Universidad de Granada
Facultad de Ciencias
Dept. Matemática Aplicada

MÉTODOS NUMÉRICOS
Grupo A
Licenciatura en Matemáticas

# $2^{\text{a}}$ prueba de evaluación continua

12-ene-05

## Resolución de sistemas de ecuaciones lineales **(soluciones)**

| Apellidos y Nombre | Firma |
|---|---|
| <br><br>D.N.I.: | |

**A. Test.** Para cada apartado marca **claramente** con una X la opción que creas correcta.

1. Dada una matriz $A$ ortogonal, el sistema $Ax = Bx - b$:
   ☐ sólo tiene solución si $B = 0$, sea cual sea el valor de $b$.
   ☐ sólo tiene solución si $b = 0$, sea cual sea el valor de $B$.
   ☒ puede no tener solución.
   ☐ tiene solución cuando $B$ es también ortogonal.

2. Al calcular una solución aproximada $x_0$ del sistema $\frac{1}{100}Ax = b$ se tienen los siguientes datos: el condicionamiento de $A$ es $K(A) = 10^6$, la norma de $b$ es 100 y el residuo $\|\frac{1}{100}Ax_0 - b\|$ es 1. Entonces:
   ☒ el error relativo cometido está entre $10^{-8}$ y $10^4$.
   ☐ el error relativo cometido está entre $10^{-6}$ y $10^2$.
   ☐ el error relativo cometido está entre $10^{-4}$ y $10^8$.
   ☐ el error relativo cometido está entre $10^{-2}$ y $10^6$.

3. De una matriz $A \in \mathcal{M}_{8\times 8}$ tridiagonal con ceros en la diagonal podemos decir:
   ☐ que es la matriz cero.
   ☐ que no es regular.
   ☐ que es antisimétrica.
   ☒ ninguna de las otras 3.

4. ¿Admiten todas las matrices simétricas descomposición $LU$?
   ☐ Sí.
   ☐ No, pero sí la descomposición de Choleski.
   ☒ No, pero sí la descomposición $QU$ (también llamada $QR$).
   ☐ Cuando son regulares sí, en otro caso no se sabe.

5. Si $A$ es estrictamente diagonal dominante entonces para resolver $Ax = b$:
   ☐ No se puede saber si un método iterativo converge.
   ☐ Relajación converge para cualquier $\omega > 0$.
   ☐ Jacobi y Gauss-Seidel convergen pero no Relajación para ningún $\omega > 0$.
   ☒ Jacobi y Gauss-Seidel convergen.

6. Para el sistema $Ax = b$ con $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ sabemos que el método de Jacobi converge. ¿Cuál es la matriz $B_J$ asociada al método de Jacobi $x^{(n+1)} = B_J x^{(n)} + c_J$?

☐ $B_J = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$. ☐ $B_J = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

☒ $B_J = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. ☐ $B_J = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

**B. Ejercicio. (primer modelo)** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones lineales mediante el método de factorización de Doolitle.
¿Se podría aplicar el método de Choleski? ¿Y el de Househölder? Justifica tus respuestas.

$$\begin{pmatrix} -4 & -1 & 6 \\ 8 & 4 & -14 \\ 4 & 7 & -13 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Escribe aquí la solución al primer apartado y en el folio adjunto todos los cálculos.

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \qquad U = \begin{pmatrix} -4 & -1 & 6 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Respuesta a las 2 cuestiones:

- Choleski sólo puede aplicarse a matrices simétricas y definidas positivas. En este caso $A$ ni siquiera es simétrica por lo que no se puede aplicar.

- El método de Househölder siempre se puede aplicar, luego en este caso también.

**B. Ejercicio. (segundo modelo)** Sistema:

$$\begin{pmatrix} -4 & -1 & 6 \\ -8 & 0 & 10 \\ 4 & 7 & -13 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -9 \end{pmatrix}.$$

Solución:

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \qquad U = \begin{pmatrix} -4 & -1 & 6 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

---

**Puntuación:**

Cada apartado correcto del **test A**: 1,2 puntos.

Cada apartado erróneo del **test A**: $-0,4$ puntos.

El **ejercicio B**: 2,8 puntos.