

T4. LA PARADOJA DE LOS GEMELOS

1. La aventura de los gemelos
2. La paradoja
3. Solución
 - 3.1 Diagrama espacio-tiempo
 - 3.2 El número de felicitaciones por Año Nuevo
 - 3.3 Interpretación de lo sucedido
 - 3.4 Algunos comentarios
4. Comprobación experimental: relojes voladores

La paradoja de los gemelos



La paradoja de los gemelos



Según Apolo (\mathcal{O}):	
Diana se aleja a $v = 0.8c$ ($\gamma = 5/3$)	
durante $t = 5$ años	
durante $t' = t/\gamma = 3$ años	

La paradoja de los gemelos



Según Apolo (\mathcal{O}):

Diana se aleja a $v = 0.8c$ ($\gamma = 5/3$)

durante $t = 5$ años

$\Rightarrow t' = t/\gamma = 3$ años

Diana se acerca a $v = 0.8c$

La paradoja de los gemelos



Según Apolo (\mathcal{O}):

Diana se aleja a $v = 0.8c$ ($\gamma = 5/3$)

durante $t = 5$ años

$$\Rightarrow t' = t/\gamma = 3 \text{ años}$$

Diana se acerca a $v = 0.8c$

Apolo envejece $2 \times 5 = 10$ años

Diana envejece $2 \times 3 = 6$ años

La paradoja de los gemelos



Según Apolo (\mathcal{O}):	Según Diana (\mathcal{O}'):
Diana se aleja a $v = 0.8c$ ($\gamma = 5/3$) durante $t = 5$ años $\Rightarrow t' = t/\gamma = 3$ años	Apolo se aleja a $v = 0.8c$ ($\gamma = 5/3$) durante $t' = 3$ años $\Rightarrow t = t'/\gamma = 1.8$ años
Diana se acerca a $v = 0.8c$	
Apolo envejece $2 \times 5 = 10$ años Diana envejece $2 \times 3 = 6$ años	

La paradoja de los gemelos



Según Apolo (\mathcal{O}):	Según Diana (\mathcal{O}'):
Diana se aleja a $v = 0.8c$ ($\gamma = 5/3$) durante $t = 5$ años $\Rightarrow t' = t/\gamma = 3$ años	Apolo se aleja a $v = 0.8c$ ($\gamma = 5/3$) durante $t' = 3$ años $\Rightarrow t = t'/\gamma = 1.8$ años
Diana se acerca a $v = 0.8c$	Apolo se acerca a $v = 0.8c$
Apolo envejece $2 \times 5 = 10$ años Diana envejece $2 \times 3 = 6$ años	

La paradoja de los gemelos



Según Apolo (\mathcal{O}):	Según Diana (\mathcal{O}'):
Diana se aleja a $v = 0.8c$ ($\gamma = 5/3$) durante $t = 5$ años $\Rightarrow t' = t/\gamma = 3$ años	Apolo se aleja a $v = 0.8c$ ($\gamma = 5/3$) durante $t' = 3$ años $\Rightarrow t = t'/\gamma = 1.8$ años
Diana se acerca a $v = 0.8c$	Apolo se acerca a $v = 0.8c$
Apolo envejece $2 \times 5 = 10$ años Diana envejece $2 \times 3 = 6$ años	Diana envejece $2 \times 3 = 6$ años Apolo envejece $2 \times 1.8 = 3.6$ años

La paradoja de los gemelos



Según Apolo (\mathcal{O}):	Según Diana (\mathcal{O}'):
Diana se aleja a $v = 0.8c$ ($\gamma = 5/3$) durante $t = 5$ años $\Rightarrow t' = t/\gamma = 3$ años	Apolo se aleja a $v = 0.8c$ ($\gamma = 5/3$) durante $t' = 3$ años $\Rightarrow t = t'/\gamma = 1.8$ años
Diana se acerca a $v = 0.8c$	Apolo se acerca a $v = 0.8c$
Apolo envejece $2 \times 5 = 10$ años Diana envejece $2 \times 3 = 6$ años	Diana envejece $2 \times 3 = 6$ años Apolo envejece $2 \times 1.8 = 3.6$ años

¡Paradoja! ¿Qué está mal?

La paradoja de los gemelos



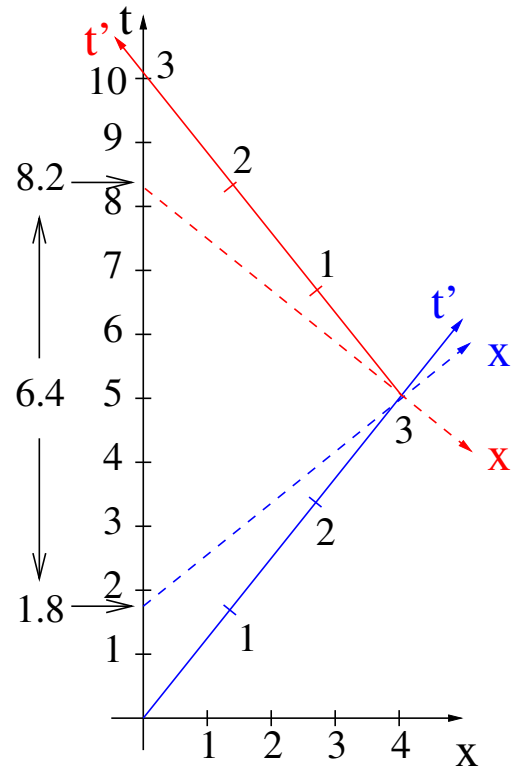
Según Apolo (\mathcal{O}):	Según Diana (\mathcal{O}'):
Diana se aleja a $v = 0.8c$ ($\gamma = 5/3$) durante $t = 5$ años $\Rightarrow t' = t/\gamma = 3$ años	Apolo se aleja a $v = 0.8c$ ($\gamma = 5/3$) durante $t' = 3$ años $\Rightarrow t = t'/\gamma = 1.8$ años
	Al dar la vuelta Diana cambia de sistema de referencia y Apolo envejece 6.4 años
Diana se acerca a $v = 0.8c$ Apolo envejece $2 \times 5 = 10$ años Diana envejece $2 \times 3 = 6$ años	Apolo se acerca a $v = 0.8c$ Diana envejece $2 \times 3 = 6$ años Apolo envejece $2 \times 1.8 + 6.4 = 10$ años

Apolo envejece 10 años y Diana 6 años

Solución

Diagrama espacio-tiempo e interpretación de lo sucedido

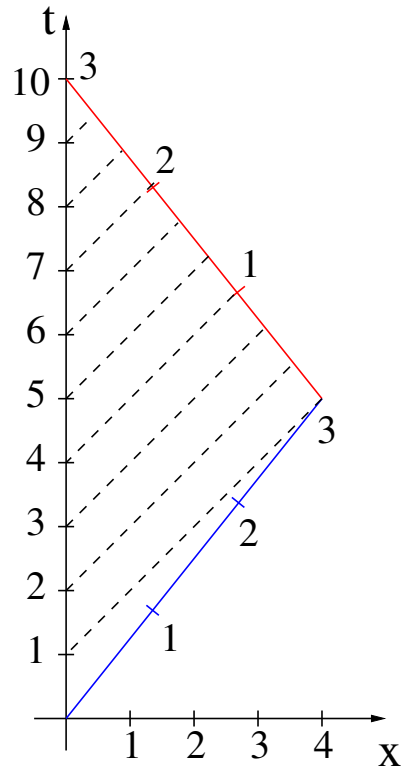
$$v = 0.8 \Rightarrow \gamma = 5/3$$



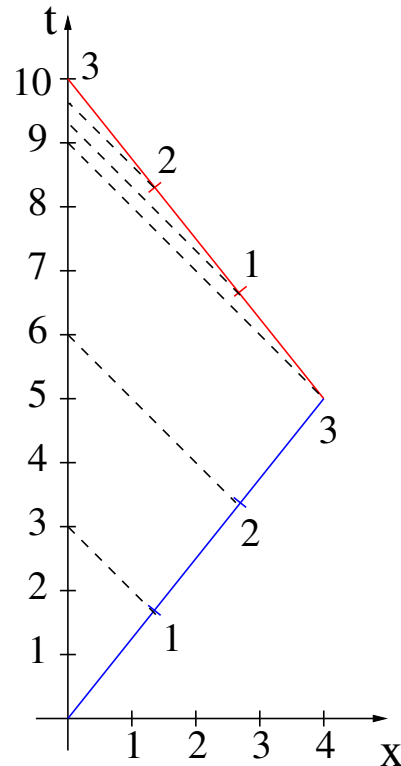
El número de felicitaciones por Año Nuevo

Líneas de universo de las felicitaciones de:

Apolo a Diana



Diana a Apolo



El resultado es asimétrico:

Apolo envía (y Diana recibe) **10**

Diana envía (y Apolo recibe) **6**

Frecuencias alejan/acercan \leftrightarrow Doppler

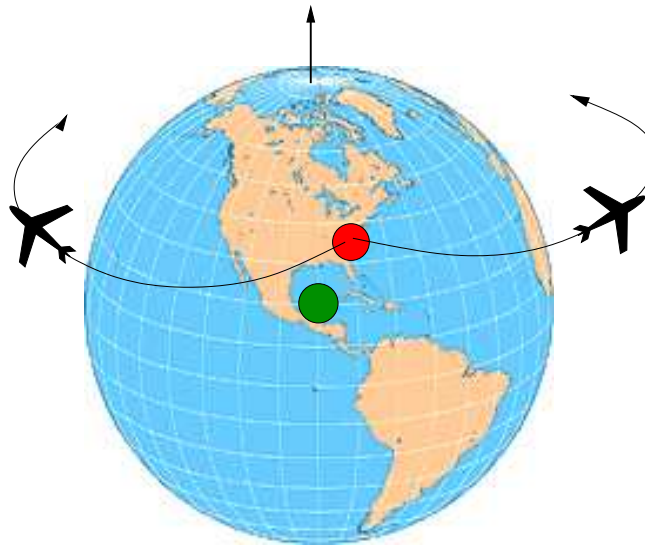
Algunos comentarios

- **Hipótesis del reloj**
 - El ritmo de un reloj medido por un observador inercial depende sólo de su velocidad relativa a ese observador y es independiente de la aceleración
 - **Comprobación:** Bailey et al. (1970):
comparar vidas medias de muones en linacs y anillos de almacenamiento hasta $10^{18}g$
- **Anticipando Relatividad General**
 - Equivalencia de gravedad y aceleración \Rightarrow **situación asimétrica**
(Es muy buena aproximación considerar **Apolo un observador inercial**)

Comprobación experimental: relojes voladores

Experimento de Hafele y Keating (1971)

Comparar relojes en vuelo con otro de referencia en Washington que a su vez se mueve respecto al centro de la Tierra



Hacia el oeste:
48.6 horas a 440 km/h

Hacia el este:
41.2 horas a 713 km/h

Diferencia de tiempos	Hacia el este	Hacia el oeste
Dilatación cinemática	-184 ± 18 ns	96 ± 10 ns