

T4. LA PARADOJA DE LOS GEMELOS

1. La aventura de los gemelos
2. La paradoja
3. Solución
 - 3.1 Diagrama espacio-tiempo
 - 3.2 El número de felicitaciones por Año Nuevo
 - 3.3 Interpretación de lo sucedido
 - 3.4 Algunos comentarios
4. Comprobación experimental: relojes voladores

La paradoja de los gemelos



La paradoja de los gemelos



Según Apolo (\mathcal{O}):	
Diana se aleja a $v = 0.8c$ ($\gamma = 5/3$)	
durante $t = 5$ años	
durante $t' = t/\gamma = 3$ años	

La paradoja de los gemelos



Según Apolo (\mathcal{O}):

Diana se aleja a $v = 0.8c$ ($\gamma = 5/3$)

durante $t = 5$ años

$$\Rightarrow t' = t/\gamma = 3 \text{ años}$$

Diana se acerca a $v = 0.8c$

La paradoja de los gemelos



Según Apolo (\mathcal{O}):

Diana se aleja a $v = 0.8c$ ($\gamma = 5/3$)

durante $t = 5$ años

$$\Rightarrow t' = t/\gamma = 3 \text{ años}$$

Diana se acerca a $v = 0.8c$

Apolo envejece $2 \times 5 = 10$ años

Diana envejece $2 \times 3 = 6$ años

La paradoja de los gemelos



Según Apolo (\mathcal{O}):

Diana se aleja a $v = 0.8c$ ($\gamma = 5/3$)

durante $t = 5$ años

$$\Rightarrow t' = t/\gamma = 3 \text{ años}$$

Según Diana (\mathcal{O}'):

Apolo se aleja a $v = 0.8c$ ($\gamma = 5/3$)

durante $t' = 3$ años

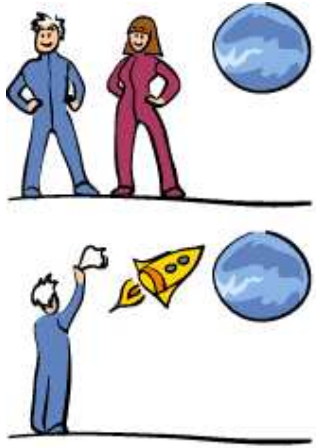
$$\Rightarrow t = t'/\gamma = 1.8 \text{ años}$$

Diana se acerca a $v = 0.8c$

Apolo envejece $2 \times 5 = 10$ años

Diana envejece $2 \times 3 = 6$ años

La paradoja de los gemelos



Según Apolo (\mathcal{O}):

Diana se aleja a $v = 0.8c$ ($\gamma = 5/3$)

durante $t = 5$ años

$$\Rightarrow t' = t/\gamma = 3 \text{ años}$$

Según Diana (\mathcal{O}'):

Apolo se aleja a $v = 0.8c$ ($\gamma = 5/3$)

durante $t' = 3$ años

$$\Rightarrow t = t'/\gamma = 1.8 \text{ años}$$

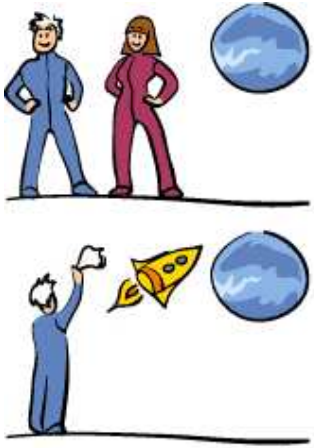
Diana se acerca a $v = 0.8c$

Apolo envejece $2 \times 5 = 10$ años

Diana envejece $2 \times 3 = 6$ años

Apolo se acerca a $v = 0.8c$

La paradoja de los gemelos



Según Apolo (\mathcal{O}):

Diana se aleja a $v = 0.8c$ ($\gamma = 5/3$)

durante $t = 5$ años

$$\Rightarrow t' = t/\gamma = 3 \text{ años}$$

Según Diana (\mathcal{O}'):

Apolo se aleja a $v = 0.8c$ ($\gamma = 5/3$)

durante $t' = 3$ años

$$\Rightarrow t = t'/\gamma = 1.8 \text{ años}$$

Diana se acerca a $v = 0.8c$

Apolo envejece $2 \times 5 = 10$ años

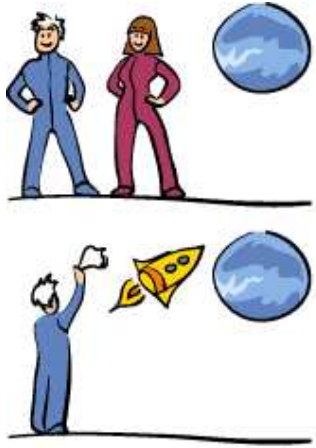
Diana envejece $2 \times 3 = 6$ años

Apolo se acerca a $v = 0.8c$

Diana envejece $2 \times 3 = 6$ años

Apolo envejece $2 \times 1.8 = 3.6$ años

La paradoja de los gemelos



Según Apolo (\mathcal{O}):

Diana se aleja a $v = 0.8c$ ($\gamma = 5/3$)

durante $t = 5$ años

$$\Rightarrow t' = t/\gamma = 3 \text{ años}$$

Según Diana (\mathcal{O}'):

Apolo se aleja a $v = 0.8c$ ($\gamma = 5/3$)

durante $t' = 3$ años

$$\Rightarrow t = t'/\gamma = 1.8 \text{ años}$$

Diana se acerca a $v = 0.8c$

Apolo envejece $2 \times 5 = 10$ años

Diana envejece $2 \times 3 = 6$ años

Apolo se acerca a $v = 0.8c$

Diana envejece $2 \times 3 = 6$ años

Apolo envejece $2 \times 1.8 = 3.6$ años

¡Paradoja! ¿Qué está mal?

La paradoja de los gemelos



Según Apolo (\mathcal{O}):

Diana se aleja a $v = 0.8c$ ($\gamma = 5/3$)

durante $t = 5$ años

$$\Rightarrow t' = t/\gamma = 3 \text{ años}$$

Según Diana (\mathcal{O}'):

Apolo se aleja a $v = 0.8c$ ($\gamma = 5/3$)

durante $t' = 3$ años

$$\Rightarrow t = t'/\gamma = 1.8 \text{ años}$$

Al dar la vuelta Diana cambia de sistema de referencia y

Apolo envejece 6.4 años

Diana se acerca a $v = 0.8c$

Apolo envejece $2 \times 5 = 10$ años

Diana envejece $2 \times 3 = 6$ años

Apolo se acerca a $v = 0.8c$

Diana envejece $2 \times 3 = 6$ años

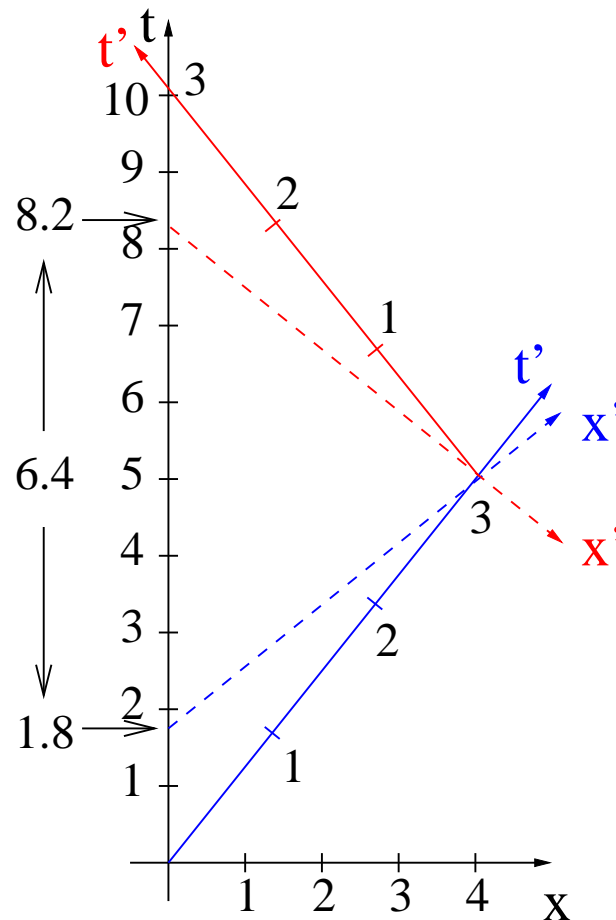
Apolo envejece $2 \times 1.8 + 6.4 = 10$ años

Apolo envejece 10 años y Diana 6 años

Solución

Diagrama espacio-tiempo e interpretación de lo sucedido

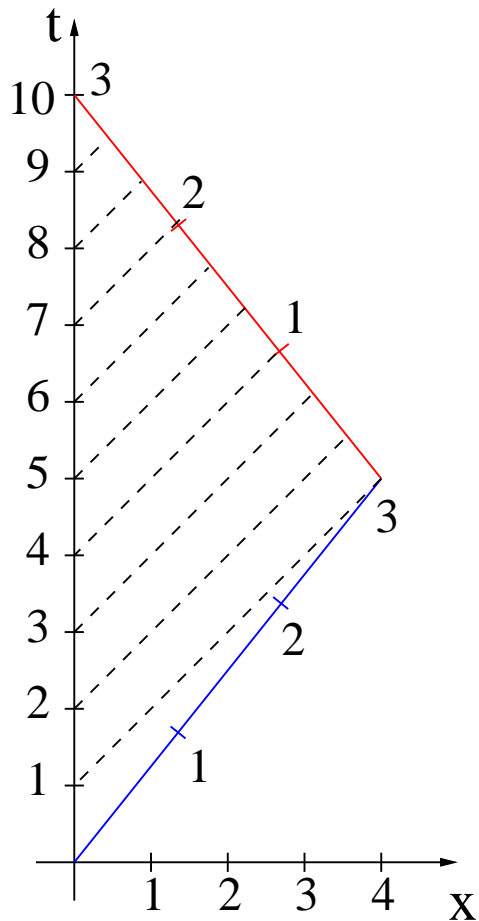
$$v = 0.8 \Rightarrow \gamma = 5/3$$



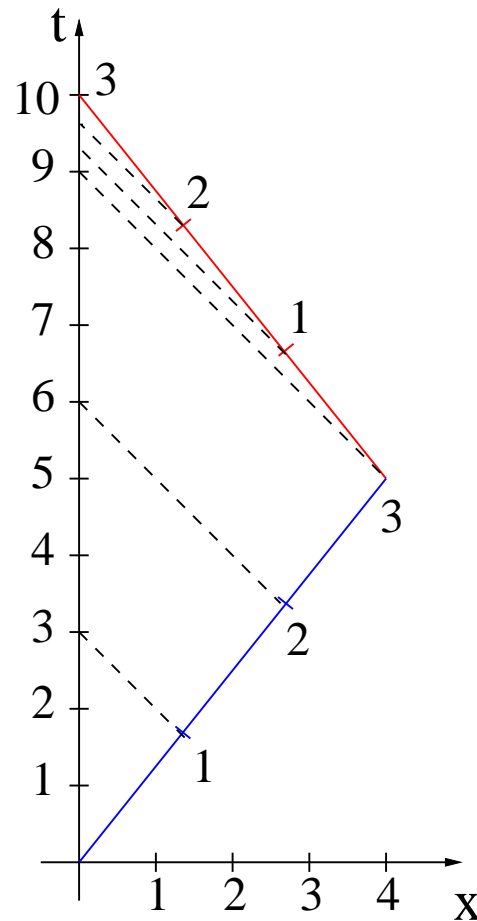
El número de felicitaciones por Año Nuevo

Líneas de universo de las felicitaciones de:

Apolo a Diana



Diana a Apolo



El resultado es asimétrico:

Apolo envía (y Diana recibe) 10

Diana envía (y Apolo recibe) 6

Frecuencias alejan/acercan \leftrightarrow Doppler

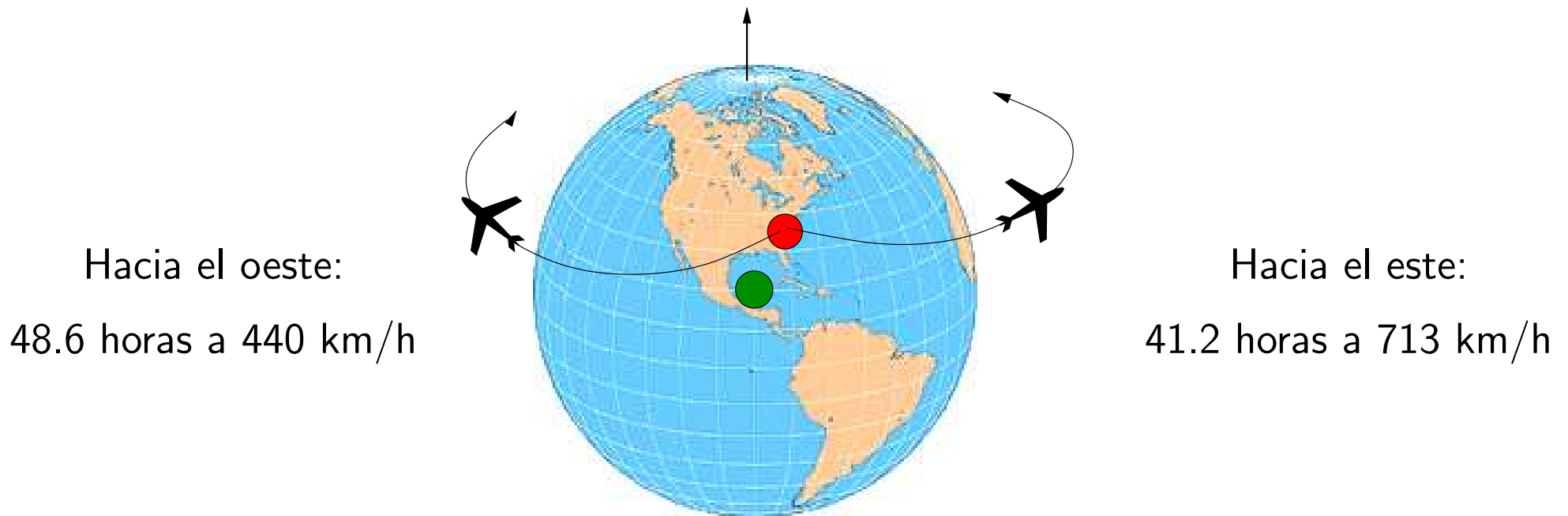
Algunos comentarios

- **Hipótesis del reloj**
 - El ritmo de un reloj medido por un observador inercial depende sólo de su velocidad relativa a ese observador y es independiente de la aceleración
 - **Comprobación:** Bailey et al. (1970):
comparar vidas medias de muones en linacs y anillos de almacenamiento hasta $10^{18}g$
- **Anticipando Relatividad General**
 - Equivalencia de gravedad y aceleración \Rightarrow **situación asimétrica**
(Es muy buena aproximación considerar **Apolo un observador inercial**)
 - Universo con sólo dos naves espaciales \Rightarrow **situación simétrica?**
... depende (Eddington vs. Sciama): el problema de la inercia y el principio de Mach
 - Y si Diana diera la vuelta al universo en línea recta?
 \Rightarrow **ni Diana ni Apolo son inerciales**
equivalente a dos planetas recorriendo la misma órbita en sentidos contrarios

Comprobación experimental: relojes voladores

Experimento de Hafele y Keating (1971)

Comparar relojes en vuelo con otro de referencia en Washington que a su vez se mueve respecto al centro de la Tierra



Diferencia de tiempos	Hacia el este	Hacia el oeste
Dilatación cinemática	-184 ± 18 ns	96 ± 10 ns