Modelado con EDPs: técnicas asintóticas y procesos multiescala, 2015-16

Ejercicios para entregar (fecha límite: 8–abr–2016) y exponer (semana 18–22–abr–2016)

1. Noel Sánchez Límite de campo alto para Vlasov–Poisson–Fokker–Planck en dimensión 1.
- Presentación del modelo y adimensionalización del sistema (usar [5] ó [3]).
- Definiciones, momentos y estimaciones a priori (usar [4]).
- Paso al límite formal y riguroso (usar [4]).

2. Antonio Jesús Fernández Límite de campo alto para Vlasov–Poisson–Fokker–Planck en el caso repulsivo en dimensión $N \geq 3$.
- Presentación del modelo ya adimensionalizado y escalado (usar [3]).
- Energía, momentos y estimaciones a priori (enunciar sin demostraciones desde [3, 4]).
- Límite riguroso mediante energía modulada (usar [3]).

3. Claudia García Límite intermedio (entre parabólico e hiperbólico) para Vlasov–Poisson–Fokker–Planck en dimensión 1.
- Presentar el modelo sin dimensiones y describir el escalado intermedio (usar [1]).
- Estimaciones a priori (sin demostraciones, usar [1, 3, 4, 5]).
- Paso al límite riguroso.

5. Javier Cueto. Existencia de solución de Schrödinger–Poisson con dato inicial en $L^2(\mathbb{R}^3)$.
- Regularización, soluciones aproximadas H^2 (usar [2]).
- Estimaciones a priori: enunciar las desigualdades de Strichartz (sin demostración) (usar [2]).
- Paso al límite riguroso, existencia L^2 (usar [2]).

5. Carmen Belloso. Estudio de la ecuación de Schrödinger para el átomo de hidrógeno [6].
- Variables separadas: parte radial y parte angular.
- Polinomios ortogonales. Números cuánticos.
- Desarrollo en armónicos esféricos..

6. Opción alternativa. Calcular la solución $W(t, x, v)$ de la ecuación de Wigner–Fokker–Planck con todas sus constantes físicas:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + (v \cdot \nabla_x) W = \frac{D_{pp}}{m^2} \Delta_v W.$$

Para ello, prueba primero, mediante las técnicas de Fourier estudiadas en clase, que la solución fundamental es

$$G_0(x, v, t) = d(t) \exp\left\{-a(t)|x|^2 - c(t)|v|^2 + b(t)(x \cdot v)\right\}$$

$$\text{con:} \quad a(t) = \frac{3m^2}{D_{pp}\, t^3}\,, \quad b(t) = \frac{3m^2}{D_{pp}\, t^2}\,, \quad c(t) = \frac{m^2}{D_{pp}\, t}\,, \quad d(t) = \left(\frac{\sqrt{3}\, m^2}{2\pi D_{pp}\, t^2}\right)^3.$$

Referencias

[1] A. Bellouquid, J. Calvo, J. Nieto, J. Soler, Hyperbolic *vs* parabolic asymptotics in kinetic theory toward fluid dynamic models, *SIAM J. Appl. Math.* **73(4)**, (2013), 1327–1346.

[2] F. Castella, L^2-solutions to the Schödinger-Poisson system: Existence, uniqueness, time behavior and smoothing effects, *Math. Mod. Meth. Appl. Sci.* **7(8)**, (1997), 1051–1083.

[3] T. Goudon, J. Nieto, F. Poupaud, J. Soler, Multidimensional high–field limit of the electrostatic Vlasov–Poisson–Fokker–Planck System, *J. Differential Eq.* **213**, (2005), 418–442.

[4] J. Nieto, F. Poupaud, J. Soler, High–Field Limit for the Vlasov–Poisson–Fokker–Planck System, *Arch. Rational Mech. Anal.* **158**, (2001), 29–59.

[5] F. Poupaud, J. Soler, Parabolic limit and stability of the Vlasov–Poisson–Fokker–Planck system, *Math. Mod. Meth. Appl. Sci.* **10(7)**, (2000), 1027–1045.

[6] Cualquier libro de texto de Mecánica Cuántica. El estudio puede ampliarse con un análisis algo más detallado sobre las ecuaciones de Laguerre, Hermite, hipergeométrica, etc. y las propiedades de ortogonalidad de sus soluciones.

Referencias en https://consigna.ugr.es/g/0UZtUIENLYD6PTDm/referencias.zip hasta 02-02-2016