T2. ESPACIO, TIEMPO Y ESPACIOTIEMPO: DIAGRAMAS DE MINKOWSKI

.../...

T2. ESPACIO, TIEMPO Y ESPACIOTIEMPO: DIAGRAMAS DE MINKOWSKI

1. Postulados de la relatividad especial

I. Principio de relatividad

Las leyes de la física son las mismas para cualquier observador inercial

- Mismas leyes $\neq$ mismas observaciones
- Imposibilidad de distinguir reposo y movimiento
- No existe sistema referencia privilegiado
- Todas las leyes, no sólo las de la mecánica

II. Constancia de la velocidad de la luz

La velocidad de la luz es siempre la misma, independientemente de la velocidad de la fuente respecto al observador

- De acuerdo con ecuaciones de Maxwell
- De acuerdo con experimentos de Michelson-Morley y sucesores
- Primera confirmación directa: $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ (1964)

2. Definición de tiempo

Einstein introduce definiciones operacionales: instrucciones para hacer medidas

2.1 ¿Qué es medir el tiempo?

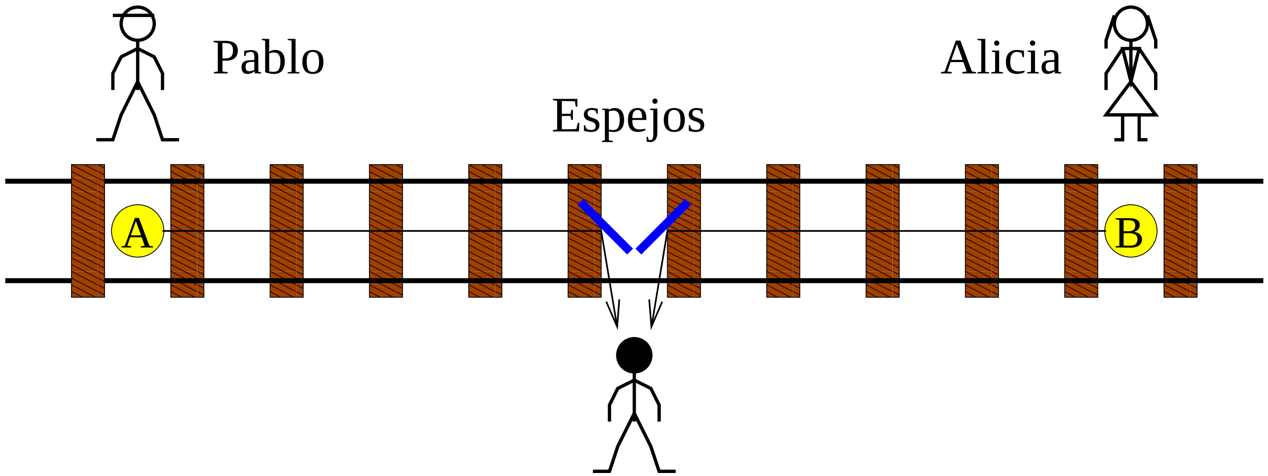
Comparar sucesos usando relojes (procesos que se repiten con regularidad)

Problema: observadores distantes (la luz tarda un tiempo en llegar) y observadores móviles

2.2 Sistema común de tiempos

Asignar un tiempo único y bien determinado a un suceso

Observadores distantes (en reposo relativo)



(punto medio)

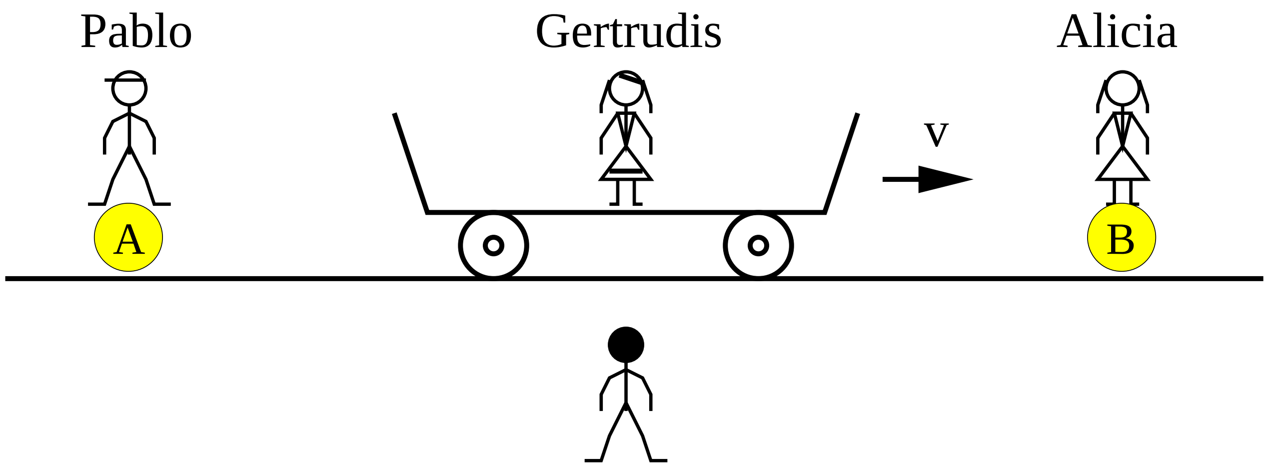
Sistema común de tiempos

sincronizar flashes de Pablo y Alicia $\Rightarrow$ relojes sincronizados en cada punto del espacio

Tiempo t de un suceso: el que corresponde al sistema común de tiempos, no es el que marca el reloj de cualquier observador salvo si el suceso ocurre exactamente frente al observador

Tiempo propio (t): el del reloj de un observador en el mismo punto y el mismo instante en que ocurre un suceso

Observadores móviles (en movimiento relativo)



(punto medio)

Relojes de Pablo y Alicia sincronizados (sus flashes me llegan simultáneamente, más tarde)

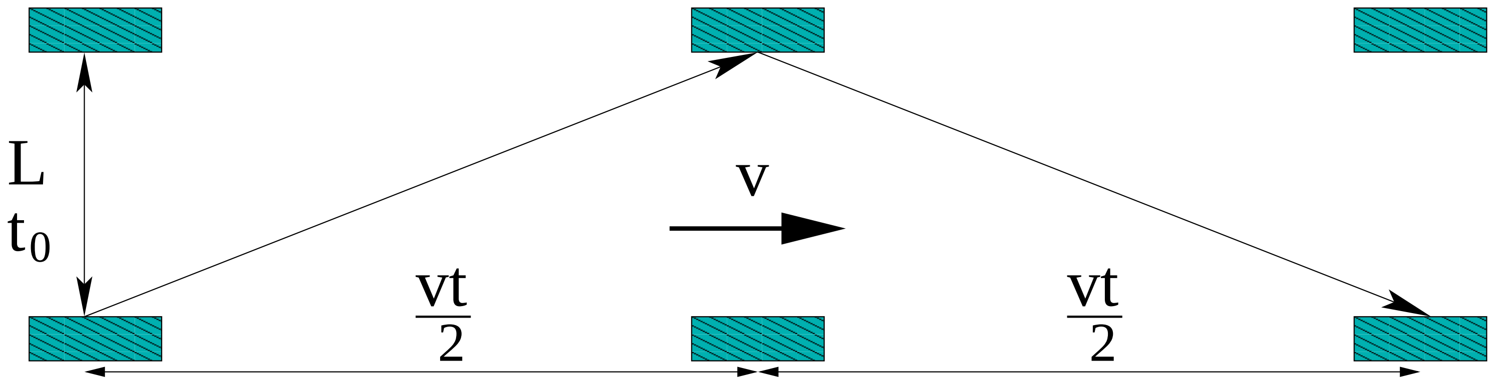
Para Gertrudis los flashes no son simultáneos

La simultaneidad es un concepto relativo al observador

Gertrudis puede acordar un sistema común de tiempos (su tiempo propio) con los pasajeros del tren pero no con Pablo y Alicia

2.3 Dilatación temporal

Reloj de luz



$$c = \frac{2L}{t_0} = \frac{2\sqrt{L^2 + (vt/2)^2}}{t} \Rightarrow \boxed{t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}}$$

El tiempo es un concepto relativo al observador

3. Definición de espacio

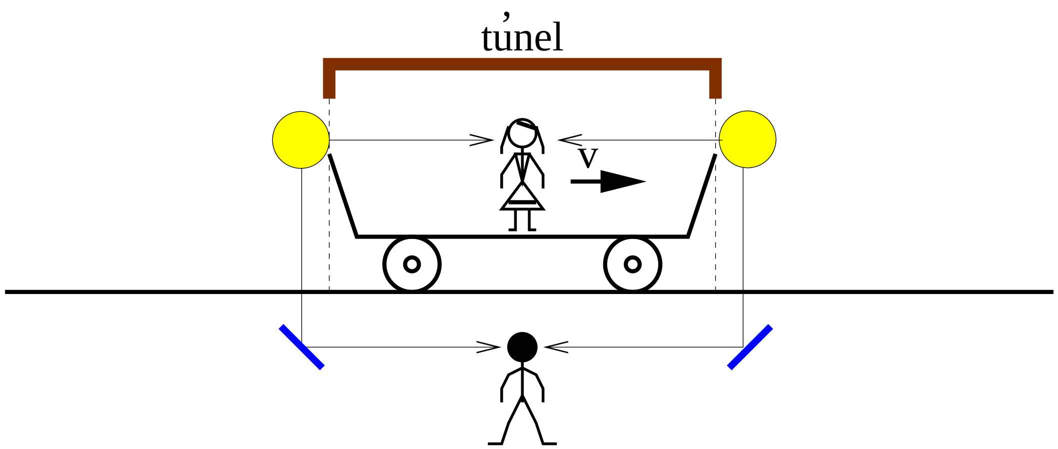
3.1 ¿Qué es medir una longitud?

Alinear marcas de una regla (patrón) con los extremos de un objeto

Problemas si el objeto se mueve mientras lo medimos: hay que conocer la posición de ambos extremos simultáneamente ...

La longitud es un concepto relativo al observador

3.2 Contracción espacial



Flashes cuando la cabeza sale del túnel / la cola entra en el túnel

Para ti simultáneos: el vagón mide igual que el túnel

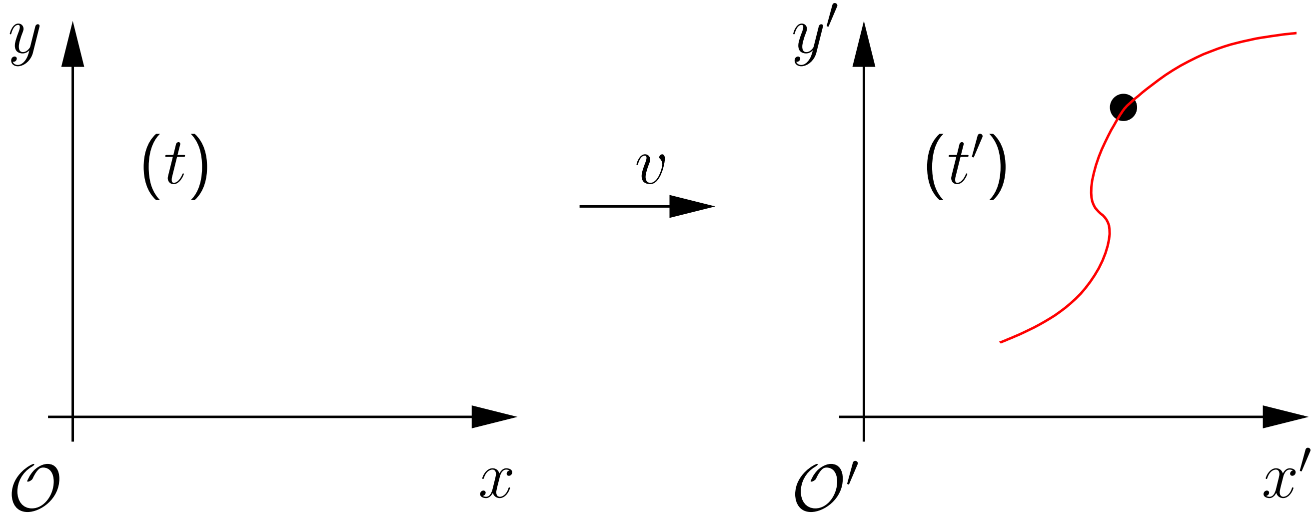
Para Gertrudis primero el de cabeza y luego el de cola: el vagón es más largo que el túnel

La longitud del túnel está contraída para Gertrudis
La longitud del tren está contraída para ti

$$L = L_0/\gamma \ , \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

L_0 = longitud propia

4. Resumen: transformaciones de Lorentz



$$
\begin{aligned} t' &= \gamma \left(t - \frac{v}{c^2} x \right) \\ x' &= \gamma \, (x - vt) \end{aligned}
\quad \text{o bien} \quad
\begin{aligned} t &= \gamma \left(t' + \frac{v}{c^2} x' \right) \\ x &= \gamma \, (x' + vt') \end{aligned}
\qquad
\begin{aligned} y &= y' \\ z &= z' \end{aligned}
$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

⇒ Límite no relativista: $v \ll c$, $\gamma \approx 1$, se recuperan las transformaciones de Galileo

$$t' = t \ , \quad x' = x - vt$$

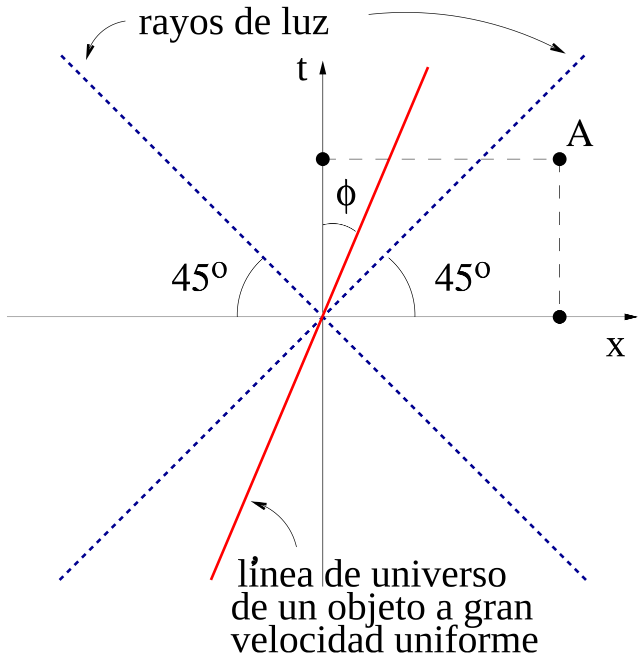
5. El espaciotiempo: diagramas de Minkowski

Simplificación matemática (espacio y tiempo no son la misma cosa). Ventajas:

1. Resolución gráfica sencilla de las transformaciones de Lorentz (diagramas de Minkowski)

2. Representar la película completa de la evolución de un objeto

5.1 Observador en reposo

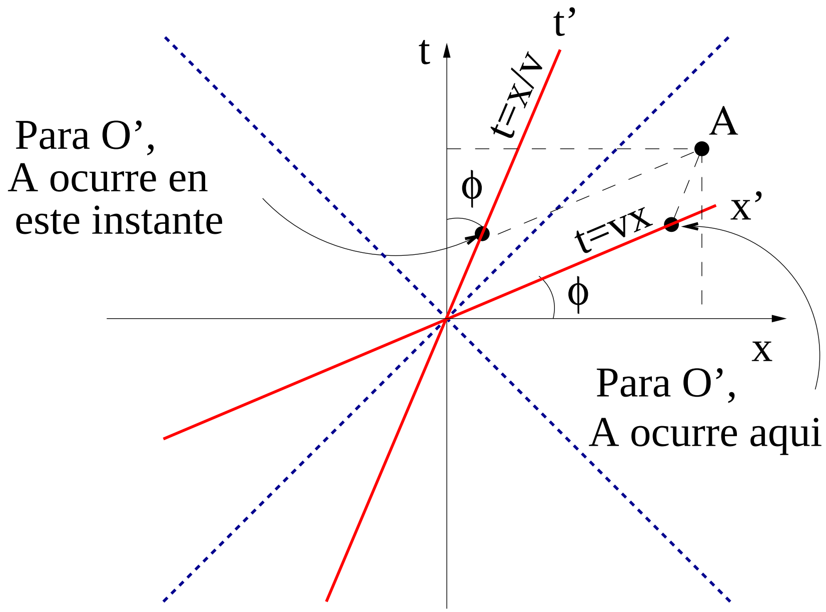


Sucesos (t es el tiempo propio, x es la distancia al origen). Unidades: $c = 1$

Líneas de universo (movimiento uniforme: $t = \frac{1}{v}x$, $\tan\phi = v$ y movimiento acelerado)

Rayos de luz (siempre a 45°)

5.2 Observador en movimiento relativo



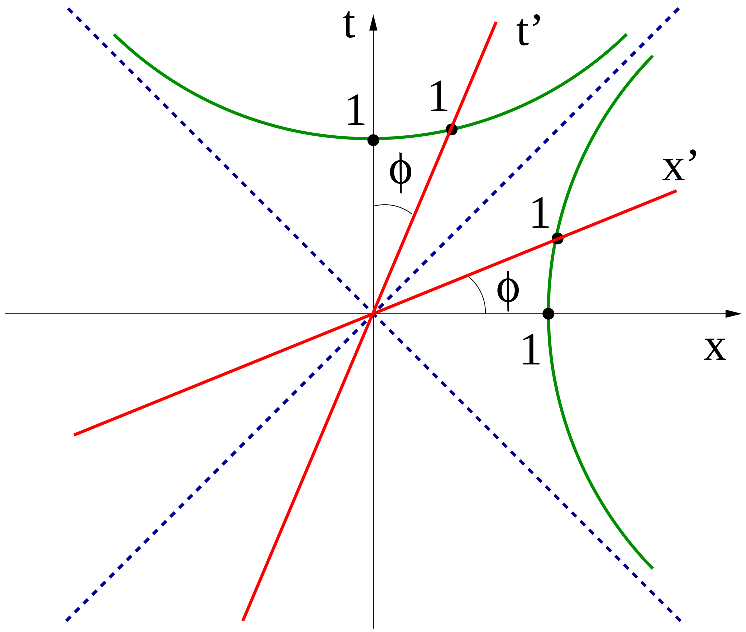
$$
\begin{aligned}
t' &= \gamma\ (t - vx) \quad [c=1] \\
x' &= \gamma\ (x - vt)
\end{aligned}
$$

Eje x': sucesos simultáneos para $\mathcal{O}'$ a $t' = 0 \Rightarrow t = vx$

Eje t': sucesos que ocurren en el mismo lugar $x' = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{v}x$

Distintas coordanadas para un mismo suceso

5.3 Intervalo invariante y calibración de los ejes



No todo es relativo: además de la velocidad de la luz, el intervalo es invariante,

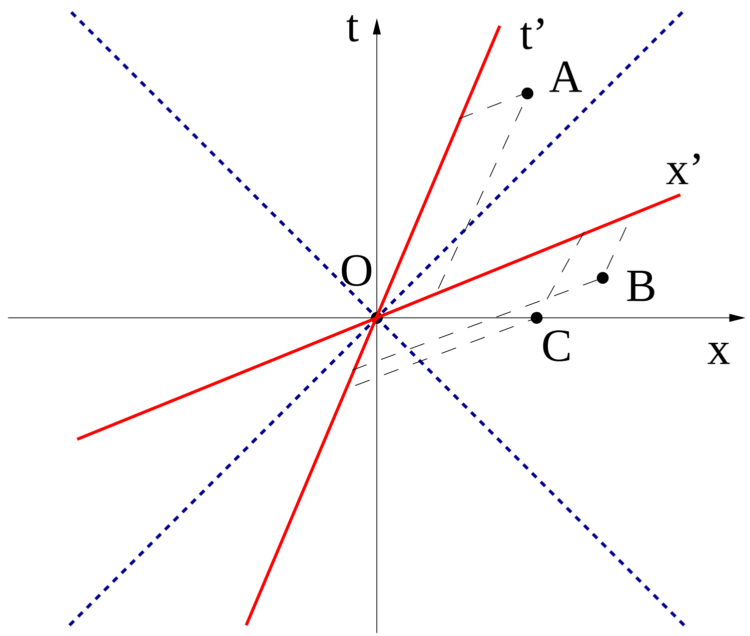
$$\Delta s^2 \equiv (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 = (c\Delta t')^2 - (\Delta x')^2$$

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{Calibración de los ejes}}$ intersección de hipérbolas con ejes

Tipos de intervalo: temporal $(\Delta s^2 > 0)$, espacial $(\Delta s^2 < 0)$ y nulo $(\Delta s^2 = 0)$

5.4 Orden temporal y causalidad

¡El orden temporal de los acontecimientos depende del observador!



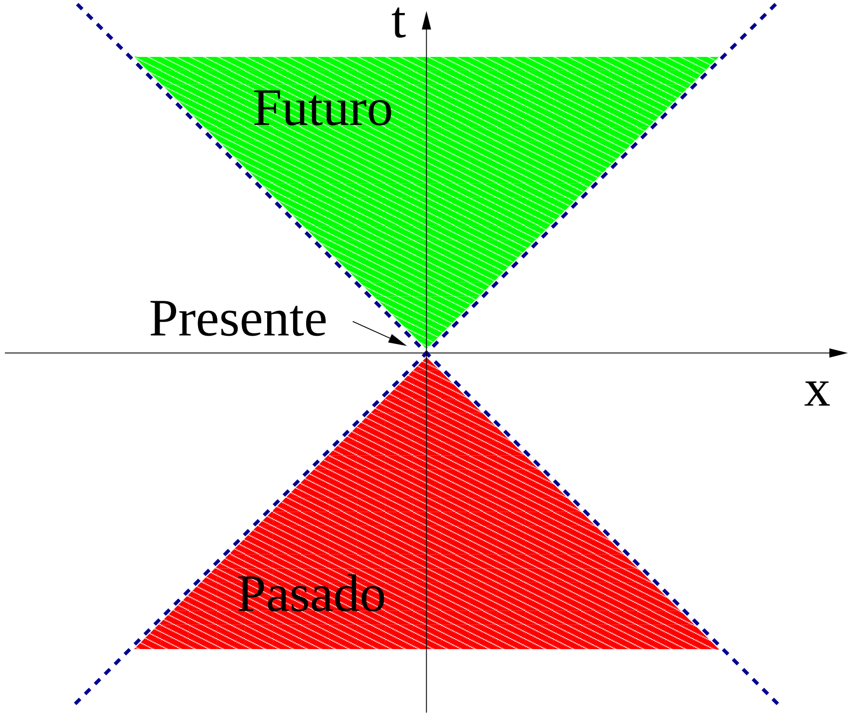
Causalidad...

Sucesos conectados causalmente: en el mismo orden para todos los observadores

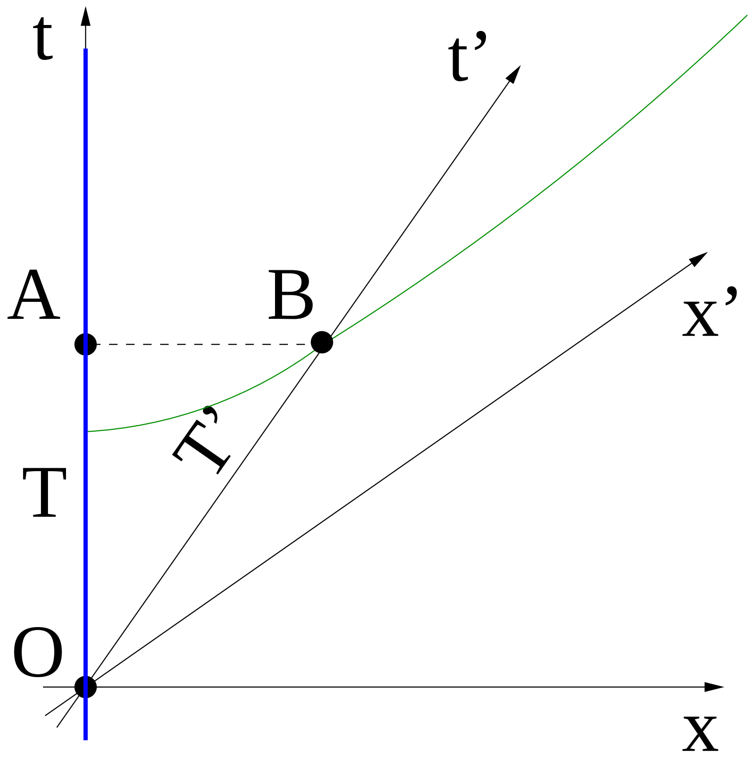
$\Rightarrow$ dentro del cono de luz (separados por un intervalo temporal, invariante)

... garantizada

Regiones conectadas causalmente con el origen

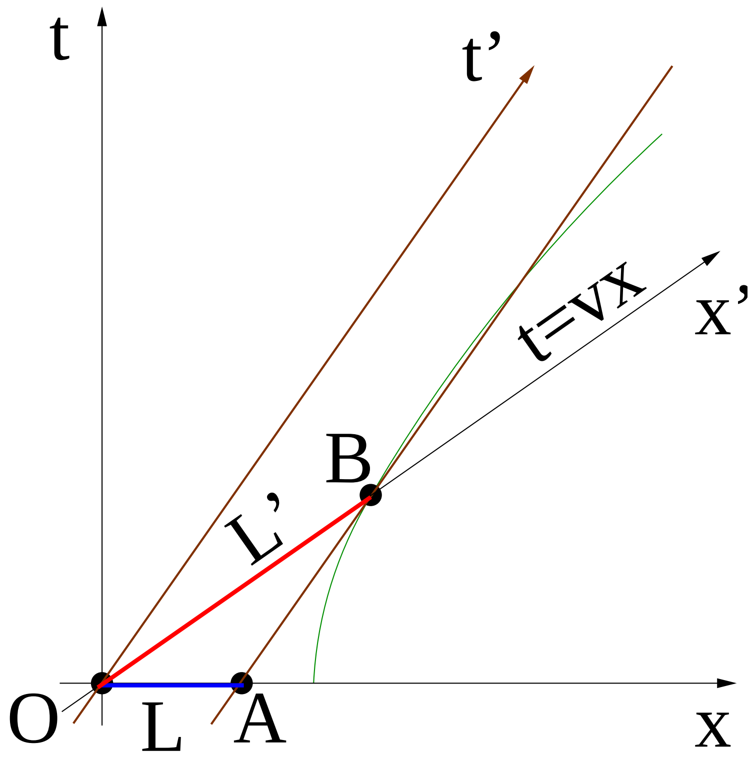


Dilatación temporal



$$\left.\begin{array}{rcl} t &=& \gamma(t' + vx') \\ x &=& \gamma(vt' + x') \end{array} \quad ; \quad \begin{array}{l} t'_B = T' \\ x'_B = 0 \end{array}\right\} \quad t_A = t_B = \gamma t'_B \quad \Rightarrow \quad \boxed{T = \gamma T'}$$

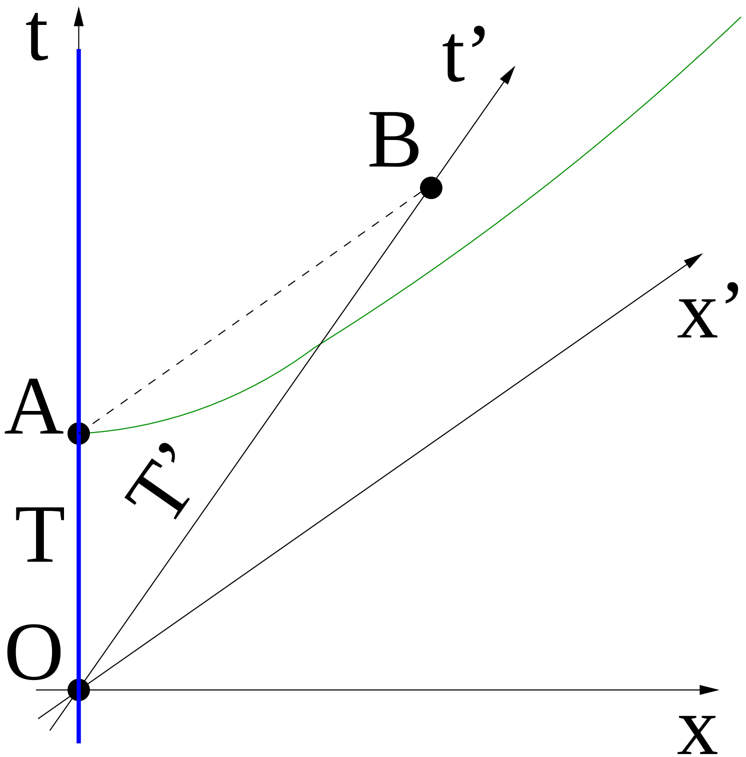
Contracción de Lorentz



Medir es comparar sucesos simultáneos: $L = OA$, $L' = OB$

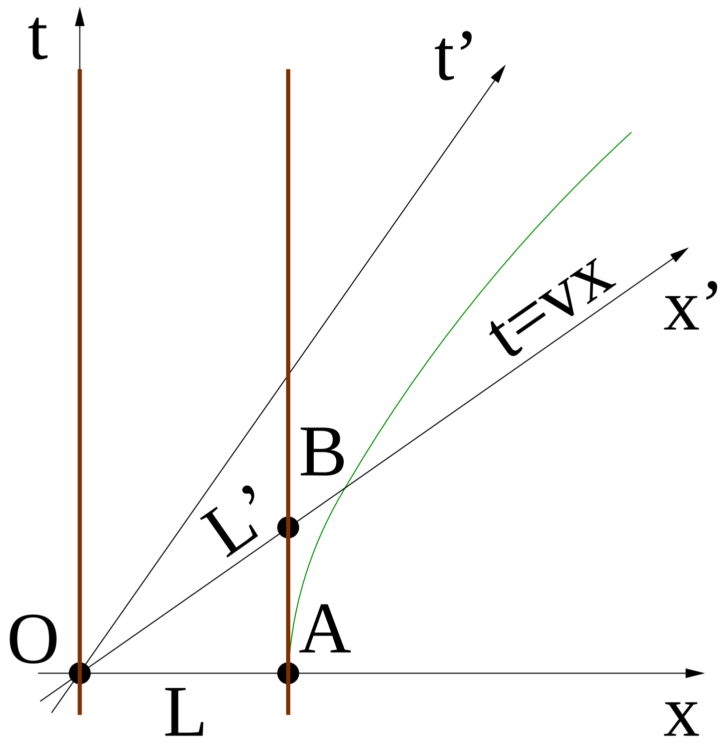
$$\left.\begin{array}{rcl} t &=& \gamma(t' + vx') \\ x &=& \gamma(vt' + x') \end{array} \quad ; \quad \begin{array}{l} t_A = 0 \Rightarrow t'_A = -vx'_A \\ L = x_A = \gamma(vt'_A + x'_A)\ , \quad L' = x'_B = x'_A \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{L = L'/\gamma}$$

Dilatación temporal



$$\left.\begin{array}{rcl} t' & = & \gamma(t - vx) \\ x' & = & \gamma(-vt + x) \end{array} \quad ; \quad \begin{array}{c} t_A = T \\ x_A = 0 \end{array}\right\} \quad t'_B = t'_A = \gamma t_A \quad \Rightarrow \quad \boxed{T' = \gamma T}$$

Contracción de Lorentz



Medir es comparar sucesos simultáneos: $L = OA$, $L' = OB$

$$\begin{array}{rcl} t' & = & \gamma(t - vx) \\ x' & = & \gamma(-vt + x) \end{array} \quad ; \quad \left. \begin{array}{l} t_B = v x_B = vL \\ x_B = L \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} t'_B = 0 \\ L' = x'_B = \gamma L(1 - v^2) \Rightarrow \boxed{L' = L/\gamma} \end{array}$$