Universidad de Granada	**Prueba de clase**	MODELOS MATEMÁTICOS II
Dept. Matemática Aplicada		Doble grado en
Facultad de Ciencias	17–Mayo–2016	Informática & Matemáticas

Apellidos		Firma
Nombre	D.N.I o pasaporte	

(Todos los ejercicios tienen igual puntuación)

1. Dado el dominio de $\mathbb{R}^2$, $\Omega := (-1,1) \times (0,1)$ y la función $f : \Omega \to \mathbb{R}$ dedinida como:

$$f(x,y) := \begin{cases} e^x & si \quad -1 < x < 0 \\ 1 + \operatorname{sen}(x\,y) & si \quad 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

   a) Determina si las derivadas parciales primeras de f son débiles y, según el resultado, indica si existe algún índice p tal que $f \in W^{1,p}(\Omega)$.

   b) Considera el problema variacional: $\displaystyle\min_{u \in H_0^1(\Omega)} \int_\Omega \Big(|\nabla u|^2 + (u - f)\, u \Big) d(x,y)$, siendo f la función del apartado anterior. ¿Existe solución? ¿Es única?

2. Encuentra $u \in C^2([0,\infty) \times [0,\pi])$ tal que

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} + u = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}, & para \quad (t,x) \in [0,\infty) \times [0,\pi], \\ u(0,x) = \operatorname{sen}(5x), & para \quad x \in [0,\pi], \\ \frac{\partial u}{\partial t}(0,x) = \operatorname{sen}(x), & para \quad x \in [0,\pi], \\ u(t,0) = u(t,\pi) = 0, & para \quad t \geq 0. \end{cases}$$

   (Puedes repetir el proceso llevado a cabo para la ecuación de ondas). ¿Es u única? ¿Tiene este problema alguna formulación variacional?

3. Determina cuántas soluciones puede tener el siguiente problema variacional y calcúlalas.

$$\text{minimizar } \mathcal{F}[y] := \int_0^1 \Big(4y'(x)^2 + (y(x) - 5)^2 \Big) dx \text{ en el conjunto } \mathcal{D} = C^1(0,1).$$

4. Determina, según los valores del parámetro $\alpha \in \mathbb{R}$, el número de soluciones del siguiente problema de contorno:

$$\begin{cases} y''(x) + \alpha \Big(y(x) - \operatorname{sen}(x) \Big) = 0, \quad x \in [0,\pi] \\ y(0) = y(\pi) = 0. \end{cases}$$