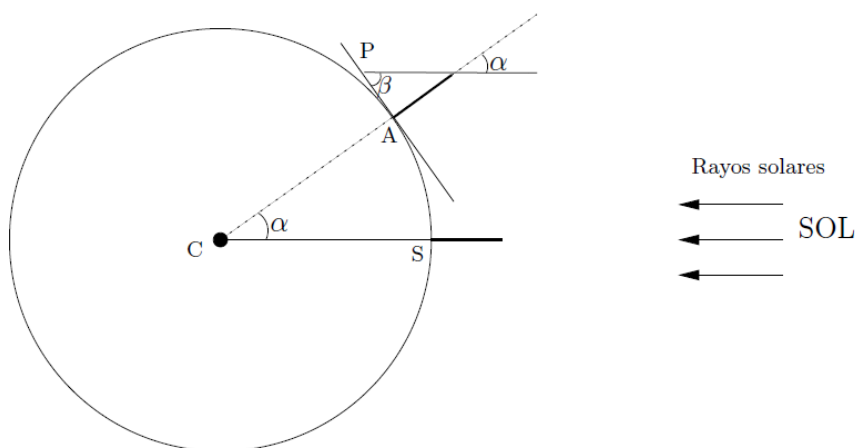


Figura 1. Incidencia de los rayos solares en puntos del mismo meridiano

En la Figura 1 se observa cómo en el punto S (Siena) los rayos del Sol inciden perpendicularmente² y en el punto A (Alejandría) inciden proyectando una sombra AP. El ángulo α que forman los rayos con la vertical en A, se puede medir a partir de la

² Es sencillo realizar una primera generalización del método para lugares en los que el Sol no incida perpendicularmente y una segunda para lugares que no se encuentren sobre el mismo meridiano. Con ellas es posible realizar la experiencia didáctica “Medida del Radio de la Tierra”.

longitud de la sombra. Este ángulo es igual al formado en el centro de la Tierra, C , por los radios dirigidos a A y S (Boyer, 1994).

Las fuentes indican que Eratóstenes estimó el ángulo α en $1/50$ de la circunferencia y que pagó a un caminante para que contara los pasos entre las dos ciudades, con lo que las separó 5000 estadios. Dado que un estadio se toma habitualmente como 157'7 m, la medida de Eratóstenes fue de 39370 km. Excelente dado que el valor actual es 40040 km, incluso mejorando el tomado por Cristóbal Colón 1700 años más tarde.

La Tierra no es una Esfera. Jorge Juan

A pesar de los revolucionarios trabajos griegos, las ideas heliocéntricas no cuajaron hasta que Copérnico propuso su modelo. Con éste, la Tierra pasó a rotar sobre sí misma y a girar en torno al Sol. La forma de la Tierra cobró importancia y las medidas de arco para determinar el valor del un grado de meridiano aumentaron: Willebrord Snellius (Holanda, 1580-1626) midió la distancia entre Alcaer y Bergopzom y determinó que el grado terrestre equivalía a 28500 pértigas del Rhin ó 55021 toesas de Pie de Rey de París³; Pieter an Musschenbroek (1692-1761) repitió la medida para obtener que un grado es 57033 toesas 0 pies y 8 pulgadas de París; El Padre Grimaldi, al medir otro arco en Bolonia halló el valor 62650 toesas. La diferencia de las medidas provocó que la Academia de las Ciencias de París encargara al Abate Jean Picard (1620-1682), académico, la medida de un arco del meridiano. Su resultado, 57060 toesas (Torroja, 1973).

Ese podría haber sido el desenlace final de no ser por diferentes observaciones sobre el movimiento de relojes de péndulo en diferentes partes del mundo. Los mismos relojes oscilaban más lentamente cuanto más cerca del ecuador se encontrasen (Juan, 1748). ¿Cuál podía ser la razón? Que ¿los péndulos pesasen menos hacia el ecuador? Intentando explicarlo, Huygens y Newton sugirieron que la fuerza centrífuga provocada por el movimiento de rotación terrestre hacía que la forma de la Tierra no fuese totalmente esférica, sino achatada por los polos, ya que son los puntos cercanos a estos son los que menor esfuerzo hacen para huir del eje de rotación.

La sugerencia anterior requería pruebas empíricas consistentes en comprobar que la longitud de un grado meridiano era diferente, de hecho menor, cuanto más cerca del ecuador se realizase. Para mayor confusión, las medidas que se tomaron en Francia al

³ Una toesa equivale a 1'949 m.

respecto por Giovanni Cassini (1625-1712) para el Observatorio de París referidas a las longitudes de los meridianos en Francia y otras posteriores, confirmaban que la Tierra no era esférica pero que, en contra de lo esperado, era alargada y no achatada.

Ante este panorama, Louis Godin (1704-1760) propuso, en 1733, la medición de un lugar más próximo a la línea ecuatorial que permitiera comprobar la teoría. En 1734, Pierre Louis Maupertuis (1698-1759) proyectó otra expedición a Laponia para poder tomar datos cerca del Polo Norte. De las dos expediciones, la primera tuvo como destino el virreinato de Perú, perteneciente a la Corona Española en América. Este fue el motivo de que se solicitara a Felipe V la autorización para llevarla a cabo y la colaboración de científicos españoles.

La Guerra de Sucesión⁴ había dejado a España en un lugar precario en el medio marítimo militar. Las escuelas científicas tampoco pasaban por su mejor momento, lo que provocó que la creación de la Escuela de Caballeros de Guardias Marinas de Cádiz, creada para resolver el problema militar, se convirtiese en un lugar de referencia en navegación y, por consiguiente, en aritmética, trigonometría y todas las matemáticas relacionadas con el mar. Dos jóvenes estudiantes de misma fueron elegidos (Torroja, 1973), en 1735, para acompañar a la expedición francesa dirigida por Louis Godin cuyo objetivo era medir la longitud del grado ecuatorial: Jorge Juan y Antonio de Ulloa (1716-1795).

Jorge Juan y Santacilia nació el 5 de enero de 1713 en Novelda. La muerte prematura de su padre, cuando Jorge tenía dos años, propició que su tío se hiciese cargo de él. A los doce lo hizo ingresar en la Orden de Malta⁵ como paje del Gran Maestre. Su estancia en Malta desde 1726 hasta 1729 determinó su vocación naval (Torregrosa, 1999). De allí viajó a Cádiz para ingresar en la Escuela de Guardias Marinas, donde estudió hasta su graduación como teniente de navío⁶. Más adelante, a su vuelta de América y tras cumplir diversas misiones por Europa y ocupar cargos en España, volvió a la Escuela gaditana en condición de director. Es muy interesante destacar el interés que, a la vuelta a España, puso en el desarrollo de un mapa de España basado en la

⁴ Tras la muerte de Carlos II en 1700, comenzó el conflicto por la sucesión que se prolongó hasta 1714, aunque hubo resistentes hasta 1744.

⁵ La Orden Hospitalaria de San Juan de Jerusalén se fundó en 1099, durante las cruzadas, con origen caritativo y hospitalario. La pérdida de Tierra Santa motivó diversos cambios de sede, hasta que se estableció en la isla de Malta. Su ubicación geográfica hizo que se dedicara a cuidados de la navegación.

⁶ La graduación habitual de graduación era alférez de fragata. Con Jorge Juan y Antonio de Ulloa se hicieron dos excepciones para que la categoría de éstos se acercara a la de sus compañeros de expedición.

precisión de medidas y determinaciones exactas, el cual se enmarcó en el plan de desarrollo nacional del Marqués de la Ensenada y que, por desgracia, nunca llegó a realizarse (Vázquez, 1973).

En mayo de 1735 salió de España la expedición que llegó a Cartagena de Indias el uno de julio de 1736. Al llegar a Quito formaron dos equipos, cada uno de los cuales tenía miembros tanto franceses como españoles: el primero, con Louis Godin, el verdadero astrónomo de todos, y Jorge Juan; el segundo compuesto por Pierre Bourguer (1698-1758), que trabajaba en hidrografía, Charles-Marie de La Condamine (1701-1774), químico, y Antonio de Ulloa (Torregrosa, 1999).

Los trabajos de medición se llevaron a cabo mediante triangulación geodésica y fueron dificultados por el terreno, más abrupto de lo esperado, el clima y los problemas personales que surgieron. Los resultados de ambos equipos fueron muy parecidos. Para un arco de $3^{\circ} 7' 1''$ las medidas oscilaban entre 56747 y 56793 toesas. Estos valores daban un radio de 6378'388 km. La expedición de Maupertuis había obtenido una medida de 6356'515 km. Quedaba demostrado el achatamiento de la Tierra por los polos. Estas medidas son tan precisas que se mantuvieron vigentes hasta bien entrado el siglo XX.

En su obra más importante “Observaciones Astronómicas y Physicas hechas de orden de su Magestad en los Reynos del Perú”, Jorge Juan deja constancia de los resultados de la expedición (Juan, 1748).

DE LA TIERRA AL SOL

Aristarco

Un milenio y medio antes que Copérnico, Aristarco de Samos (310-230 a.C.) ya propuso un modelo heliocéntrico basándose, posiblemente, en los cálculos que él mismo realizó sobre los tamaños del Sol y la Luna. Unos cuarenta años mayor que Eratóstenes, sólo se conserva uno de sus textos, “Sobre los tamaños y distancias del Sol y la Luna”, en el que se establecen las distancias relativas de la Tierra a la Luna y la Tierra al Sol y los tamaños del Sol y la Luna (Heath, 1913).

Con respecto a la relación de distancias entre Tierra-Luna y Tierra-Sol concluyó que la segunda era más de 18 pero menos de 20 la primera. Para determinarla, consideró

que la posición Tierra-Sol-Luna durante un cuarto (creciente o menguante) de la Luna es la representada en la Figura 2.

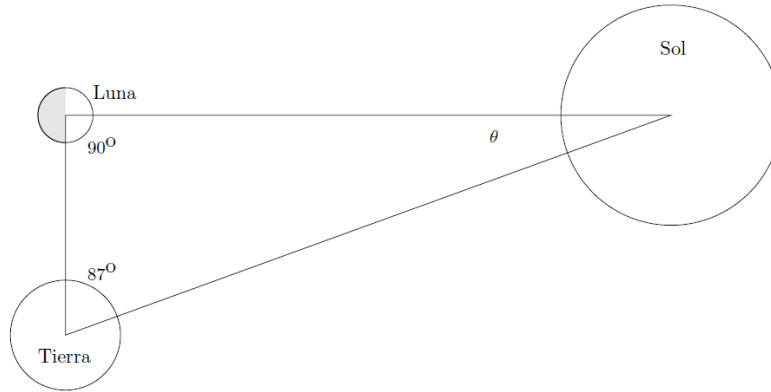


Figura 2. Esquema de Aristarco para determinar la distancia Tierra-Sol

En lenguaje actual, denominando d_{TL} y d_{TS} a las distancias Tierra-Luna y Tierra-Sol, respectivamente,

$$\text{sen}(3^\circ) = \frac{d_{TL}}{d_{TS}} \Rightarrow d_{TS} \approx 19d_{TL}$$

La medida del tamaño de los astros requiere otra técnica. Se entiende como tamaño el tamaño angular del astro, es decir, el ángulo determinado por el objeto en el cono visual que tiene como vértice el ojo humano y se denomina ángulo subtendido (Meléndez, 1999). Con observación directa se puede medir el ángulo subtendido (o tamaño aparente) de la Luna. Sea α_L dicho ángulo. Sin embargo, la observación directa no es recomendable para realizar la medición del tamaño del Sol. Se necesita acudir a observaciones indirectas como las que se producen durante un eclipse de Sol. La Luna cubre al Sol, lo que indica que si α_S es el ángulo subtendido del Sol, $\alpha_L \geq \alpha_S$. Por otro lado, cuando la Luna está lejana en la órbita de la Tierra se producen eclipses anulares, de lo que se puede deducir que $\alpha_L \leq \alpha_S$. No es descabellado, entonces, pensar que los tamaños aparentes de la Luna y el Sol son iguales, $\alpha_L = \alpha_S$. Aplicando a diversas figuras el Teorema de Tales, Aristarco consiguió obtener las relaciones entre los radios de los cuerpos celestes y las distancias.

Aún así, faltaba determinar el tamaño absoluto de dichos astros. Para ello utilizó de nuevo el eclipse, pero ahora, lunar. La duración del período que la Luna pasa en zona de sombra total permite obtener los resultados. Aristarco observó que dicho periodo era poco más del doble del que transcurría entre el momento en que la Luna comienza su entrada en zona de sombra y el momento en que empieza a salir.

Aunque sus métodos eran correctos, los pequeños errores de medida de ángulos de Aristarco provocaron grandes diferencias entre las distancias estimadas y las reales (Heath, 1981). Aún así, no se puede olvidar el gran desarrollo geométrico realizado por él y que sus métodos fueron utilizados durante muchos siglos después de su muerte.

Otras Medidas: la Unidad Astronómica y la Comprobación de la Teoría de la Relatividad

La tercera ley de Kepler permitía calcular las distancias relativas entre los planetas del Sistema Solar, no las absolutas. Edmund Halley (1656-1742) propuso un método que permitía calcular la distancia de la Tierra al Sol, la unidad astronómica, mediante la observación de los tránsitos de Venus desde dos puntos alejados. Cuando Venus se interpone entre la Tierra y el Sol, la observación desde nuestro planeta es una pequeña mancha que tiene un movimiento rectilíneo. Halley sugirió que se determinara la paralaje Solar⁷ el ángulo bajo el que un hipotético observador instalado en el centro del Sol vería el semidiámetro de la Tierra. Para tener exactitud era necesario que dos observadores alejados la mayor distancia posible midiesen con exactitud los tiempos de contacto de Venus y el Sol, tanto a la entrada como a la salida del tránsito. En 1716 animó a que se hicieran expediciones a medir los tránsitos de 1761 y 1769.

En 1761 se coordinaron más de 130 expediciones diferentes por todo el planeta pero ningún cálculo fue lo suficientemente preciso (Heredia y Quesada, 2009). En 1769 hubo más de 150 observadores en 77 localizaciones diferentes. El teniente británico James Cook (1728-1779) fue enviado a Tahití a bordo del Endeavour. España organizó varias expediciones entre las que destaca la de Salvador de Medina y Vicente Doz, dirigida por el abate Chappe D'auteroche. En ésta, además, se corrigió la situación errónea de la península de California en los mapas de la época. Los resultados obtenidos en esta expedición estuvieron bastante afinados. Chappé estableció la unidad astronómica en 153.860.544 km. Doz la calculó en 157.568.032 km. Thomas Hornsby (1733-1810), considerando las observaciones desde cinco puntos diferentes, entre las que se encontraban las de Cook y las de la expedición española concluyó un valor de 151 millones de kilómetros. Actualmente, la distancia aceptada es de unos 150 millones de kilómetros.

⁷ Variación de la posición aparente cuando se observa desde lugares diferentes.

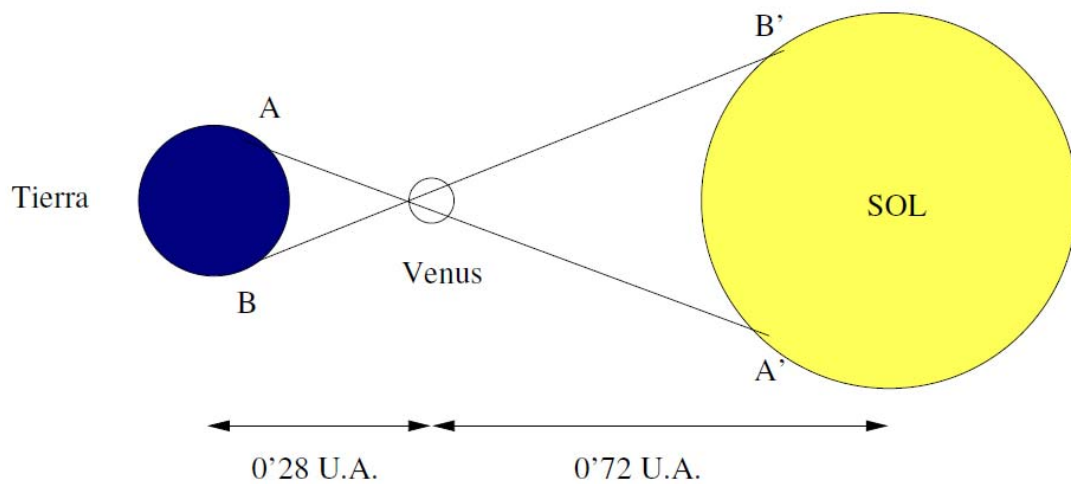


Figura 3. Determinación de la unidad Astronómica

La determinación de la medida de la longitud de la unidad astronómica se realiza de la siguiente forma (ver Figura 4): Dos observadores en la Tierra A y B ven la silueta de Venus sobre el Sol en los puntos A' y B', respectivamente. La distancia entre A y B debe ser conocida y la distancia relativa entre la Tierra y Venus y Venus y el Sol se tiene gracias a la tercera ley de Kepler.

Puesto que los triángulos AVB y A'VB' son semejantes, $\frac{d_{AB}}{0'28} = \frac{d_{A'B'}}{0'72}$ y, por comparación, conocido d_{AB} , se conoce el diámetro Solar. Para terminar, si α es la mitad de la paralaje del Sol, el ángulo con el que se ve desde la Tierra, a partir del valor de la tangente del triángulo rectángulo señalado se puede calcular la longitud de la unidad astronómica (Figura 4).

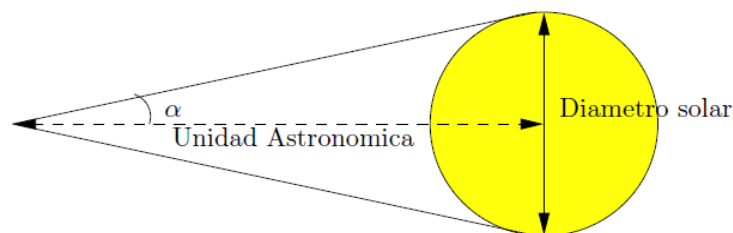


Figura 4. Determinación de la unidad astronómica

REFERENCIAS

Boyer, C. B. (1994). *Historia de la matemática*. Madrid: Alianza Universidad Textos.

- Heath, T. (1913). *Aristarchus of Samus, the ancient Copernicus*. Oxford: Oxford and the Clarendon Press.
- Heath, T. (1981). *A History of Greek mathematics*, vol II. New York: Dover Publications INC.
- Heredia, A. y Quesada, A. (2009). *Expediciones astronómicas: la medida del Universo*. Trabajo presentado en el XXIII Coloquio Metodológico de las Asociación de profesores de Geografía e Historia de Andalucía “Hespérides”, Granada, España.
<http://www.astronomia2009.es/>
- Juan, J. (1748). *Observaciones Astronómicas y Physicas hechas de orden de S. Mag. en los Reynos del Perú*. Madrid: Imprenta de Juan de Zúñiga.
- Meléndez, J. (1999). *Cómo midió Aristarco la Luna y el Sol*, en Curso de humanidades “Las ideas de la ciencia”. Madrid: Universidad Carlos III.
- Quesada, A. y Ruiz, J. F. (2009). Tras los pasos de Eratóstenes: La experiencia del 26 de marzo de 2009. *Pasaje a la Ciencia*, 12, 63-67.
- Torregrosa, M. (1999). *Nacimiento, familia e infancia, escuela de caballeros de guardias marinas, y trabajos de medición del meridiano (1735-1745)*, en El Legado de Jorge Juan.
- Torroja, J. M. (1973). La obra científica de Jorge Juan. *Revista Matemática Hispanoamericana*, número extraordinario dedicado a Jorge Juan.
- Vázquez, F. (1973). Jorge Juan y la cartografía española del siglo XVIII. *Revista Matemática Hispanoamericana*, número extraordinario dedicado a Jorge Juan.