

02 Cálculo simbólico y cálculo aproximado

En esta práctica se pretende que el alumno distinga la diferencia entre operar con Mathematica de forma simbólica, con una precisión infinita, y operar de forma aproximada con una cierta precisión que podemos determinar.

```
Clear["Global`*"]
```

Tipos de números

En primer lugar vamos a recordar que Mathematica puede trabajar con todo tipo de números: enteros, racionales, reales y complejos. También haremos algunos cálculos elementales. Piense qué resultado dará en cada caso. Observe la diferencia entre escribir los números enteros y usando punto decimal. Para escribir números complejos se utiliza la unidad imaginaria I . La parte real e imaginaria se pueden obtener mediante las sentencias `Re[complejo]`, `Im[complejo]`. π es el valor la razón entre la longitud de la circunferencia y su diámetro, E es la base del logaritmo neperiano. Recordar que `%` indica la última salida y que para que el ordenador realice los cálculos debe estar sobre la línea correspondiente o situarse sobre el corchete que está a la derecha y marcarlo con el ratón. A continuación pulse la tecla `Insert` o las teclas `Shift + Enter` a la vez. Hágalo y vea los resultados.

```
2+3
```

```
2.+3
```

```
1/4+1/2
```

```
1/4.+1/2
```

```
Pi
```

```
Pi+2.
```

```
Pi/E
```

```
I^2
```

```
(2/5+3I)(6-3I)
```

```
Re[%] - I Im[%]
```

```
Conjugate[%]
```

Precisión

Como habrá notado, Mathematica siempre devuelve un resultado lo más exacto posible, teniendo en cuenta el tipo de números con los que se está operando. En todo caso, si no se especifica lo contrario, intenta obtener precisión infinita, y para ello, no tiene más remedio que trabajar de forma simbólica cuando opera con fracciones o números reales que no están dados en forma decimal. Pero ésto lo podemos controlar nosotros con el comando `N[número,precisión]`, si queremos trabajar con un número determinado de cifras significativas. Comprobad los siguientes resultados.

```
E
```

```
N[E,100]
```

```

%/N
N[1/3]
Rationalize[%]

```

Funciones matemáticas

Por supuesto que Mathematica tiene incorporadas la mayoría de las funciones matemáticas usuales, como por ejemplo: Exp es la función exponencial; Log obtiene el logaritmo neperiano; Sqrt la raíz cuadrada; Abs el valor absoluto; Floor, Round y Ceiling aproximan mediante enteros; Sin, Cos, Tan, Sec, Csc, Cot ,etc .. son funciones trigonométricas; con sus análogas funciones hiperbólicas Sinh, Cosh, Tanh, Sech, Csch, Coth, etc... Nótese como la primera letra de todas estas funciones se escribe con mayúscula y las restantes con minúscula ; el argumento va entre corchetes.

```

Exp[2]+Log[10]-Sqrt[5]

Log[10.]-Sqrt[5.]

N[%,10]

Sin[Pi]-Cos[Pi]

Sqrt[-5.0]

Floor[25.1]

Round[25.1]

Ceiling[25.1]

Floor[-7.31]

Round[-7.31]

Abs[%]

Abs[Round[-7.31]] (*nótese cómo se pueden
componer varias funciones*)

```

Expresiones algebraicas

Pero todavía no hemos explotado toda la potencia que tiene Mathematica para trabajar de forma simbólica, efectuando multitud de operaciones algebraicas y de cálculo con expresiones que no tienen porqué tener un valor numérico concreto. Veáanse los siguientes ejemplos:

```

a+2a+7b+5c-3b

Exp[Log[x]] (* ambas funciones son una
inversa de la otra*)

Sqrt[x^3] Exp[x+Log[x]]

```

Polinomios y funciones racionales

Vamos a efectuar a continuación operaciones elementales con polinomios y funciones racionales de una y varias variables. Averíguelas:

```
x+x y+ 4x y^2+ 8y x- 7y x^2+2x^2 y+x^3 y^2
```

```
Collect[%,x]
```

```
Collect[%%,y]
```

```
(x+y)^2
```

```
Expand[%]
```

```
Factor[%]
```

```
(x^3+3x^2+3x+1)/(x^2+2x+1)
```

```
Numerator[%]
```

```
Denominator[%%]
```

```
Factor[%]
```

```
Factor[%%%]
```

```
(1 + x)^3/(1 + x)^2
```

```
Apart[(3x^2+8x+2)/(x^2-5x+6)]
```

```
Together[%]
```

```
ExpandDenominator[%]
```

```
Factor[Numerator[%]]
```

```
Factor[Denominator[%%]]
```

```
Expand[(x+y)^10]
```

```
Short[%]
```

Expresiones trigonométricas e hiperbólicas

Para poder manipular convenientemente expresiones trigonométricas, es necesario usar la opción `Trig->True` dentro de las sentencias `Expand` y `Factor` como sigue:

```
Expand[2Sin[a]Cos[b],Trig->True]
```

```
Factor[Cos[x]Cos[y]+Sin[x]Sin[y],Trig->True]
```

```
Simplify[Sin[x]^2+Cos[x]^2]
```

Ejercicios

1.- Calcule la raíz cuadrada de d_1 , d_2 , d_3 , y d_4 , con dos, tres, cuatro y cinco cifras decimales, respectivamente.

2.- Calcule el valor de d_3 más la exponencial de la raíz cuadrada de π , con 8 cifras decimales.

3.- Calcule el coseno y el seno, con cuatro cifras decimales, de $(\pi+d_1)/(d_2+d_3)$.

4.- Se considera la siguiente fracción racional: $(d_1 x^2 + d_2 x + d_3)/(d_1 x - d_2)^2$. Factorice el numerador si es posible y encuentre la descomposición en fracciones simples, mediante `Apart`.

5.- Mediante las órdenes `Simplify` o `Factor[expr, Trig->True]` simplifique las siguientes expresiones trigonométricas e hiperbólicas:

- a) $\cos(x)\sin(y) + \cos(y)\sin(x)$
- b) $\cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$
- c) $\cosh(x)^2 - \sinh(x)^2$
- d) $\cosh(x)\cosh(y) - \sinh(x)\sinh(y)$