

T9. RELATIVIDAD GENERAL (I): EL PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA DE INERCIA Y GRAVEDAD

1. Introducción
2. El principio de equivalencia
 - A. La relatividad general
 - B. La igualdad de masa inercial y masa gravitatoria
 - C. La teoría de la gravitación
3. Relatividad general y el principio de Mach

Introducción

Introducción

- Relatividad especial (1905): sólo observadores inerciales

Introducción

- **Relatividad especial** (1905): sólo observadores inerciales
- **Generalización** a observadores acelerados (1907-1915). Más difícil:
 - Matemáticas más complicadas: cálculo tensorial y geometría diferencial
 - Escenario extraño: espacio curvo (geometría no euclídea)

El principio de equivalencia

El principio de equivalencia

- Principio de relatividad \Leftrightarrow imposibilidad de distinguir reposo y movimiento **uniforme**

El principio de equivalencia

- Principio de relatividad \Leftrightarrow imposibilidad de distinguir reposo y movimiento **uniforme**
- Obviamente **no aplicable a observadores acelerados**:
las **aceleraciones parecen absolutas** y podrían determinarse **sin referencia a nada externo**

El principio de equivalencia

- Principio de relatividad \Leftrightarrow imposibilidad de distinguir reposo y movimiento **uniforme**
- Obviamente **no aplicable a observadores acelerados**:
las **aceleraciones parecen absolutas** y podrían determinarse **sin referencia a nada externo**
- En 1907 Einstein tuvo “**la idea más feliz de mi vida**”
“Estaba sentado en la oficina de patentes de Berna cuando de repente pensé: ‘Si una persona sufre una caída libre, no siente su propio peso’. Estaba paralizado. Esta reflexión tan simple me condujo a una teoría de la gravitación”

El principio de equivalencia

- Principio de relatividad \Leftrightarrow imposibilidad de distinguir reposo y movimiento **uniforme**
- Obviamente **no aplicable a observadores acelerados**:
las **aceleraciones parecen absolutas** y podrían determinarse **sin referencia a nada externo**
- En 1907 Einstein tuvo “**la idea más feliz de mi vida**”
“Estaba sentado en la oficina de patentes de Berna cuando de repente pensé: ‘Si una persona sufre una caída libre, no siente su propio peso’. Estaba paralizado. Esta reflexión tan simple me condujo a una teoría de la gravitación”
- Esta idea feliz cristalizó en el **principio de equivalencia**:
En una pequeña región del espacio cualesquiera efectos producidos por la **gravitación** son los mismos que los producidos por una **aceleración**

El principio de equivalencia

- Principio de relatividad \Leftrightarrow imposibilidad de distinguir reposo y movimiento **uniforme**
- Obviamente **no aplicable a observadores acelerados**:
las **aceleraciones parecen absolutas** y podrían determinarse **sin referencia a nada externo**
- En 1907 Einstein tuvo “**la idea más feliz de mi vida**”
“Estaba sentado en la oficina de patentes de Berna cuando de repente pensé: ‘Si una persona sufre una caída libre, no siente su propio peso’. Estaba paralizado. Esta reflexión tan simple me condujo a una teoría de la gravitación”
- Esta idea feliz cristalizó en el **principio de equivalencia**:
En una pequeña región del espacio cualesquiera efectos producidos por la **gravitación** son los mismos que los producidos por una **aceleración**

\Rightarrow Tres importantes consecuencias

Consecuencias del principio de equivalencia

Consecuencias del principio de equivalencia

A. Permitió a Einstein dar validez general al principio de relatividad: la relatividad general

Consecuencias del principio de equivalencia

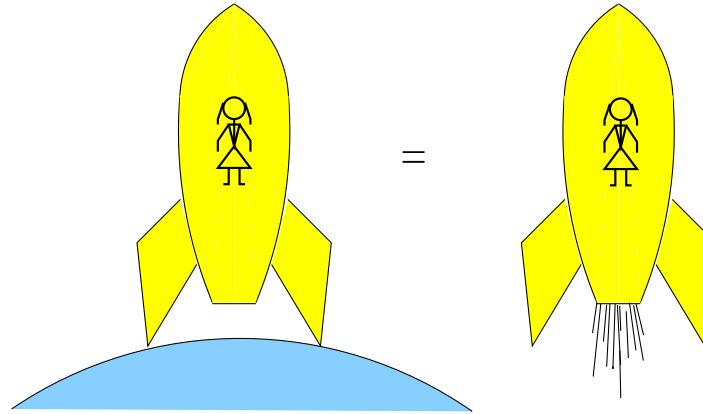
- A. Permitió a Einstein dar validez general al principio de relatividad: la relatividad general
- B. Resuelve un viejo enigma: la igualdad de la masa inercial y la masa gravitatoria, es decir, el hecho de que todos los cuerpos caen con la misma aceleración en un campo gravitatorio

Consecuencias del principio de equivalencia

- A. Permitió a Einstein dar validez general al principio de relatividad: la relatividad general
- B. Resuelve un viejo enigma: la igualdad de la masa inercial y la masa gravitatoria, es decir, el hecho de que todos los cuerpos caen con la misma aceleración en un campo gravitatorio
- C. La relatividad general es una teoría de la gravitación

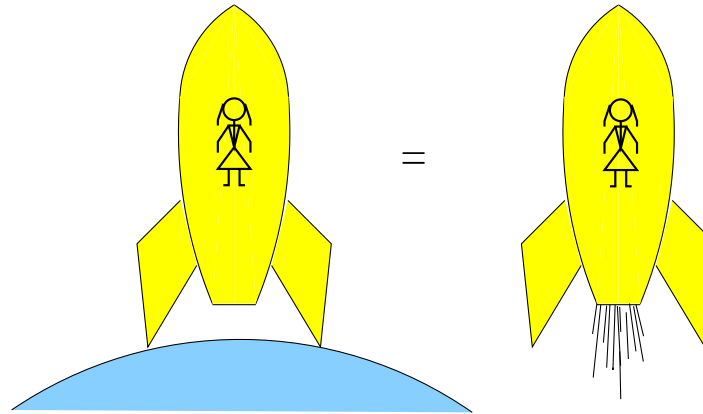
A. La relatividad general

A. La relatividad general



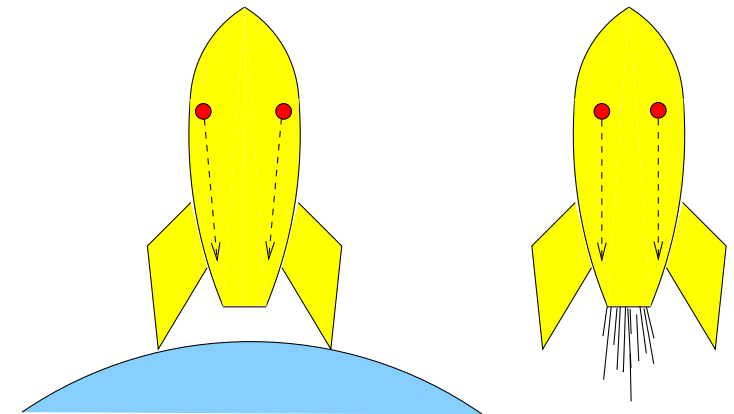
- Sin mirar por la ventanilla de la nave:
no distinguimos si sentimos la fuerza de aceleración del cohete o la fuerza de la gravedad

A. La relatividad general

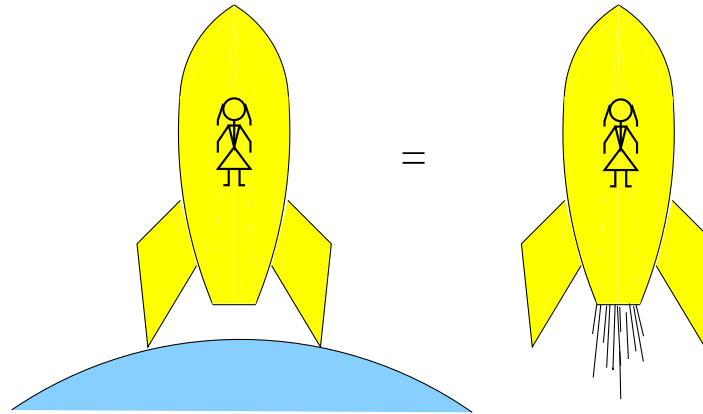


- Sin mirar por la ventanilla de la nave:
no distinguimos si sentimos la fuerza de aceleración del cohete o la fuerza de la gravedad

- Equivalencia válida sólo localmente, en una pequeña región del espacio:

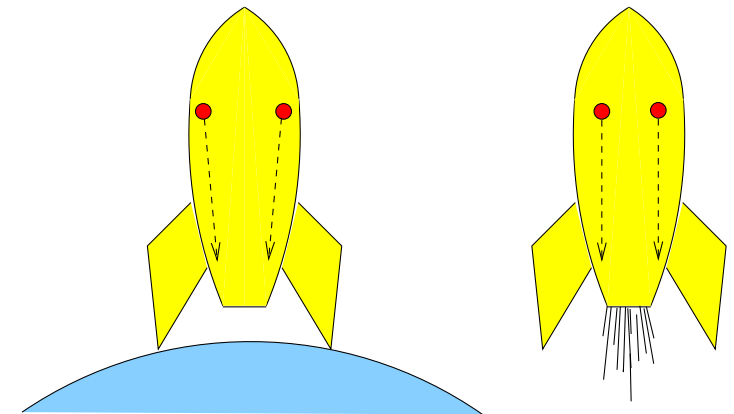


A. La relatividad general



- Sin mirar por la ventanilla de la nave:
no distinguimos si sentimos la fuerza de aceleración del cohete o la fuerza de la gravedad

- Equivalencia válida sólo localmente, en una pequeña región del espacio:



- Sistema inercial es un sistema localmente en caída libre

B. Igualdad de masa inercial y masa gravitatoria

B. Igualdad de masa inercial y masa gravitatoria

- **Hecho experimental:** dos objetos en caída libre desde igual altura llegan al suelo a la vez (si eliminamos el rozamiento)

B. Igualdad de masa inercial y masa gravitatoria

- **Hecho experimental:** dos objetos en caída libre desde igual altura llegan al suelo a la vez (si eliminamos el rozamiento)
- **Galileo** lo comprobó lanzando objetos y usando péndulos (más preciso)

B. Igualdad de masa inercial y masa gravitatoria

- **Hecho experimental:** dos objetos en caída libre desde igual altura llegan al suelo a la vez (si eliminamos el rozamiento)
- **Galileo** lo comprobó lanzando objetos y usando péndulos (más preciso)
- **Newton** refinó los experimentos y dio una explicación:

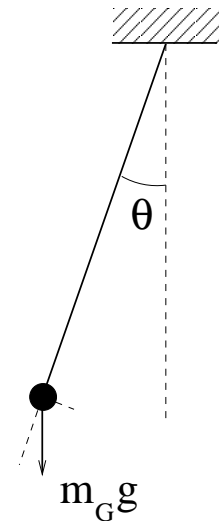
– ley de la gravedad: $F = G_N \frac{m_{G1} m_{G2}}{r^2}$

aplicada a la Tierra: $F = m_G g, \quad g = G_N \frac{M_\oplus}{R_\oplus^2} = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

– segunda ley Newton: $F = m_I a$

★ Por tanto, $a = g \Leftrightarrow m_I = m_G$: **masa inercial** y **masa gravitatoria** son iguales

★ En cuanto al péndulo: $m_G g \sin \theta = m_I a \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m_I \ell}{m_G g}} \Rightarrow \frac{|m_I - m_G|}{m_I} < 10^{-3}$



B. Igualdad de masa inercial y masa gravitatoria

- **Hecho experimental:** dos objetos en caída libre desde igual altura llegan al suelo a la vez (si eliminamos el rozamiento)
- **Galileo** lo comprobó lanzando objetos y usando péndulos (más preciso)
- **Newton** refinó los experimentos y dio una explicación:

– ley de la gravedad: $F = G_N \frac{m_{G1} m_{G2}}{r^2}$

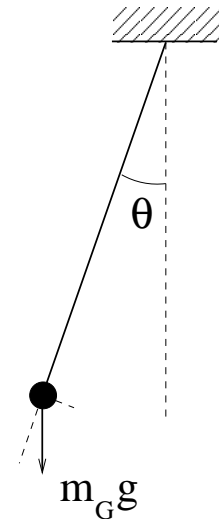
aplicada a la Tierra: $F = m_G g$, $g = G_N \frac{M_{\oplus}}{R_{\oplus}^2} = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

– segunda ley Newton: $F = m_I a$

★ Por tanto, $a = g \Leftrightarrow m_I = m_G$: **masa inercial** y **masa gravitatoria** son iguales

★ En cuanto al péndulo: $m_G g \sin \theta = m_I a \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m_I \ell}{m_G g}} \Rightarrow \frac{|m_I - m_G|}{m_I} < 10^{-3}$

Pero: ¿por qué dos propiedades de un cuerpo tan distintas habían de ser iguales?



B. Igualdad de masa inercial y masa gravitatoria

- **Hecho experimental:** dos objetos en caída libre desde igual altura llegan al suelo a la vez (si eliminamos el rozamiento)
- **Galileo** lo comprobó lanzando objetos y usando péndulos (más preciso)
- **Newton** refinó los experimentos y dio una explicación:

– ley de la gravedad: $F = G_N \frac{m_{G1} m_{G2}}{r^2}$

aplicada a la Tierra: $F = m_G g$, $g = G_N \frac{M_{\oplus}}{R_{\oplus}^2} = 9.8 \text{ m s}^{-2}$

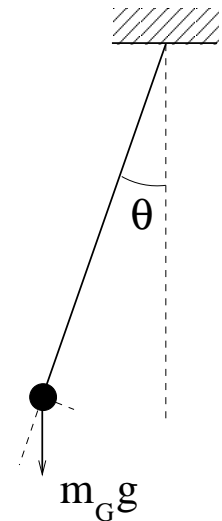
– segunda ley Newton: $F = m_I a$

★ Por tanto, $a = g \Leftrightarrow m_I = m_G$: **masa inercial** y **masa gravitatoria** son iguales

★ En cuanto al péndulo: $m_G g \sin \theta = m_I a \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m_I \ell}{m_G g}} \Rightarrow \frac{|m_I - m_G|}{m_I} < 10^{-3}$

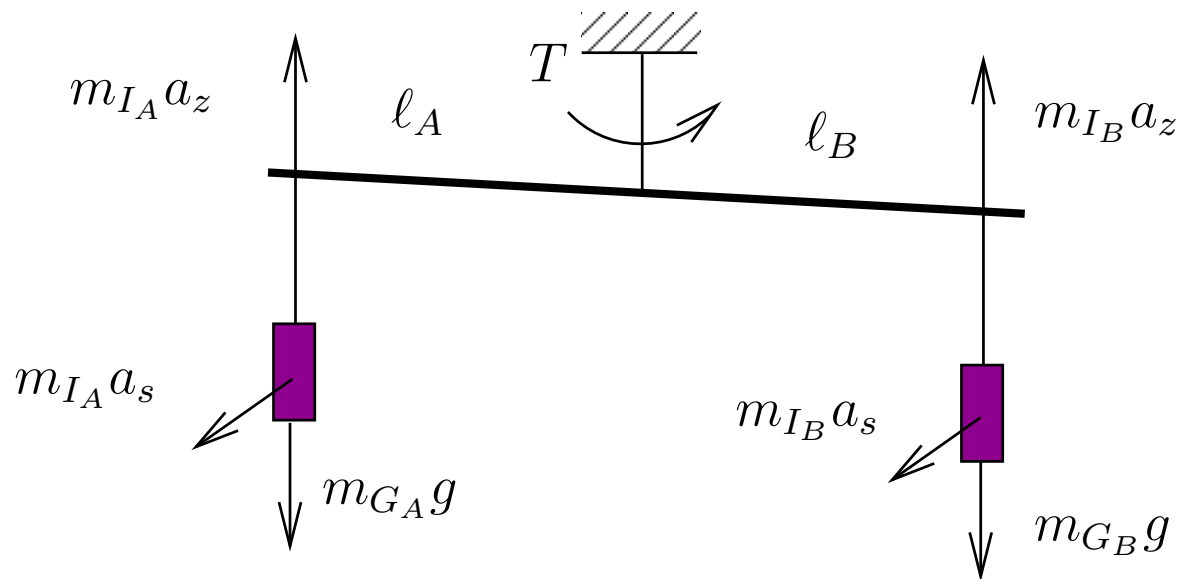
Pero: ¿por qué dos propiedades de un cuerpo tan distintas habían de ser iguales?

- **Einstein** aporta la explicación natural con el principio de equivalencia



El experimento de Eötvös

Balanza de torsión (1889-1908)



$$\Rightarrow \frac{|m_I - m_G|}{m_I} < 3 \times 10^{-9}$$

La **condición de equilibrio**:

$$l_A(m_{G_A}g - m_{I_A}a_z) = l_B(m_{G_B}g - m_{I_B}a_z)$$

nos permite determinar l_B y sustituirla en la expresión del **momento de giro**:

$$\begin{aligned} T &= l_A m_{I_A} a_s - l_B m_{I_B} a_s \\ &= l_A m_{I_A} a_s \left[1 - \frac{\frac{m_{G_A} g - a_z}{m_{I_A}}}{\frac{m_{G_B} g - a_z}{m_{I_B}}} \right] \\ &\approx l_A m_{I_A} a_s \left[1 - \frac{m_{G_A}}{m_{G_B}} \frac{m_{I_B}}{m_{I_A}} \right] \\ &= l_A a_s m_{G_A} \left(\frac{m_{I_A}}{m_{G_A}} - \frac{m_{I_B}}{m_{G_B}} \right) \end{aligned}$$

- Dicke (1964): 10^{-11} , Baessler (1999): 10^{-13} , STEP (2005): 10^{-18}

La teoría de la gravitación

La teoría de la gravitación

- Según la **física newtoniana** un objeto se mueve a través del espacio en **línea recta** (camino más corto), con velocidad uniforme, **a menos que sobre él actúe una fuerza**

La teoría de la gravitación

- Según la **física newtoniana** un objeto se mueve a través del espacio en **línea recta** (camino más corto), con velocidad uniforme, **a menos que sobre él actúe una fuerza**
- En **física relativista** un objeto **también** se mueve en línea recta, con velocidad uniforme, a menos que actúe una fuerza, **pero** ahora se trata de una línea recta, entendida como **el camino más corto en el espaciotiempo (geodésica) y no en el espacio tridimensional**

La teoría de la gravitación

- Según la **física newtoniana** un objeto se mueve a través del espacio en **línea recta** (camino más corto), con velocidad uniforme, **a menos que sobre él actúe una fuerza**
- En **física relativista** un objeto **también** se mueve en línea recta, con velocidad uniforme, a menos que actúe una fuerza, **pero** ahora se trata de una **línea recta**, entendida como **el camino más corto en el espaciotiempo (geodésica) y no en el espacio tridimensional**
- También cierto en presencia de gravedad, pues para Einstein **la gravedad no es una fuerza sino una distorsión del espaciotiempo** debida a la presencia de una masa.

El **campo gravitatorio** se manifiesta en la **geometría del espaciotiempo**

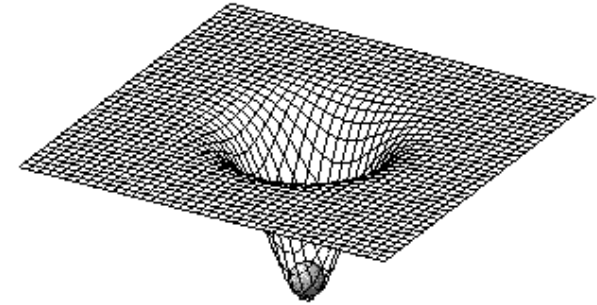
La teoría de la gravitación

- Según la **física newtoniana** un objeto se mueve a través del espacio en **línea recta** (camino más corto), con velocidad uniforme, **a menos que sobre él actúe una fuerza**
- En **física relativista** un objeto **también** se mueve en línea recta, con velocidad uniforme, a menos que actúe una fuerza, **pero** ahora se trata de una **línea recta**, entendida como **el camino más corto en el espaciotiempo (geodésica) y no en el espacio tridimensional**
- También cierto en presencia de gravedad, pues para Einstein **la gravedad no es una fuerza sino una distorsión del espaciotiempo** debida a la presencia de una masa.

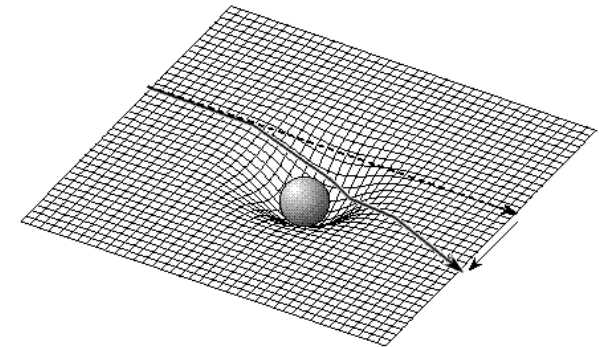
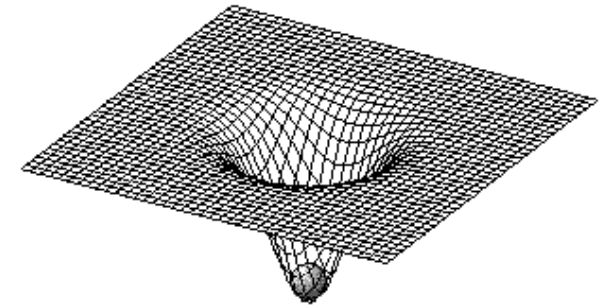
El **campo gravitatorio** se manifiesta en la **geometría del espaciotiempo**

- Así, **el Sol** no ejerce una fuerza sobre un planeta sino que **curva el espaciotiempo** a su alrededor, de modo que **el planeta sigue el camino más corto** describiendo una **trayectoria curva en el espacio tridimensional**

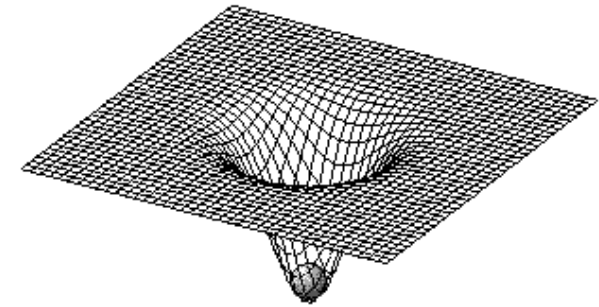
- Las **ecuaciones de campo de Einstein** expresan la **curvatura en función de la distribución de masa y energía** en cada punto del espaciotiempo



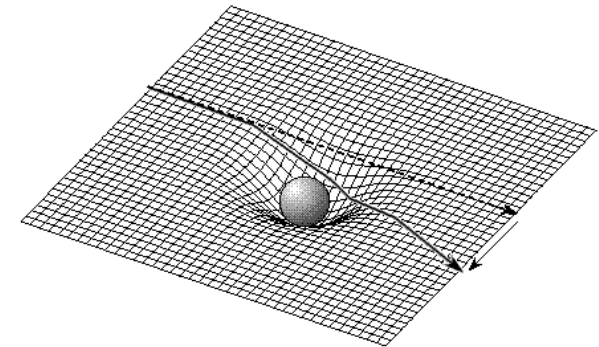
- Las **ecuaciones de campo de Einstein** expresan la **curvatura en función de la distribución de masa y energía** en cada punto del espaciotiempo
- **También los rayos de luz**, que siguen el camino más corto en un espacio curvo, **sienten la gravedad** (↑ **principio de equivalencia**)



- Las **ecuaciones de campo de Einstein** expresan la **curvatura en función de la distribución de masa y energía** en cada punto del espaciotiempo

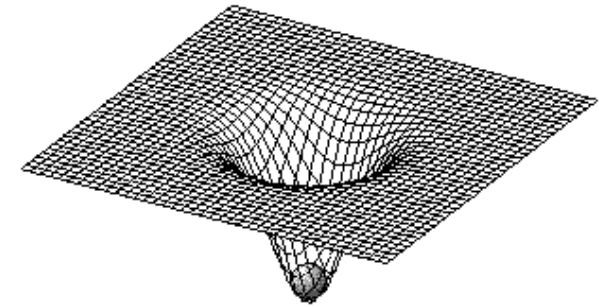


- También los **rayos de luz**, que siguen el camino más corto en un espacio curvo, **sienten la gravedad** (↑ **principio de equivalencia**)

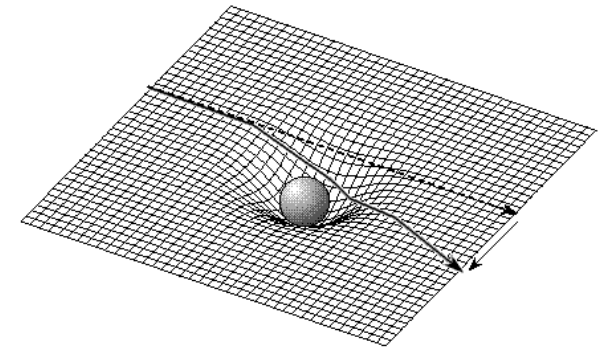


- **La teoría de Einstein describe** las interacciones gravitatorias **más** (una mayor cantidad de fenómenos) y **mejor** (con mayor precisión) que la de Newton, aportando además una **nueva visión del mundo**

- Las **ecuaciones de campo de Einstein** expresan la **curvatura en función de la distribución de masa y energía** en cada punto del espaciotiempo



- También los **rayos de luz**, que siguen el camino más corto en un espacio curvo, **sienten la gravedad** (↑ **principio de equivalencia**)



- **La teoría de Einstein describe** las interacciones gravitatorias **más** (una mayor cantidad de fenómenos) y **mejor** (con mayor precisión) que la de Newton, aportando además una **nueva visión del mundo**
- **La teoría de Newton** es de todas formas una **excelente aproximación** para objetos que **no se muevan muy rápido** y estén sometidos a **campos gravitatorios débiles**

Relatividad general y el principio de Mach

Relatividad general y el principio de Mach

- Newton y Mach discrepaban sobre el **origen de las fuerzas de inercia**:
 - Para **Newton** aparecen cuando se acelera **respecto al “espacio absoluto”**
 - Para **Mach** aparecen cuando se acelera **respecto a la masa de todos los cuerpos celestes**

Relatividad general y el principio de Mach

- Newton y Mach discrepaban sobre el **origen de las fuerzas de inercia**:
 - Para **Newton** aparecen cuando se acelera **respecto al “espacio absoluto”**
 - Para **Mach** aparecen cuando se acelera **respecto a la masa de todos los cuerpos celestes**
- **No se trata de una distinción metafísica**:
 - Si **Mach** tuviera razón la **cercanía de grandes masas** alteraría las fuerzas de inercia
 - Si **Newton** tuvieran razón no se observaría **ningún efecto**

Relatividad general y el principio de Mach

- Newton y Mach discrepaban sobre el **origen de las fuerzas de inercia**:
 - Para **Newton** aparecen cuando se acelera **respecto al “espacio absoluto”**
 - Para **Mach** aparecen cuando se acelera **respecto a la masa de todos los cuerpos celestes**
- **No se trata de una distinción metafísica**:
 - Si **Mach** tuviera razón la **cercanía de grandes masas** alteraría las fuerzas de inercia
 - Si **Newton** tuvieran razón no se observaría **ningún efecto**
- El **principio de equivalencia** está **entre la tesis de Newton y la de Mach**:
 - **De acuerdo con Mach**: los observadores inerciales (sistemas localmente en caída libre) determinados por el campo gravitatorio local, a su vez por toda la materia del universo
 - **De acuerdo con Newton**: una vez que nos encontramos en un sistema inercial las leyes de movimiento no están afectadas por la presencia de masas.

★ **Por ejemplo**, un observador en la Tierra (sistema en caída libre hacia el Sol) no puede detectar ninguna fuerza inercial en la dirección del Sol
(excepto efectos de marea porque la Tierra no es puntual)

- La cuestión es por tanto si la presencia de masas cercanas altera las leyes de movimiento o si no produce más efecto que determinar las coordenadas de los sistemas inerciales.
 - ★ En 1961 dos grupos independientes no lograron observar ningún cambio en la masa inercial de una partícula cuando era acelerada hacia el centro galáctico o en dirección contraria, lo que favorece al principio de equivalencia frente al principio de Mach