

T6. EFECTO DOPPLER Y DESPLAZAMIENTO COSMOLÓGICO AL ROJO

1. [Introducción](#)
2. [Efecto Doppler acústico](#)
3. [Efecto Doppler para la luz](#)
4. [Desplazamiento cosmológico al rojo](#)
 - 4.1 [Parámetro de desplazamiento al rojo](#)
 - 4.2 [Ley de Hubble-Humanson](#)
 - 4.3 [Noticias recientes de las supernovas lejanas](#)

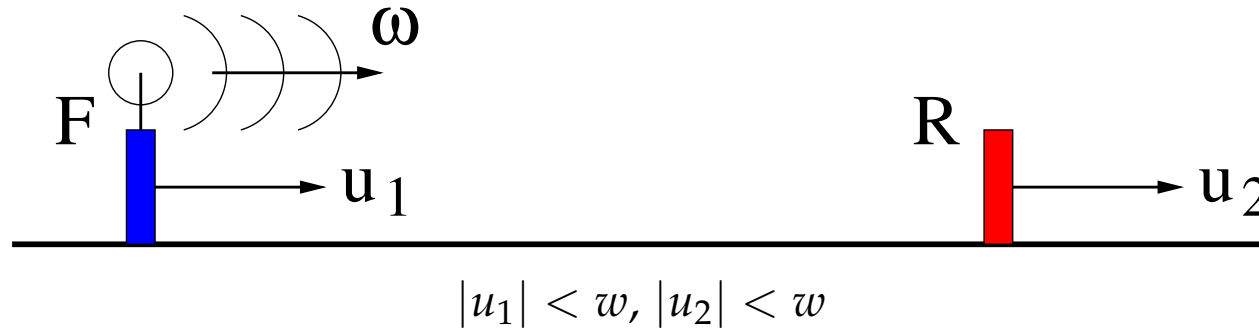
Introducción

- C. Doppler (1842)
- Para una **vibración que se propaga un medio** (Ej. sonido) lo importante es la **velocidad de fuente y receptor respecto al medio** (**efecto no relativista**)



- Para la **luz en el vacío** lo único importante es la **velocidad relativa entre fuente y receptor** (**efecto relativista**)

Efecto Doppler acústico



Frecuencia del sonido según F: $\nu = \frac{1}{\tau}$ donde τ es el periodo

Velocidad del sonido según R: $v' = w - u_2$

Longitud de onda según R [resp. medio]: $\lambda' = (w - u_1)\tau$ [pulsos más juntos si $u_1 > 0$]

Periodo del sonido según R: $\tau' = \frac{\lambda'}{v'} = \frac{w - u_1}{w - u_2}\tau$

Frecuencia del sonido según R:

$$\nu' = \frac{w - u_2}{w - u_1}\nu$$

Casos particulares

$$v' = \frac{w - u_2}{w - u_1} v$$



Fuente en reposo

Receptor se aleja: $(u_1 = 0, u_2 = v) \Rightarrow v' = v(1 - \beta)$ (más grave)

Receptor se acerca: $(u_1 = 0, u_2 = -v) \Rightarrow v' = v(1 + \beta)$ (más agudo)

$$(\beta \equiv v/w)$$

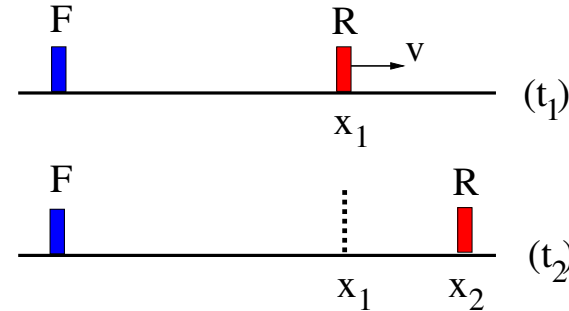
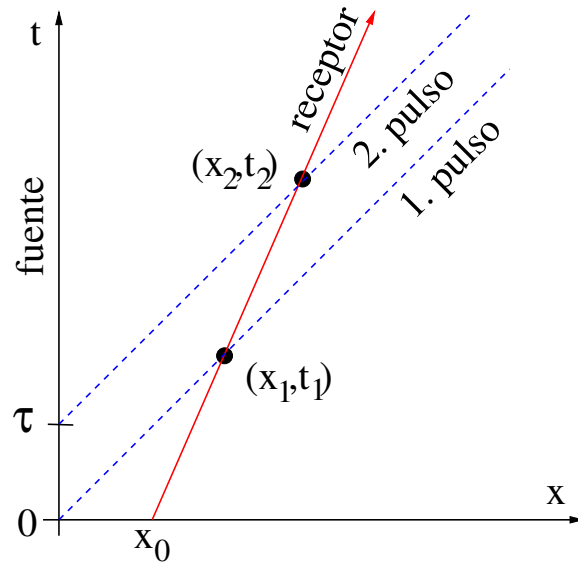
Receptor en reposo

Fuente se aleja: $(u_1 = -v, u_2 = 0) \Rightarrow v' = \frac{v}{1 + \beta}$ (más grave)

Fuente se acerca: $(u_1 = v, u_2 = 0) \Rightarrow v' = \frac{v}{1 - \beta}$ (más agudo)

Cuando $\beta \ll 1$ sólo importa el movimiento relativo

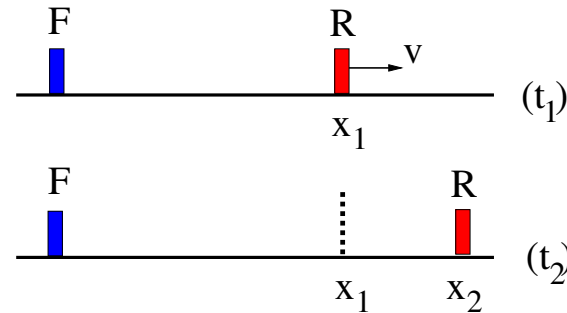
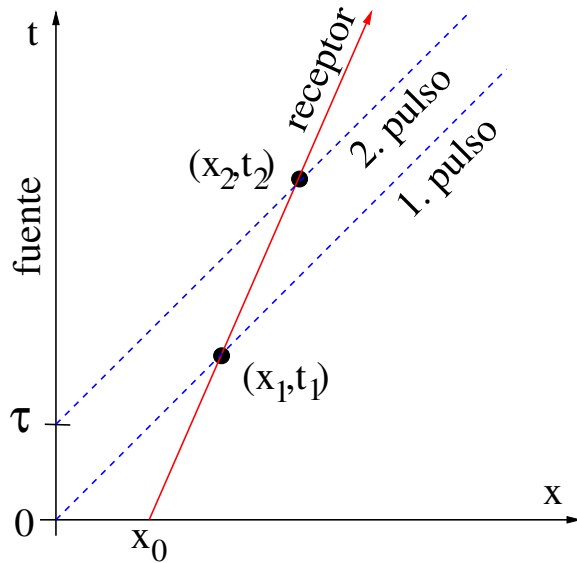
Efecto Doppler para la luz



Según F: $t_1 = \frac{x_1}{c}$, $t_2 = \frac{x_2}{c} + \tau$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta t = t_2 - t_1 = \frac{c\tau}{c - v} \\ \Delta x = x_2 - x_1 = \frac{c v \tau}{c - v} \end{cases}$$

Efecto Doppler para la luz



Según F: $t_1 = \frac{x_1}{c}$, $t_2 = \frac{x_2}{c} + \tau$
 $t_1 = \frac{x_1 - x_0}{v}$, $t_2 = \frac{x_2 - x_0}{v} \Rightarrow \begin{cases} \Delta t = t_2 - t_1 = \frac{c\tau}{c - v} \\ \Delta x = x_2 - x_1 = \frac{c v \tau}{c - v} \end{cases}$

Según R: $\tau' = \Delta t' = \gamma \left(\Delta t - \frac{v}{c^2} \Delta x \right) = \frac{\tau}{\gamma(1 - \beta)} = \gamma(1 + \beta)\tau$ ($\beta = v/c$)

Se alejan:
(β)

$$v' = \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} v$$

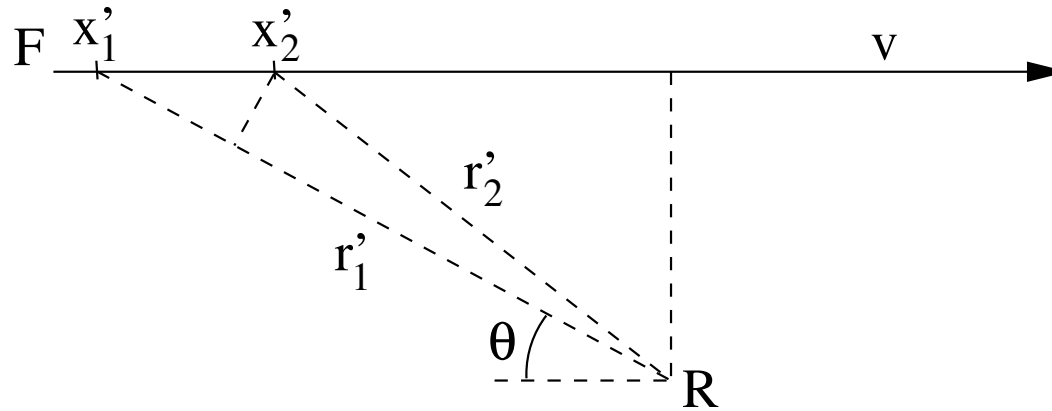
desplazamiento
al rojo

Se acercan:
($-\beta$)

$$v' = \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} v$$

desplazamiento
al azul

Caso general y efecto Doppler transverso



$$\Delta r' = r'_1 - r'_2 = \Delta x' \cos \theta$$

$$[\Delta x' \ll r'_i]$$

Según F: pulsos emitidos en t_1 y t_2 , separados por $\tau = t_2 - t_1$

Según R: pulsos emitidos en t'_1 y t'_2 , **se reciben** separados por $\tau' = (t'_2 + r'_2/c) - (t'_1 + r'_1/c)$

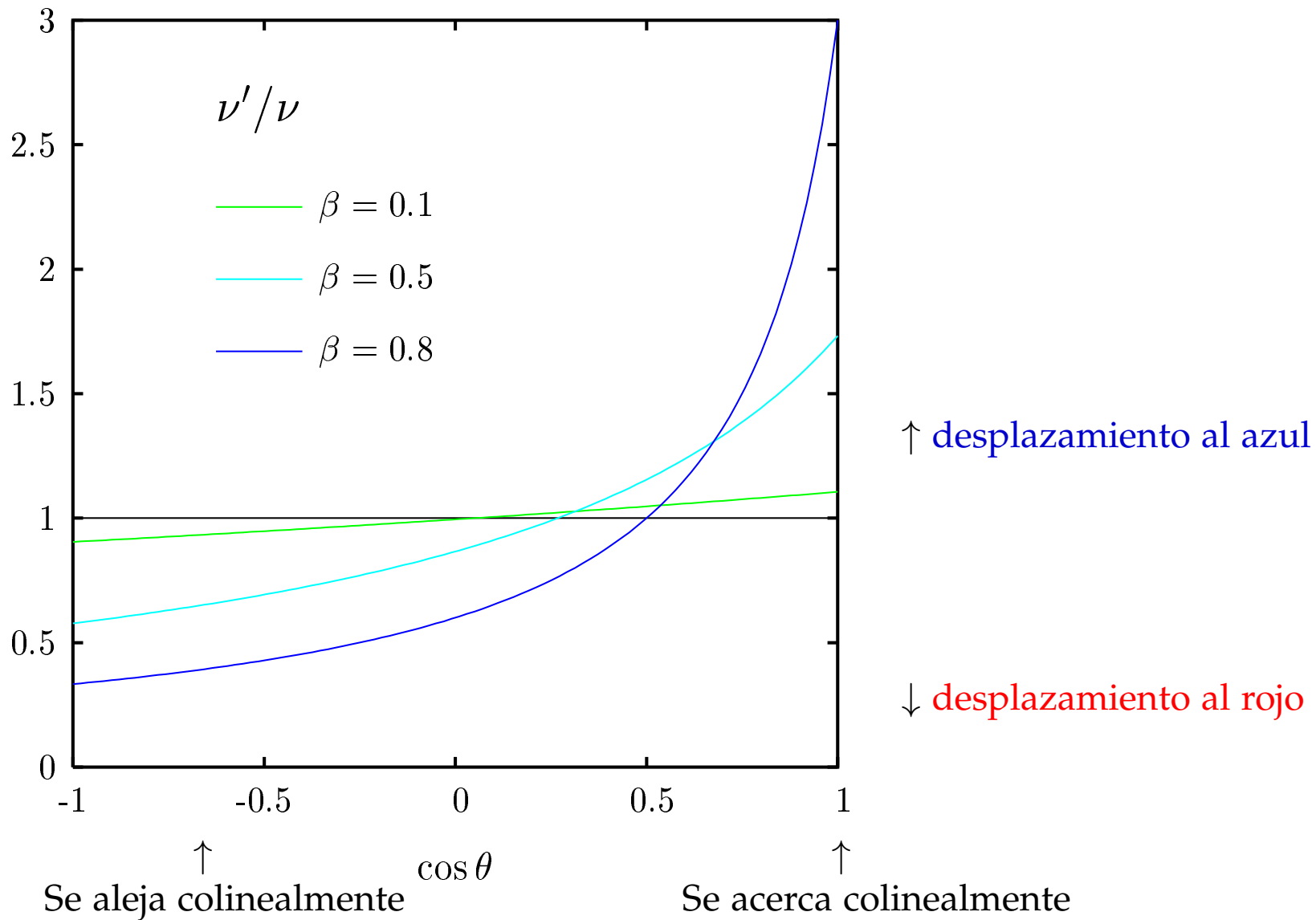
$$\Rightarrow \tau' = \Delta t' - \frac{\Delta r'}{c} = \Delta t' - \frac{\Delta x'}{c} \cos \theta$$

donde $\Delta t' = t'_2 - t'_1 = \gamma \tau$ (dilatación temporal), $\Delta x' = v \Delta t' = v \gamma \tau$

$$\Rightarrow \tau' = \gamma(1 - \beta \cos \theta) \tau \quad \text{es decir} \quad \nu' = \frac{\nu}{\gamma(1 - \beta \cos \theta)}$$

Casos: $\cos \theta = \mp 1$ (se **alejan/acercan colinealmente**) y $\cos \theta = 0$ (**efecto Doppler transverso**)

Efecto Doppler en función del ángulo



Desplazamiento cosmológico al rojo

Parámetro de desplazamiento al rojo: z

Hecho observacional (E. Hubble, 1919): espectros de galaxias lejanas desplazados al rojo

$$z = \frac{\nu_0 - \nu}{\nu} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} > 0$$

Desplazamiento cosmológico al rojo

Parámetro de desplazamiento al rojo: z

Hecho observacional (E. Hubble, 1919): espectros de galaxias lejanas desplazados al rojo

$$z = \frac{\nu_0 - \nu}{\nu} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} > 0$$

Interpretación: se alejan a una velocidad $v = \beta c$ dada por el efecto Doppler

$$v = \frac{v_0}{\gamma(1 + \beta)}$$

$$z = \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} - 1 \Leftrightarrow \beta = \frac{(z + 1)^2 - 1}{(z + 1)^2 + 1}$$

Nota: $\beta \ll 1 \Rightarrow z \approx \beta, v \approx cz$

Ley de Hubble-Humanson

(1929) El desplazamiento al rojo es proporcional a la distancia

$$v \approx cz = H_0 d \quad H_0 [\text{constante de Hubble}] = 70 \pm 10 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$$

[1 pc = 3.2 años luz] $z \approx 0.01 \Leftrightarrow d = 40 \text{ Mpc}$; $1 \text{ Mpc} \Leftrightarrow z \approx 2 \times 10^{-4}$ (distancia a Andr6meda)

Ley de Hubble-Humanson

(1929) El desplazamiento al rojo es proporcional a la distancia

$$v \approx cz = H_0 d \quad H_0 \text{ [constante de Hubble]} = 70 \pm 10 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$$

[1 pc = 3.2 años luz] $z \approx 0.01 \Leftrightarrow d = 40 \text{ Mpc}$; $1 \text{ Mpc} \Leftrightarrow z \approx 2 \times 10^{-4}$ (distancia a Andrómeda)

Supernovas lejanas

[<http://www-supernova.lbl.gov/public>]

Para comprobar la Ley de Hubble hay que conocer bien las distancias (**candelas estándar**)

En realidad no es lineal a grandes distancias. La Cosmología nos dice que

$$H_0 d_L = c \left[z + \frac{1}{2}(1 - q_0)z^2 + \dots \right] \quad q_0 \simeq \frac{1}{2}\Omega_M - \Omega_\Lambda$$

donde $q_0 =$ **parámetro de deceleración**, sensible al contenido de materia y energía del universo

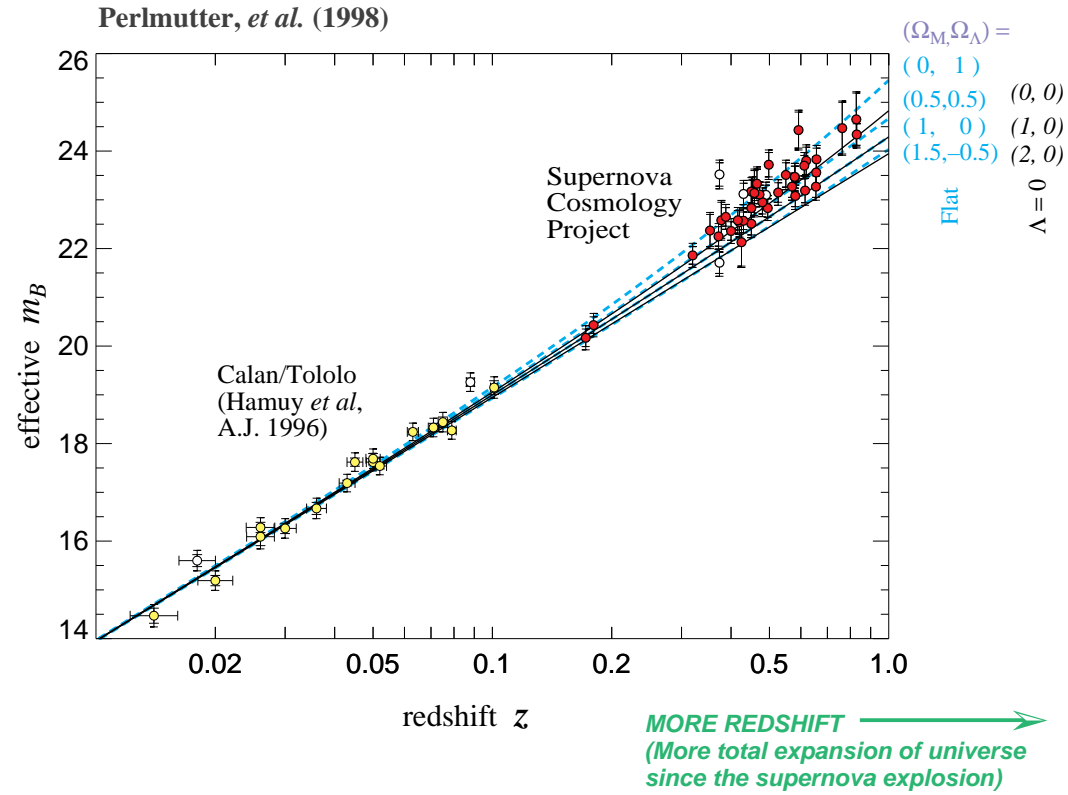
Supernovas lejanas $\Rightarrow q_0 < 0$ el Universo se **reacelera** debido a una **energía oscura** que contrarresta la atracción gravitatoria (**¿constante cosmológica?**)

$$m_B^{\text{eff}} = m_B + 5 \log_{10} d_L(\text{Mpc}) + 25$$

$$H_0 d_L = c \left[z + \frac{1}{2}(1 - q_0)(cz)^2 + \dots \right]$$

$$q_0 \simeq \frac{1}{2}\Omega_M - \Omega_\Lambda$$

↑
FAINTER
(Farther)
(Further back in time)



In flat universe: $\Omega_M = 0.28 [\pm 0.085 \text{ statistical}] [\pm 0.05 \text{ systematic}]$

Prob. of fit to $\Lambda = 0$ universe: 1%