T6. EFECTO DOPPLER Y DESPLAZAMIENTO COSMOLÓGICO AL ROJO

Introducción

- C. Doppler (1842)
- Para una vibración que se propaga un medio (Ej. sonido) lo importante es la velocidad de fuente y receptor respecto al medio (efecto no relativista)

- Para la luz en el vacío lo único importante es la velocidad relativa entre fuente y receptor (efecto relativista)

Efecto Doppler acústico

$$|u_1| < w, \; |u_2| < w$$

Frecuencia del sonido según F: $\nu = \dfrac{1}{\tau}$ donde τ es el periodo

Velocidad del sonido según R: $v' = w - u_2$

Longitud de onda según R [resp. medio]: $\lambda' = w\tau - u_1\tau$ [pulsos más juntos si $u_1 > 0$]

Periodo del sonido según R: $\tau' = \dfrac{\lambda'}{v'} = \dfrac{w - u_1}{w - u_2}\tau$

Frecuencia del sonido según R: $\boxed{\nu' = \dfrac{w - u_2}{w - u_1}\nu}$

Casos particulares

$$\nu' = \frac{w - u_2}{w - u_1}\nu$$

Fuente en reposo

Receptor se aleja: $(u_1 = 0,\ u_2 = v) \quad \Rightarrow \quad \nu' = \nu(1 - \beta)$ (más grave)

Receptor se acerca: $(u_1 = 0,\ u_2 = -v) \quad \Rightarrow \quad \nu' = \nu(1 + \beta)$ (más agudo)

$$(\beta \equiv v/w)$$

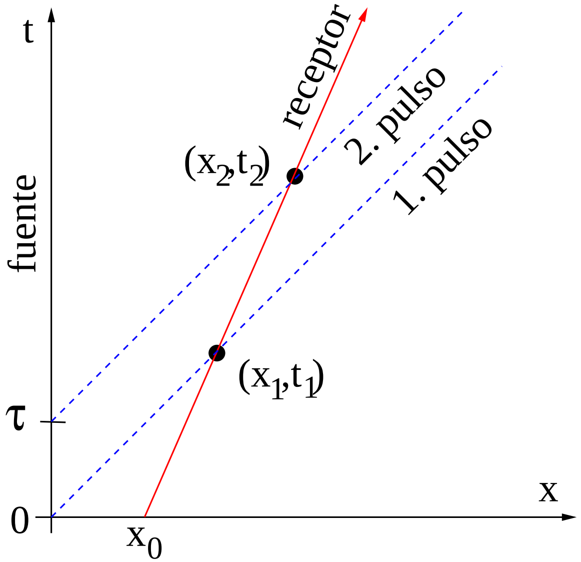
Receptor en reposo

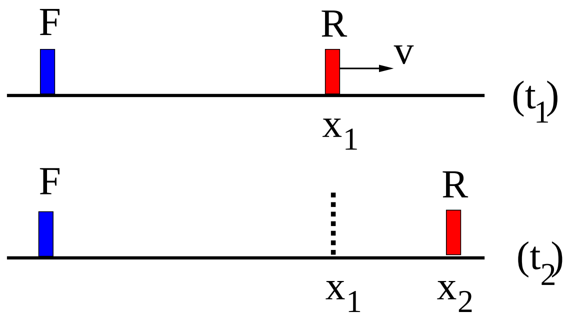
Fuente se aleja: $(u_1 = -v,\ u_2 = 0) \quad \Rightarrow \quad \nu' = \dfrac{\nu}{1 + \beta}$ (más grave)

Fuente se acerca: $(u_1 = v,\ u_2 = 0) \quad \Rightarrow \quad \nu' = \dfrac{\nu}{1 - \beta}$ (más agudo)

Cuando $\beta \ll 1$ sólo importa el movimiento relativo

Efecto Doppler para la luz

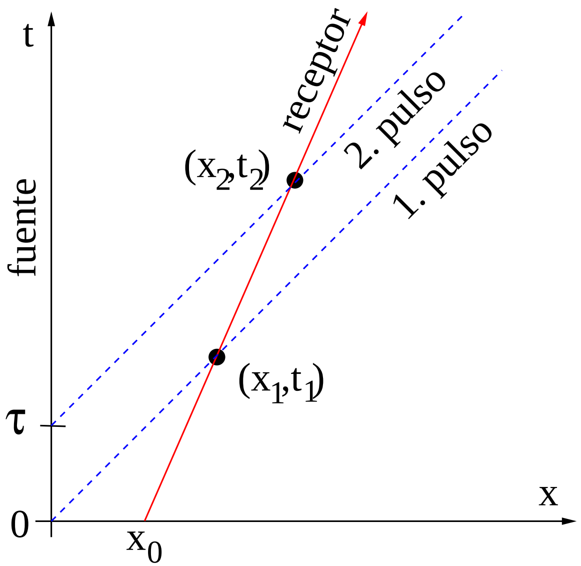


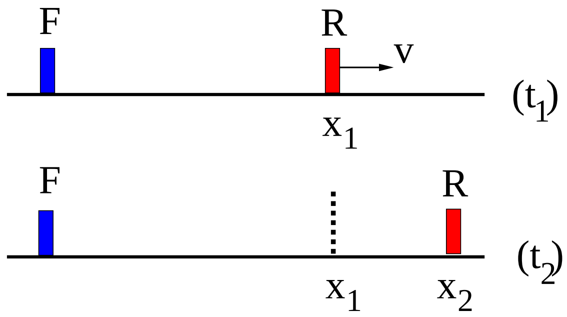


Según F:

$$t_1 = \frac{x_1}{c}\,, \quad t_2 = \frac{x_2}{c} + \tau$$
$$t_1 = \frac{x_1 - x_0}{v}\,, \quad t_2 = \frac{x_2 - x_0}{v}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta t &= t_2 - t_1 = \dfrac{c\tau}{c-v} \\ \Delta x &= x_2 - x_1 = \dfrac{cv\tau}{c-v} \end{cases}$$

Efecto Doppler para la luz





Según F:

$$t_1 = \frac{x_1}{c}\,, \quad t_2 = \frac{x_2}{c} + \tau$$
$$t_1 = \frac{x_1 - x_0}{v}\,, \quad t_2 = \frac{x_2 - x_0}{v} \quad \Rightarrow \left\{ \begin{array}{rcl} \Delta t & = & t_2 - t_1 = \dfrac{c\tau}{c-v} \\ \Delta x & = & x_2 - x_1 = \dfrac{cv\tau}{c-v} \end{array} \right.$$

Según R:

$$\tau' = \Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x\right) = \frac{\tau}{\gamma(1-\beta)} = \gamma(1+\beta)\tau \quad (\beta = v/c)$$

Se alejan: (β)

$$\boxed{\nu' = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}\,\nu}$$

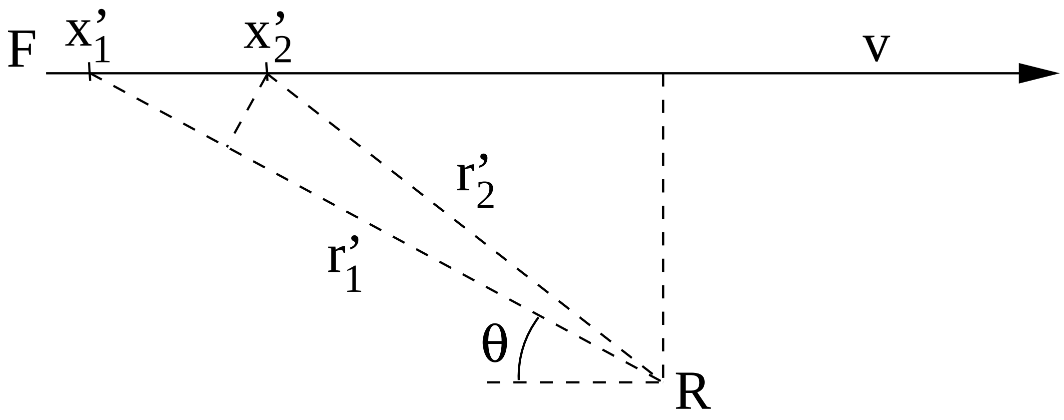
desplazamiento al rojo

Se acercan: $(-\beta)$

$$\boxed{\nu' = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}\,\nu}$$

desplazamiento al azul

Caso general y efecto Doppler transverso



$$\Delta r' = r'_1 - r'_2 = \Delta x' \cos\theta$$
$$[\Delta x' \ll r'_i]$$

Según F: pulsos emitidos en t_1 y t_2, separados por $\tau = t_2 - t_1$

Según R: pulsos emitidos en t'_1 y t'_2, se reciben separados por $\tau' = (t'_2 + r'_2/c) - (t'_1 + r'_1/c)$

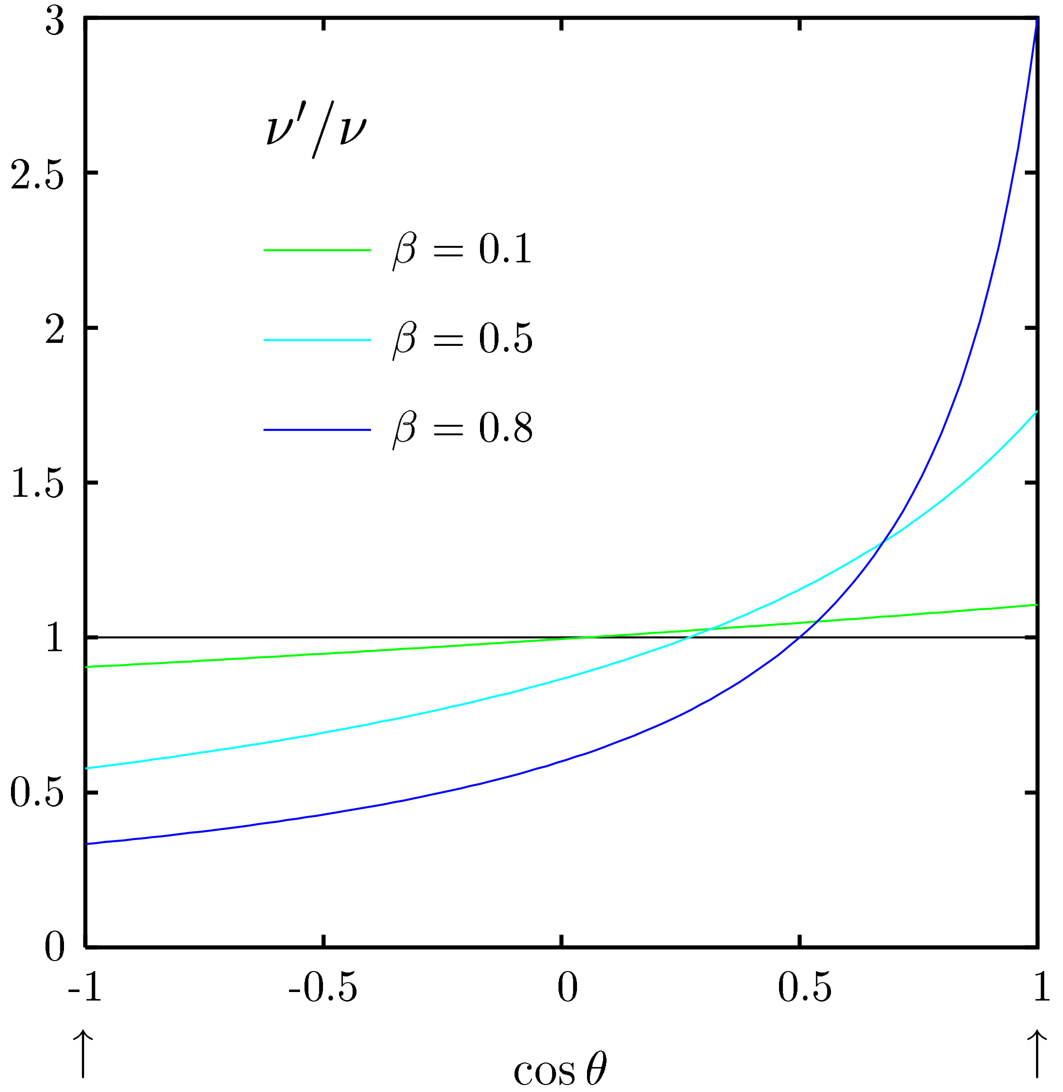
$$\Rightarrow \tau' = \Delta t' - \frac{\Delta r'}{c} = \Delta t' - \frac{\Delta x'}{c}\cos\theta$$

donde $\Delta t' = t'_2 - t'_1 = \gamma\tau$ (dilatación temporal), $\quad \Delta x' = v\Delta t' = v\gamma\tau$

$$\Rightarrow \boxed{\tau' = \gamma(1 - \beta\cos\theta)\tau} \quad \text{es decir} \quad \boxed{\nu' = \frac{\nu}{\gamma(1 - \beta\cos\theta)}}$$

Casos: $\cos\theta = \mp 1$ (se alejan/acercan colinealmente) y $\cos\theta = 0$ (efecto Doppler transverso)

Efecto Doppler en función del ángulo



$\uparrow$ desplazamiento al azul

$\downarrow$ desplazamiento al rojo

Se aleja colinealmente

Se acerca colinealmente

Desplazamiento cosmológico al rojo

Parámetro de desplazamiento al rojo: z

Hecho observacional (E. Hubble, 1919): espectros de galaxias lejanas desplazados al rojo

$$\boxed{z = \frac{\nu_0 - \nu}{\nu} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}} > 0$$

Desplazamiento cosmológico al rojo

Parámetro de desplazamiento al rojo: z

Hecho observacional (E. Hubble, 1919): espectros de galaxias lejanas desplazados al rojo

$$\boxed{z = \frac{\nu_0 - \nu}{\nu} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}} > 0$$

Interpretación: se alejan a una velocidad $v = \beta c$ dada por el efecto Doppler

$$\nu = \frac{\nu_0}{\gamma(1+\beta)}$$

$$\boxed{z = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} - 1} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\beta = \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1}}$$

Nota: $\beta \ll 1 \Rightarrow z \approx \beta$, $v \approx cz$

Ley de Hubble-Humanson

(1929) El desplazamiento al rojo es proporcional a la distancia

$$\boxed{v \approx cz = H_0 d} \quad H_0 \; [\text{constante de Hubble}] = 70 \pm 10 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$$

$[1 \text{ pc} = 3.2 \text{ años luz}]$ $\quad z \approx 0.01 \Leftrightarrow d = 40 \text{ Mpc} \quad ; \quad 1 \text{ Mpc} \Leftrightarrow z \approx 2 \times 10^{-4}$ (distancia a Andrómeda)

Ley de Hubble-Humanson

(1929) El desplazamiento al rojo es proporcional a la distancia

$\boxed{v \approx cz = H_0 d}$ $\quad H_0$ [constante de Hubble] $= 70 \pm 10$ km s^{-1} Mpc^{-1}

[1 pc $= 3.2$ años luz] $\quad z \approx 0.01 \Leftrightarrow d = 40$ Mpc $\quad ; \quad 1$ Mpc $\Leftrightarrow z \approx 2 \times 10^{-4}$ (distancia a Andrómeda)

Supernovas lejanas

[http://www-supernova.lbl.gov/public]

Para comprobar la Ley de Hubble hay que conocer bien las distancias (candelas estándar)

En realidad no es lineal a grandes distancias. La Cosmología nos dice que

$$\boxed{H_0 d_L = c\left[z + \tfrac{1}{2}(1-q_0)z^2 + \ldots\right]} \quad q_0 \simeq \frac{1}{2}\Omega_M - \Omega_\Lambda$$

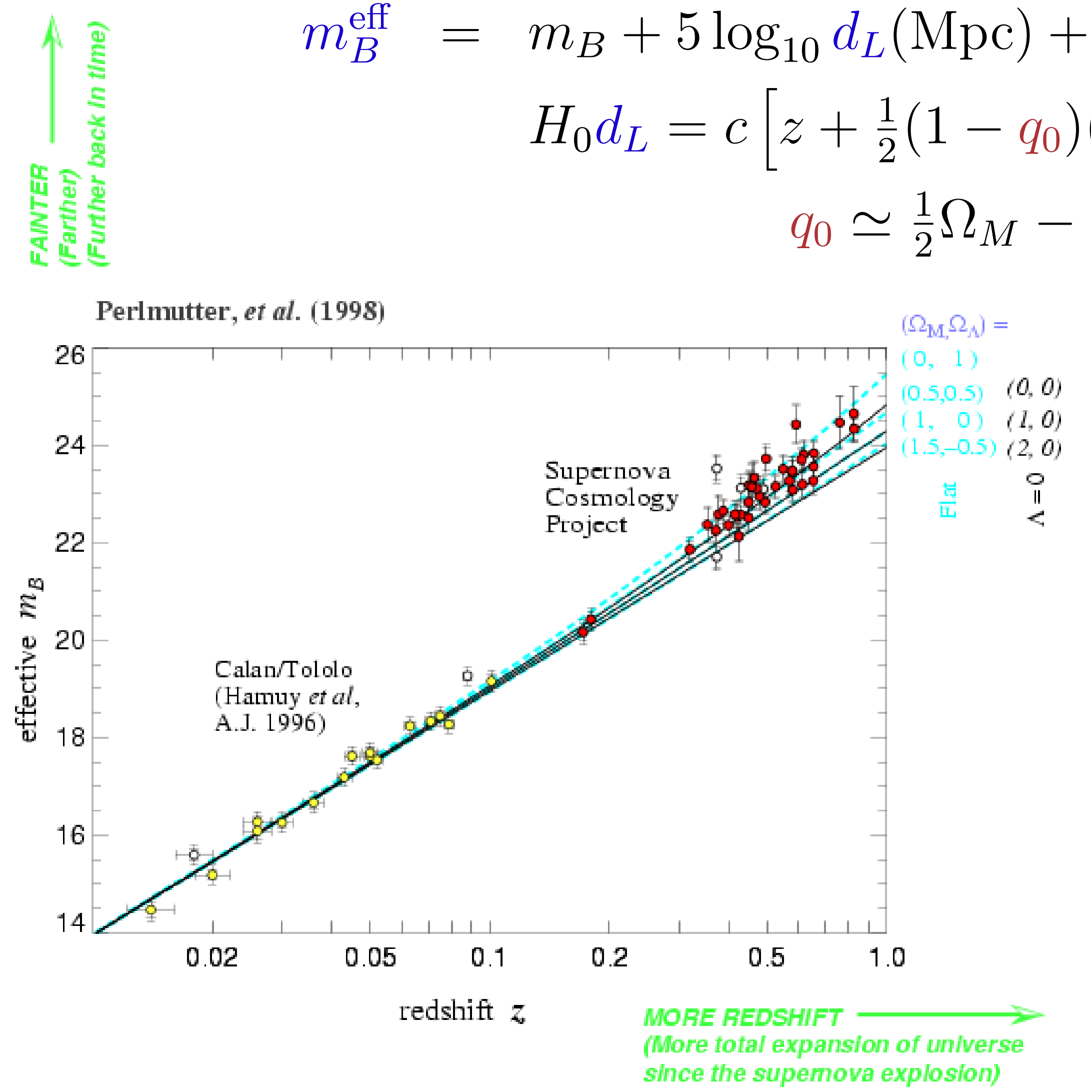
donde $q_0 =$ parámetro de deceleración, sensible al contenido de materia y energía del universo

$\boxed{\text{Supernovas lejanas} \Rightarrow q_0 < 0}$ el Universo se reacelera debido a una energía oscura que contrarresta la atracción gravitatoria (¿constante cosmológica?)

$$m_B^{\mathrm{eff}} = m_B + 5\log_{10} d_L(\mathrm{Mpc}) + 25$$

$$H_0 d_L = c\left[z + \tfrac{1}{2}(1-q_0)(cz)^2 + \ldots\right]$$

$$q_0 \simeq \tfrac{1}{2}\Omega_M - \Omega_\Lambda$$



In flat universe: $\Omega_M = 0.28$ [$\pm$ 0.085 statistical] [$\pm$ 0.05 systematic]

Prob. of fit to $\Lambda = 0$ universe: 1%