MÉTODOS NUMÉRICOS
Curso 04-05

Resolución de sistemas de ecuaciones lineales II

1. Dada la matriz: $A = \begin{pmatrix} 81 & 9 & 0 \\ 9 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$,

a) Descomponla, si es posible, por el método de Cholesky.

b) Si x es un vector no nulo de $\mathbb{R}^n$ ¿qué puedes decir del producto $x^t.A.x$?

c) Calcula las dos primeras iteraciones del método de relajación con $w = 1$ para aproximar la solución del sistema $A.x = (2, 2, 2)^t$ tomando como aproximación inicial $x^{(0)} = (1, 1, 1)^t$.

d) Justifica si dicho método converge.

2. Halla un valor aproximado de la solución del sistema:

$$\left\{ \begin{array}{rrl} 9x - 2y & & = 5, \\ -2x + 4y & -z & = 1, \\ -y & +z & = -5/6, \end{array} \right.$$

aplicando 5 veces el método de Jacobi, el método de Gauß-Seidel y el método de relajación con $w = 1.2$; toma en los tres casos $x^{(0)} = y^{(0)} = z^{(0)} = 0$ y usa sólo 4 cifras decimales. Sabiendo que la solución exacta es $x = 2/3$, $y = 1/2$ y $z = -1/3$ interpreta los resultados.

3. Consideramos el sistema:

$$\left\{ \begin{array}{rr} 8x + y + z = & 26, \\ x + 5y - z = & 7, \\ x - y + 5z = & 7. \end{array} \right.$$

a) Calcula la solución exacta mediante el método de Gauß.

b) Calcula la solución exacta usando una descomposición LU.

c) Aproxima la solución usando el método de Gauß-Seidel operando con 3 decimales y partiendo de $x^{(0)} = (0, 0, 0)^t$.

d) Justifica si el método de Jacobi converge.

4. Consideramos el siguiente sistema en forma matricial:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 0 & -5 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Si intentamos aplicar el método de Jacobi nos encontramos con que $\rho(B_J) = 3.4827$, ¿habrá convergencia? Encuentra una forma de poder aplicar el método de Jacobi de manera que sea convergente y aproxima la solución partiendo de $x^{(0)} = (0, 0, 0)^t$.