

Innovación educativa en la enseñanza formal



Coords.:

**Javier J. Maquilón Sánchez; Mari Paz García Sanz;
María Luisa Belmonte Almagro**

Javier J. Maquilón Sánchez
Mari Paz García Sanz
María Luisa Belmonte Almagro
(Coords.)

Innovación educativa en la enseñanza formal



Universidad de Murcia
2011

ISBN: 978-84-694-2842-9

© Universidad de Murcia. Servicio de Publicaciones, 2011

Diseño de portada: Ana Belén Mirete Ruiz

INNOVACIÓN EDUCATIVA EN LA ENSEÑANZA FORMAL

Coordinado por Javier J. Maquilón Sánchez, Mari Paz García Sanz, María Luisa Belmonte Almagro

ÍNDICE

¿ES FÁCIL DIALOGAR EN LAS AULAS DE PRIMARIA? <i>Carmen Álvarez Álvarez</i>	1
EXPERIENCIA “BLOGGERA” COMO RECURSO DOCENTE EN LA FORMACIÓN DE PROFESORADO <i>Mónica Sánchez, Nerea Muruamendaraz</i>	9
PROPUESTA DE UN NUEVO MODELO PARA ESTIMULAR EL SENTIDO DEL HUMOR Y LA CREATIVIDAD EN EDUCACIÓN <i>Olivia López Martínez, Antonio Sevilla Moreno</i>	19
LA CARPETA DOCENTE COMO METODOLOGÍA INNOVADORA EN LA FORMACIÓN Y EL DESARROLLO PROFESIONAL DEL PROFESORADO UNIVERSITARIO <i>Zoia Bozu, Beatriz Jarauta Borrasca</i>	29
EL USO DE EDUCLICK PARA LA EVALUACIÓN Y EL APRENDIZAJE EN FISIOTERAPIA. OPINIÓN DE LOS ESTUDIANTES <i>M. Martínez-González, A. Martínez-Carrasco</i>	39
MEJORA DE LA CONVIVENCIA Y DE LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE A TRAVÉS DE LA INCORPORACIÓN DE METODOLOGÍAS PARA EL DESARROLLO DE LAS COMPETENCIAS SOCIOAFECTIVAS Y MORALES - CEIP SAN ANTÓN- FORTUNA <i>Juana Guillén Caballero</i>	47
LA PRESENTACIÓN MULTIMEDIA COMO DISCURSO DIDÁCTICO <i>José Miguel Marín Viadel</i>	59
FORMACIÓN DE PROFESORES PARA ENSEÑAR PROBABILIDAD. ANÁLISIS DEL USO DE LAS PARADOJAS <i>J. Miguel Contreras, Carmen Batanero, Pedro Arteaga</i>	67
GESTIÓN DE CRISIS INTERNACIONALES. UNA HERRAMIENTA DIDÁCTICA DE ROLE-PLAYING PARA EL APRENDIZAJE EN LOS ESTUDIOS SOBRE POLÍTICA INTERNACIONAL Y RESOLUCIÓN DE CONFLICTOS <i>Javier Jordán Enamorado, José Antonio Peña Ramos</i>	75
UNA PROPUESTA DE COORDINACIÓN DE ACTIVIDADES PRÁCTICAS PARA EL GRADO EN DERECHO <i>María del Mar de la Peña Amorós, María Fuensanta Gómez Manresa, María Magnolia Pardo López</i>	85
LA INNOVACIÓN EN LA ENSEÑANZA UNIVERSITARIA A TRAVÉS DE LAS REDES SOCIALES	

FORMACIÓN DE PROFESORES PARA ENSEÑAR PROBABILIDAD. ANÁLISIS DEL USO DE LAS PARADOJAS

J. Miguel Contreras

Carmen Batanero

Pedro Arteaga

Universidad de Granada

RESUMEN

En este trabajo se describe el contenido necesario para la preparación didáctica de profesores para la enseñanza de la probabilidad y se sugieren algunas posibilidades que las paradojas clásicas de probabilidad ofrecen para organizar actividades didácticas que puedan ayudar a la realización de estas actividades.

Palabras clave: didáctica de la matemática; formación de profesores; probabilidad.

TRAINING TEACHERS TO TRAIN PROBABILITY: ANALYSUNG THE USE OF PARADOXES

ABSTRACT

In this paper we describe the content needed to train teachers to teach probability and we suggest some possibility that classical paradoxes in the theory of probability offer to carry out this training.

Keywords: mathematics education; training teachers; probability.

1.- INTRODUCCIÓN

Aunque la probabilidad está incluida en las orientaciones curriculares de primaria y secundaria, los profesores de matemáticas con frecuencia carecen de la preparación específica para llevar a cabo su enseñanza, de forma que ésta contribuya a la formación, no sólo de los conocimientos matemáticos de sus estudiantes, sino también de sus intuiciones probabilísticas. Aunque la mayoría de

los profesores de secundaria tienen una licenciatura en matemáticas, necesitan también conocimiento del contenido didáctico relacionado con la enseñanza de probabilidad. La situación es aún más crítica para los profesores de primaria, puesto algunos ni siquiera han seguido un curso completo de probabilidad durante su formación como maestros. Ello ocasiona en algunos casos concepciones incorrectas sobre las ideas de azar y probabilidad (Azcárate, 1996) y en otras lleva a los profesores a tratar de reducir o incluso omitir la enseñanza de la probabilidad (Serradó, Azcárate y Cardeñoso, 2006). Es urgente ofrecer una mejor educación previa a estos profesores, si queremos que la enseñanza de la probabilidad en las escuelas mejore (Franklin y Mewborn, 2006).

En este trabajo describimos los componentes del conocimiento que los profesores necesitan para enseñar adecuadamente la probabilidad. Seguidamente analizamos las posibilidades que ofrecen algunas paradojas clásicas de la teoría de la probabilidad para organizar situaciones didácticas orientadas a mejorar la formación de los profesores en el campo de la probabilidad.

2.- CONOCIMIENTO DEL PROFESOR Y ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD

Aunque, para la enseñanza de la probabilidad en la escuela, no necesitan altos niveles de conocimientos matemáticos, tales como, por ejemplo, la teoría de la medida, sin embargo si requieren una comprensión profunda de las matemáticas básicas que se enseñan en la escuela. Batanero, Godino y Roa (2004) especifican las componentes necesarias para el conocimiento profesional de los docentes, que son revisados por Godino, Batanero, Roa y Wilhelmi (2008), quienes incluyen los siguientes componentes en su modelo de conocimiento profesional de los docentes:

- **Componente epistémica:** conocimiento del contenido matemático o estadístico, es decir, el conjunto de problemas, procedimientos, conceptos, propiedades, el lenguaje y argumentos incluidos en la enseñanza de un tema dado y su distribución en el tiempo de enseñanza.
- **Componente cognitiva:** conocimiento de los niveles de los estudiantes del desarrollo y la comprensión del tema, las estrategias de los estudiantes, las dificultades y errores en cuanto al contenido previsto.
- **Aspecto afectivo:** conocimiento de las actitudes de los estudiantes, las emociones, las motivaciones sobre el contenido y el proceso de estudio.
- **Componente mediacional:** conocimiento de los recursos didácticos y tecnológicos disponibles para la enseñanza y las posibles formas de utilizar y distribuir estos recursos en el tiempo.
- **Componente interaccional:** gestión de las organizaciones posibles del discurso en el aula y las interacciones entre el profesor y los estudiantes que ayudan a resolver las dificultades de los estudiantes y los conflictos.
- **Componente ecológico:** el conocimiento de la relación del tema con el currículo oficial, otros temas matemáticos o estadísticos y con los entornos sociales, políticos y económicos que apoyan la enseñanza y el aprendizaje.

Estos modelos proporcionan una pauta para organizar actividades formativas para profesores. Como indican Ponte y Chapman (2006), debemos considerar los profesores como profesionales, haciendo que todos los elementos de la práctica (preparación de las clases, tareas y materiales, la realización de clases, observación y reflexión sobre la experiencia) sean el elemento central del proceso de formación del profesorado.

3.- PARADOJAS COMO HERRAMIENTA PARA DESARROLLAR EL CONOCIMIENTO DEL DOCENTE

Una implicación del anterior análisis es la necesidad de desarrollar y evaluar los conocimientos profesionales de los docentes y las competencias, que tenga en cuenta los diferentes componentes del saber pedagógico. Es importante apoyarlos y proporcionarles actividades que les sirvan para conectar los aspectos conceptuales y didácticos (Ball, 2000). Las actividades presentadas a los profesores también deben basarse en el enfoque constructivista y social del aprendizaje (Jaworski, 2001).

Una herramienta didáctica posible es servirnos de algunas de estas paradojas clásicas (ver Székely, 1986) para crear situaciones didácticas que sirvan para provocar la reflexión didáctica de los profesores. Puesto que el profesor tiene unos conocimientos sólidos de probabilidad elemental, hemos de buscar problemas, que, siendo aparentemente sencillos, puedan tener soluciones contra intuitivas o sorprendentes. No es difícil encontrar este tipo de situaciones, ya que la historia de la probabilidad y estadística está repleta de episodios y problemas que resultaron en su tiempo desafiantes y que muestran que la intuición estocástica con frecuencia nos engaña (Batanero, Henry y Parzysz, 2005). Estos problemas, así como las soluciones, tanto correctas como erróneas, que algunos participantes puedan defender vehementemente, servirán para analizar cuáles son los conceptos involucrados en las soluciones. Lesser (1998) indica que el uso inteligente de estos ejemplos contra-intuitivos apoya una pedagogía constructivista, promoviendo un aprendizaje profundo a partir de las creencias previas. Falk y Konold (1992), afirman que estas actividades requieren una consciencia de sus propios pensamientos, lo que es tan importante como el aprendizaje de la solución correcta. A continuación describimos un taller dirigido a profesores y basado en una paradoja clásica y seguidamente analizamos otras paradojas que podrían servir para organizar talleres similares con los profesores.

4.- UNA ACTIVIDAD FORMATIVA BASADA EN UNA PARADOJA DE BERTRAND

Joseph Bertrand (1822-1900), matemático francés cuyas principales áreas de trabajo fueron la Teoría de Números, la Geometría Diferencial y la Teoría de las Probabilidades, publicó en 1889 el libro "*Calcul des probabilités*", el cual, contiene numerosos ejemplos de problemas contraintuitivos como el siguiente:

Tenemos tres cajas: una caja que contiene dos monedas de oro, una caja con dos monedas de plata, y una caja con una de cada tipo. Después de elegir una caja al azar se toma una moneda al azar, por ejemplo una moneda de oro. ¿Cuál es la probabilidad de que la otra también sea de oro?

Este problema ha sido base de otros, como el de Monty Hall (ver Batanero, Fernández y Contreras, 2009). El taller, que hemos experimentado en cursos de profesores se inicia proponiendo a los profesores un juego de apuestas, animándoles a que descubran la mejor estrategia para ganar. La descripción del juego es la siguiente:

Tomamos tres tarjetas de la misma forma y tamaño. Una es de color azul en ambos lados, la segunda es de color rojo en ambos lados y la tercera es azul de un lado y roja por el otro. Ponemos las tres tarjetas en una caja, y agitar la caja, antes de seleccionar una tarjeta al azar. Después de seleccionar la tarjeta se muestra uno de los lados. El objetivo del juego es adivinar el color de la cara oculta. Repetimos el proceso, poniendo la tarjeta de nuevo en la caja antes de cada nueva extracción. Hacemos predicciones sobre el color del lado oculto y gana un punto cada vez que nuestra predicción es correcta.

Para organizar correctamente el taller, los participantes primero han de hacer algunas pruebas del juego y, a continuación, el formador de profesores ha de pedirles que encuentren la estrategia que produce la oportunidad de ganar más veces en una serie larga de ensayos. Debido al carácter contra intuitivo, surgirá más de una solución (algunas incorrectas). Después de algunas repeticiones del juego, todas las estrategias sugeridas por los profesores deben figurar en la pizarra y posteriormente sería organizado por el formador de profesores un debate para decidir cuál es la mejor estrategia. El objetivo de este debate, donde es posible tanto el razonamiento correcto como los conceptos erróneos, es aumentar el conocimiento probabilístico del maestro. Si no hay acuerdo final, los participantes serán animados a realizar una demostración matemática de su estrategia y se organiza un debate que permitirá revelar los razonamientos erróneos.

La actividad se complementa con el análisis didáctico de las ideas fundamentales que se utilizaron para hallar la solución, los errores potenciales de los estudiantes y las fases didácticas del juego. Heitele (1975) indica que el principio decisivo de instrucción en un tema es la transmisión de las ideas fundamentales, sobre las cuáles se apoya todo el cálculo de probabilidades. El autor indica que pueden enseñarse a cualquier niño en cualquier estado de desarrollo, con un nivel adecuado de formalización y son una guía necesaria desde la escuela primaria a la universidad para garantizar una cierta continuidad. En este juego se pueden identificar algunas ideas fundamentales descritas por Heitele (1975): sucesos y espacio muestral, probabilidad y convergencia, operaciones combinatorias, las reglas de adición y multiplicación de probabilidades, independencia, probabilidad condicionada, variable aleatoria, equidistribución y simetría, esperanza matemática y muestreo. La actividad también ayudará a aumentar algunas componentes de los conocimientos profesionales:

- Componente epistémica: Al hacer reflexionar al futuro profesor sobre los diversos significados históricos de la probabilidad (subjética, frequentista y clásica) y las controversias ligadas a su definición en diferentes momentos históricos;
- Componente cognitivo: pues adquieren conocimientos sobre la dificultades de los estudiantes con los conceptos de probabilidad condicional e independencia

y sobre posibles razonamientos y estrategias correctas e incorrectas para resolver el problema;

- Componente afectivo: experimentando nuevos métodos de enseñanza, basados en el juego, experimentación y debate, que permite aumentar el interés de los alumnos y su participación en la actividad;
- Componente interaccional: aumentando su experiencia sobre la forma de organizar el discurso y el tiempo didáctico y de hacer aflorar y resolver los conflictos cognitivos de los estudiantes;
- Componente ecológico: pues la actividad se puede conectar con el estudio de las concepciones erróneas sobre el azar (psicología) y con los problemas sociales relacionados con la adicción a los juegos de azar (sociología).

Otras posibles paradojas, a partir de las cuáles se puede organizar un taller similar al descrito, siguiendo la misma metodología, se describen brevemente a continuación:

- *Paradoja de la división de las apuestas.* Dos jugadores compiten por un premio que se asigna después de que uno de ellos haya ganado “n” partidas en un juego. En un determinado momento, se tiene que parar el juego, y un jugador lleva mayor número de partidas ganadas que el otro. ¿Cómo debe dividirse la apuesta entre los dos jugadores?

Fue propuesta por primera vez por Fra Luca Pacioli (1445-1514) en su obra “*Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalitá*”, donde sugirió una solución de reparto proporcional a la cantidad de puntos obtenido por cada jugador al momento de interrumpir el juego. Otras soluciones incorrectas fueron publicadas por Tartaglia (1499-1557) en “*Trattato generale di numeri et misure*” y Cardano (1501-1576) en “*Practica arithmeticae generalis*”. La solución fue dada por Pascal y Fermat, quienes en su correspondencia fijan las bases de la teoría de la probabilidad. Consideran por primera vez el conjunto de todas las posibilidades (que posteriormente llamaríamos espacio muestral) y resolvieron el problema para una partida de dos jugadores, pero no desarrollan una solución completa.

- *Paradoja de Simpson.* Supongamos dos hospitales A y B que realizan una cierta operación. El hospital B tiene mayor tasa de supervivencia. Sin embargo, si tenemos en cuenta los hombres y mujeres por separados, el hospital A tiene menor tasa de mortalidad en cada grupo. ¿Cómo es esto posible?

Esta paradoja fue inicialmente descrita por George Udny Yule en su artículo “On the association of attributes in statistics...”, publicado en 1900, que es uno de los artículos pioneros en el análisis de las tablas de contingencia. En 1951 Edward. H. Simpson retoma la paradoja en su trabajo “The interpretation of interaction in contingency tables”. Es a partir de este último, cuando se hace más conocida y pasa a llamarse paradoja de Simpson, o efecto de Yule-Simpson, Este fenómeno muestra que en determinados casos se produce un cambio en la asociación o relación entre un par de variables, ya sean cualitativas o cuantitativas, cuando se controla el efecto de una tercera variable.

- *Paradoja de Condorcet.* La paradoja advierte que la transitividad de las preferencias individuales no tiene por qué dar lugar a transitividad en las preferencias colectivas. En consecuencia un procedimiento democrático de determinación de las preferencias colectivas puede llevar a una situación no concluyente, aunque la elección sea racional.

Esta paradoja analiza las situaciones de votación cuando hay más de dos candidatos. El análisis de los métodos de votación pretenden conseguir una forma de elección lo más cercana posible al sentir de la mayoría del cuerpo electoral. El problema, se puso de manifiesto por Antoine de Caritat Condorcet, en 1780, en uno de sus principales trabajos: el '*Ensayo sobre la aplicación del análisis a la probabilidad de las decisiones sometidas a la pluralidad de voces*'. En este trabajo, realizado con motivo de la búsqueda del número óptimo de jurados en los Tribunales Populares de Justicia, instaurados por la Revolución Francesa, Condorcet demostró que los sistemas de votación que aplican la regla de la mayoría podrían no llegar a una situación concluyente.

Otras muchas paradojas en la historia de la estadística se describen en el libro de Székely (1986). En los talleres basados en estas paradojas dejaremos a los participantes que encuentren sus soluciones (correctas e incorrectas) y organizaremos finalmente un debate, para que ellos mismos lleguen a la solución correcta y perciban los puntos en que cometieron un error. Todo ello les llevará a una mayor sensibilidad hacia las dificultades de sus alumnos y el papel del error en el proceso de aprendizaje.

5.- REFLEXIONES FINALES

Los profesores necesitan apoyo y formación adecuada para tener éxito en el logro de un equilibrio adecuado de la intuición y el rigor en la enseñanza de la probabilidad. Lamentablemente, no todos los profesores no siempre reciben una buena preparación para enseñar a la probabilidad en su formación inicial. Sin embargo, actividades como la que se analizan en esta presentación puede servir al mismo tiempo para aumentar los conocimientos de probabilidad en los docentes y sus conocimientos profesionales. Además, a pesar del hecho reconocido de que la probabilidad es distinta y diferente de otras áreas de la matemática y la necesidad implícita de ofrecer a los profesores de matemáticas con una preparación especial para enseñar este tema, los maestros pueden trabajar muchos conceptos matemáticos (como los números, porcentajes, índices, combinatoria, pruebas, etc.) con estos ejemplos.

Otra consecuencia es la necesidad de seguir investigando sobre los componentes esenciales en la preparación de los profesores para enseñar la probabilidad y el método adecuado en el que cada componente debe ser enseñado. Aunque ha habido un esfuerzo de investigación importante centrado en la educación matemática y en el desarrollo profesional docente en la última década (por ejemplo, Ponte y Chapman, 2006; Hill, Sleep, Lewis & Ball, 2007; Wood, 2008), no se han reflejado en la educación estadística. Esta es un área importante de investigación que puede contribuir a mejorar la educación estadística a nivel escolar.

Agradecimientos: este trabajo forma parte los proyectos: SEJ2007-00789/EDUC y

EDU2010-14947, beca FPU AP2007-03222 y de la beca FPI BES-2008-003573, MEC-FEDER

BIBLIOGRAFÍA

Azcárate, P. (1996). *Estudio de las concepciones disciplinares de futuros profesores de primaria en torno a las nociones de aleatoriedad y probabilidad*. Granada: Editorial Comares.

Ball, D. L. (2000). Bridging practices: Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. *Journal of Teacher Education*, 51, 241-247.

Batanero, C., Godino, J. D. y Roa, R. (2004). Training teachers to teach probability. *Journal of Statistics Education Volume 12, 1*. On line: www.amstat.org/publications/jse/.

Batanero, C., Henry, M. y Parzys, B. (2005). The nature of chance and probability. En G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 15-37). New York: Springer.

Batanero, C., Fernández, J. A. y Contreras, J. M. (2009). Un análisis semiótico del problema de Monty Hall e implicaciones didácticas. *SUMA*, 62, 11-18.

Falk, R. y Konold, C. (1992). The psychology of learning probability. En F. Gordon y S. Gordon (eds.), *Statistics for the twenty-first century, MAA Notes 26* (pp. 151-164). Washington, DC: Mathematical Association of America.

Franklin, C. y Mewborn, D. (2006). *The statistical education of PreK-12 teachers: A shared responsibility*. In G. Burrill (Ed.), *NCTM 2006 Yearbook: Thinking and Reasoning with Data and Chance* (pp. 335-344). Reston, VA: NCTM.

Godino, J. D., Batanero, C., Roa, R. y Wilhelmi, M. R. (2008). *Assessing and developing pedagogical content and statistical knowledge of primary school teachers through project work*. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey: ICMI and IASE. On line: www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publicatons.

Heitele, D. (1975). An epistemological view on fundamental stochastic ideas. *Educational Studies in Mathematics*, 6, 187-205.

Hill, H. C., Sleep, L., Lewis, J. M. y Ball, D. (2007). *Assessing teachers' mathematical knowledge*. In F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 111-155). Greenwich, CT: Information Age Publishing, Inc. y NCTM.

Jaworski, B. (2001). Developing mathematics teaching: teachers, teacher educators and researchers as co-learners. En L. Lin y T. J. Cooney (Eds.), *Making sense of mathematics teacher education* (pp. 295-320). Dordrecht: Kluwer.

Ponte, J. P. y Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. In A. Gutierrez, & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 461-494). Roterdham: Sense Publishers.

Serradó, A., Azcárate, P. y Cardeñoso, J. M (2006). Analyzing teacher resistance to teaching probability in compulsory education. En A. Rossman y B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. [CD-ROM]. Salvador (Bahia), Brazil: International Association for Statistical Education and International Statistical Institute.

Székely, G. J. (1986). *Paradoxes in probability theory and in mathematical statistics*. Dordrech: Reidel.

Wood, T. (2008). *The international handbook of mathematics teacher education*. Rotterdam: Sense Publishers.