

Ejercicios propuestos

1.1 Supongamos que nos desplazamos en una barca remando a velocidad c respecto a un río cuya corriente tiene una velocidad v . Demuestra que nuestra velocidad v' respecto a un observador en tierra firme es:

a) $v' = c + v$, si remamos corriente abajo.

b) $v' = c - v$, si remamos en contra de la corriente.

c) $v' = \sqrt{c^2 - v^2}$, si remamos perpendicularmente a la corriente.

Nótese que, en la teoría del éter, c juega el papel de la velocidad de la luz respecto al éter, v es la velocidad del viento de éter respecto al observador y v' es la velocidad de luz según ese observador.

2.1 Utilizando los diagramas de Minkowski, ilustra la dilatación de los intervalos de tiempo y la contracción de las longitudes.

3.1 Un pistolero dispara simultáneamente sus dos revólveres, con las manos separadas 80 cm, contra un tren que pasa frente a él a una velocidad de $0.6c$.

a) ¿Cuál es la distancia entre los revólveres según los viajeros del tren?

b) ¿Cuál es la separación entre los agujeros de bala en los laterales del vagón?

Haz un diagrama espacio-tiempo y discute los resultados.

4.1 Suponiendo que los vuelos del experimento de Hafele y Keating fueron ecuatoriales, a unas velocidades medias respecto al suelo de 713 km/h hacia el este y 440 km/h hacia el oeste, y durante un tiempo de 41.2 y 48.6 horas respectivamente, comprueba que la relatividad especial predice que:

a) Los relojes que viajan hacia el este se retrasan 184 ns.

b) Los relojes que viajan hacia el oeste se adelantan 96 ns.

Ayuda: Es conveniente usar la aproximación $\sqrt{1-x} \simeq 1 - \frac{1}{2}x$ si $x \ll 1$. $1 \text{ ns} = 10^{-9} \text{ s}$.

5.1 Demuestra que la longitud aparente de un objeto al que nos aproximamos (longitudinalmente) con velocidad $\beta = v/c$ es

$$L_{\text{aparente}} = \gamma(1 + \beta)L_0$$

donde L_0 es la longitud propia del objeto y γ es el correspondiente factor de Lorentz. ¿Y si nos alejamos del objeto?

Aplicando este resultado al ejemplo de San Jorge y el dragón:

- a) ¿Cuáles son las longitudes real y aparente de la lanza y el foso para San Jorge?
 b) ¿Cuáles son las longitudes real y aparente de la lanza y el foso para el dragón?

- 6.1 ¿A qué velocidad hay que conducir hacia un semáforo para que la luz roja ($\lambda = 650 \text{ nm}$) se vea verde ($\lambda = 525 \text{ nm}$)?
- 6.2 Utilizando el efecto Doppler, encuentra la frecuencia con que llegan a los gemelos Apolo y Diana las felicitaciones de Navidad (número de felicitaciones al año) y comprueba que coincide con el resultado que encontramos en el Tema 6.
- 7.1 Deduce las expresiones que relacionan las velocidades y las aceleraciones que miden dos observadores inerciales cualesquiera (7.20) – (7.25).
- 10.1 Completa^f las predicciones del experimento de Hafele y Keating (tabla siguiente), sabiendo que los aviones en ruta hacia el este volaron durante 41.2 h a una altura media de 8900 m mientras que los que iban en ruta hacia el oeste volaron durante 48.6 h a una altura media de 9400 m. El cálculo real exige conocer las hojas de ruta y las velocidades de los aviones en diferentes tramos en los que se subdividieron los vuelos [Hafele & Keating, Science 177 (1972) 166].

Diferencia de tiempos	Hacia el este	Hacia el oeste
Dilatación cinemática	$-184 \pm 18 \text{ ns}$	$96 \pm 10 \text{ ns}$
Dilatación gravitatoria	$144 \pm 14 \text{ ns}$	$179 \pm 18 \text{ ns}$
Efecto total	$-40 \pm 23 \text{ ns}$	$275 \pm 21 \text{ ns}$
Efecto observado	$-59 \pm 10 \text{ ns}$	$273 \pm 21 \text{ ns}$

- 10.2 Los satélites de la red GPS se encuentran orbitando alrededor de la Tierra a una altura $h = 20\,000 \text{ km}$, y por tanto a $v = 14\,000 \text{ km/h}$. Compara tu reloj con otro situado en un satélite GPS. (i) ¿Qué efectos influyen en el ritmo de ambos relojes y qué consecuencias tienen? (ii) ¿Cuánto atrasan o adelantan los relojes de los satélites GPS respecto al tuyo cada día debido a esos efectos? (iii) ¿Es relevante el movimiento de rotación de la Tierra? [Datos: $g = G_N M_\oplus / R_\oplus^2 = 9.8 \text{ m/s}^2$, $G_N = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$, $M_\oplus = 5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$, $R_\oplus = 6\,370 \text{ km}$.]

^f Los efectos de dilatación cinemática fueron estimados en el Ejercicio 4.1.

Nivel medio:

- [8] A.P. French,
[Special Relativity, 1968]
Relatividad Especial,
Editorial Reverté, 1991.
- [9] R. d'Inverno,
Introducing Einstein's Relativity,
Clarendon Press, 1992.

Nivel avanzado:

- [10] B.F. Schutz,
A first course in general relativity,
Cambridge University Press, 1985.
- [11] S. Weinberg,
Gravitation and Cosmology,
Wiley, 1972.
- [12] B. Janssen,
Relatividad General,
Apuntes del [curso](#) de Bert en la Universidad de Granada.

Web:

- [13] Relativity on the World Wide Web,
<http://math.ucr.edu/home/baez/relativity.html>
- [14] Through Einstein's Eyes,
<http://www.anu.edu.au/Physics/Savage/TEE/site/tee/home.html>
Véase también artículo: <http://www.anu.edu.au/Physics/Searle/paper2.pdf>
- [15] Web de este curso,
<http://www.ugr.es/~jillana/relatividad.php>