Tema 5

Apariencia de los objetos que se mueven a altas velocidades

5.1 Introducción

Ya hemos visto que cuando los objetos se mueven a muy altas velocidades con respecto a un observador, éste *mide* que se contraen en la dirección del movimiento. No se produce contracción en las otras direcciones. No olvidemos que **las medidas nos dicen cómo son realmente los objetos** y que por tanto son *realmente diferentes para cada observador*.

Nos ocuparemos ahora de estudiar qué aspecto tendrían estos objetos si pudiéramos *verlos* o *fotografiarlos*. Curiosamente, esta cuestión no se empezó a considerar hasta 1959.

Ver un objeto significa recibir luz procedente de ese objeto. En un diagrama espacio-tiempo es fácil encontrar la posición en que *se encontraba* cada parte de un objeto en el momento de emitir los rayos de luz que forman su *imagen*. Para ello basta trazar líneas a $45°$ respecto a los ejes. La *distancia del observador a cada punto del objeto es importante*.

Existen varios mecanismos que alteran la imagen que tenemos de un objeto en reposo cuando lo vemos en movimiento. El primero, la contracción de Lorentz, no altera sólo la imagen, sino que constituye un cambio real de las dimensiones del objeto. En la excelente web *Through Einstein's Eyes* [?] pueden verse vídeos de simulaciones por ordenador con explicaciones de los distintos efectos (incluyendo distorsiones de color debidos al efecto Doppler, que discutiremos en el Tema 6).

5.2 Mecanismos de distorsión de las imágenes

5.2.1 Contracción de Lorentz

De ella ya hemos hablado. De hecho no es resultado de la distorsón de la imagen. Si nos situamos frente al punto medio del túnel por el que pasaba el vagón de Gertrudis y hacemos una foto cuando veamos desaparecer simultáneamente los dos extremos del mismo en su interior, *veremos* que es tan largo como el túnel. En cambio si hacemos una foto del mismo vagón en reposo *veremos* que es más largo que el túnel. En particular, *la longitud del vagón se contrae un factor* $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$, el factor de Lorentz, en la dirección del movimiento (efecto monodimensional). Pero eso no es todo.

5.2.2 Rotación aparente

Miremos ahora el vagón de Gertrudis con más detenimiento cuando su punto medio pasa frente a nuestro objetivo a gran velocidad. No sólo vemos que su longitud es menor, también *vemos partes del vagón que no veríamos si éste estuviera en reposo* respecto a nosotros (Fig. 5.1). Durante el tiempo que emplea la luz en recorrer una distancia igual a la anchura del vagón, la parte del vagón que nos impediría ver la esquina posterior trasera del vagón se aparta de la trayectoria que sigue la luz y podemos verla. Este efecto tridimensional, llamado *rotación de Terrell* se magnifica cuando el vagón va más rápido y tiene lugar *cuando la distancia al observador es suficientemente grande*.

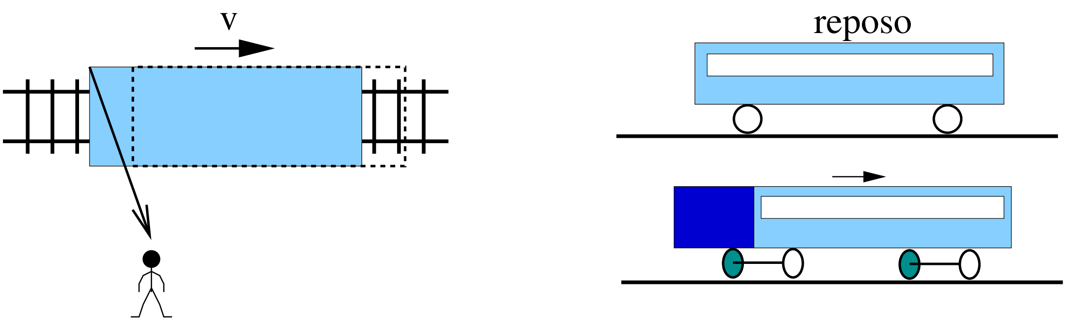

Figura 5.1: Vagón a gran velocidad *visto* desde el andén.

5.2.3 Retrasos de la luz

Supongamos ahora que en el centro del vagón de Gertrudis hay una barra delgada situada verticalmente (Fig. 5.2). Supongamos que el objetivo de nuestra cámara está a la altura del punto medio de la barra. Entonces *la luz de los puntos más alejados* del centro de la barra llegan a la cámara *con retraso*. El efecto neto es una *imagen combada*. Este efecto bidimensional es *más acusado cuando la distancia al observador es pequeña*.

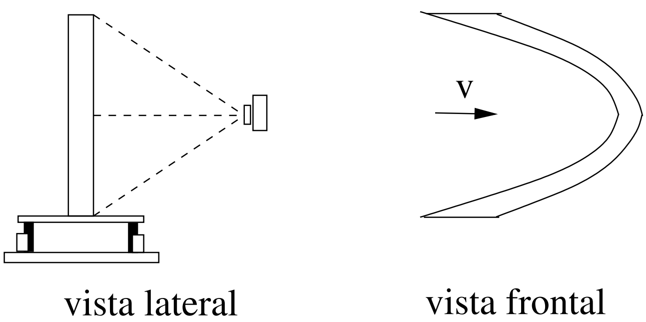

Figura 5.2: Barra vertical situada sobre el vagón *vista* desde el andén.

5.2.4 Ejemplos

En las siguientes figuras se muestran fotografías de objetos que se mueven a diferentes velocidades frente a una cámara situada a distintas distancias.[a] En ellas se combinan los tres efectos descritos anteriormente. Las dos primeras muestran objetos bidimensionales y las otras tres objetos tridimensionales.

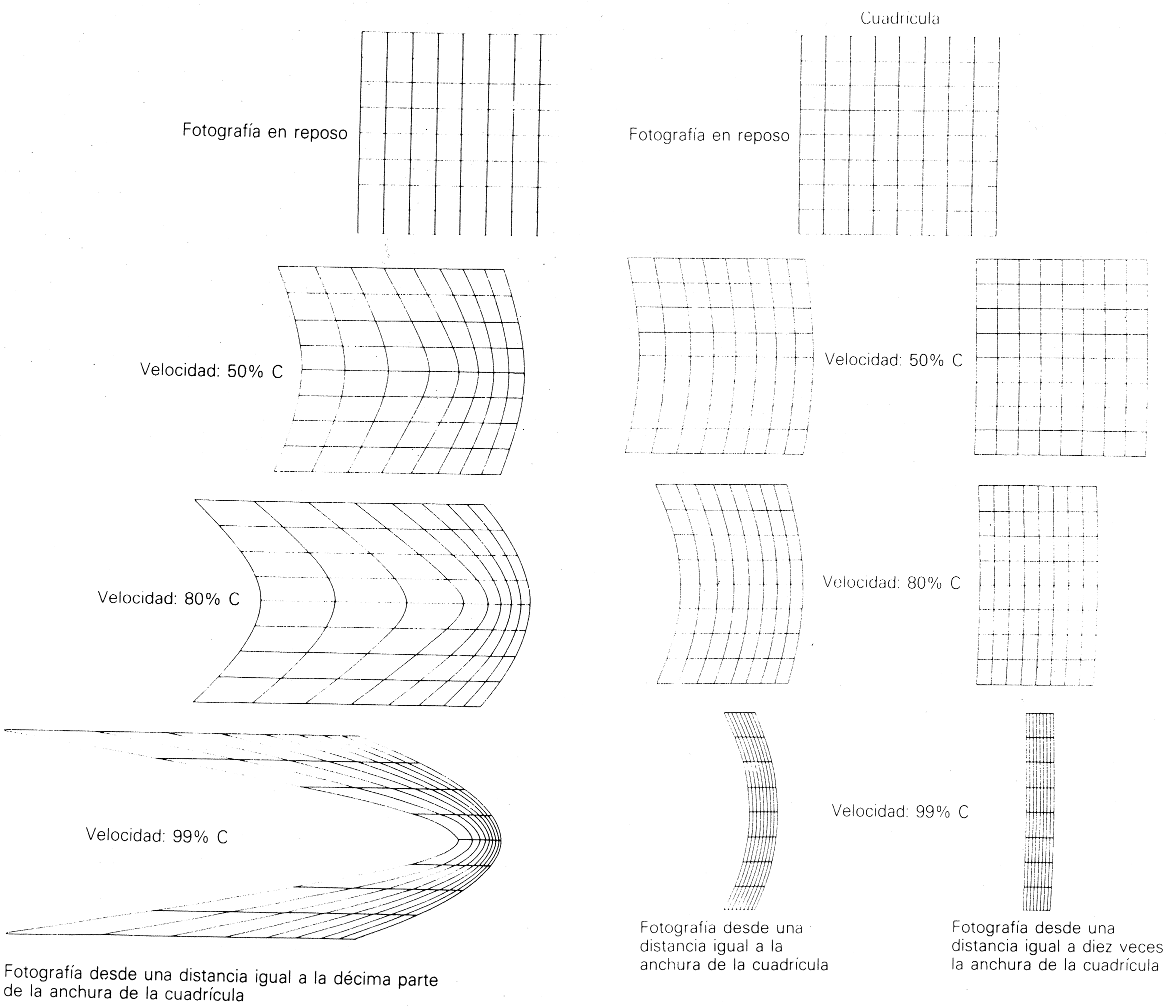

Figura 5.3: Cuadrícula.

[a]Figuras dibujadas por ordenador extraídas de [?].

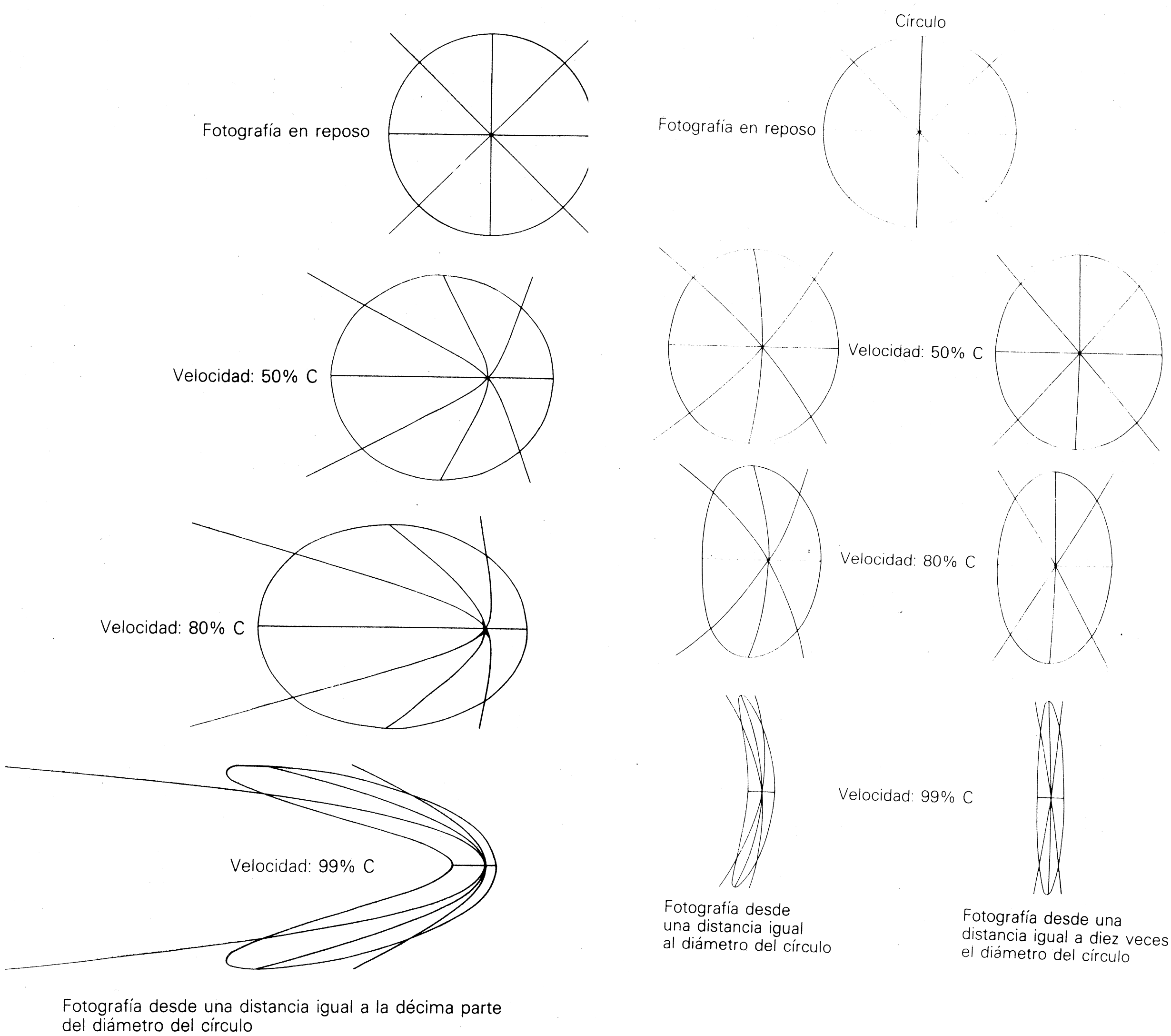

Figura 5.4: Círculo.

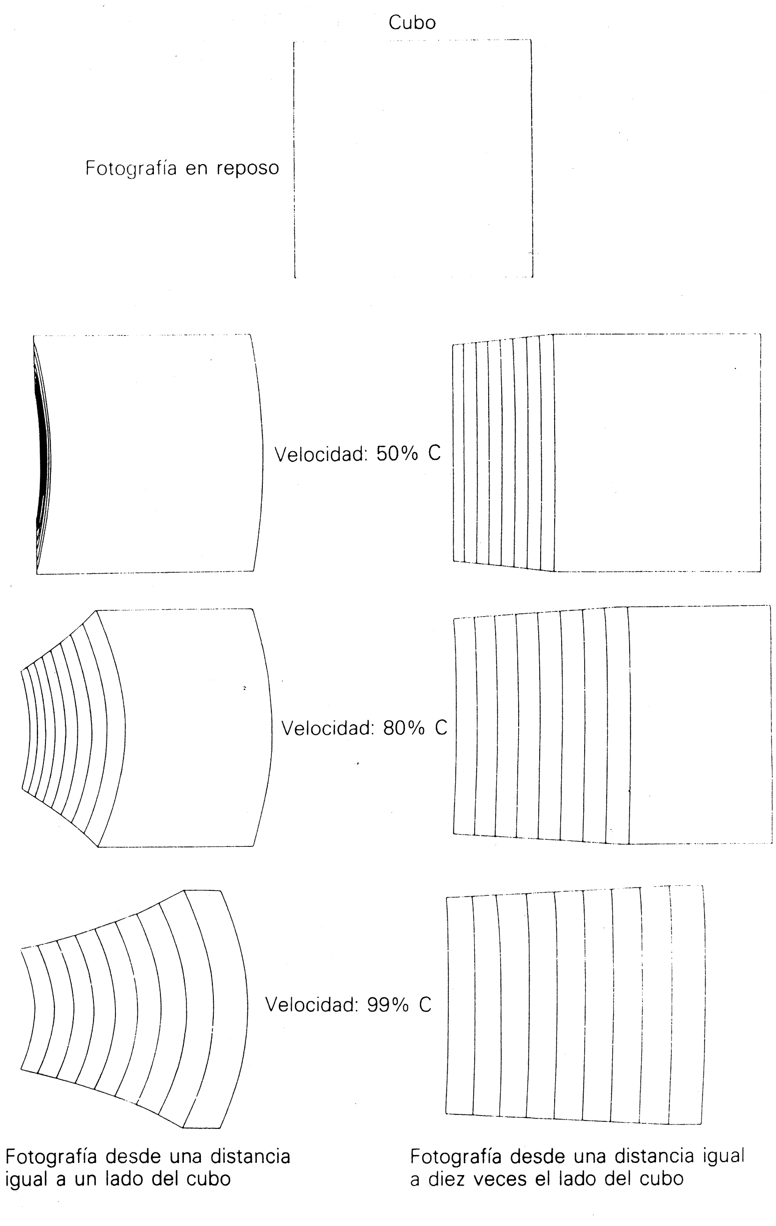

Figura 5.5: Cubo.

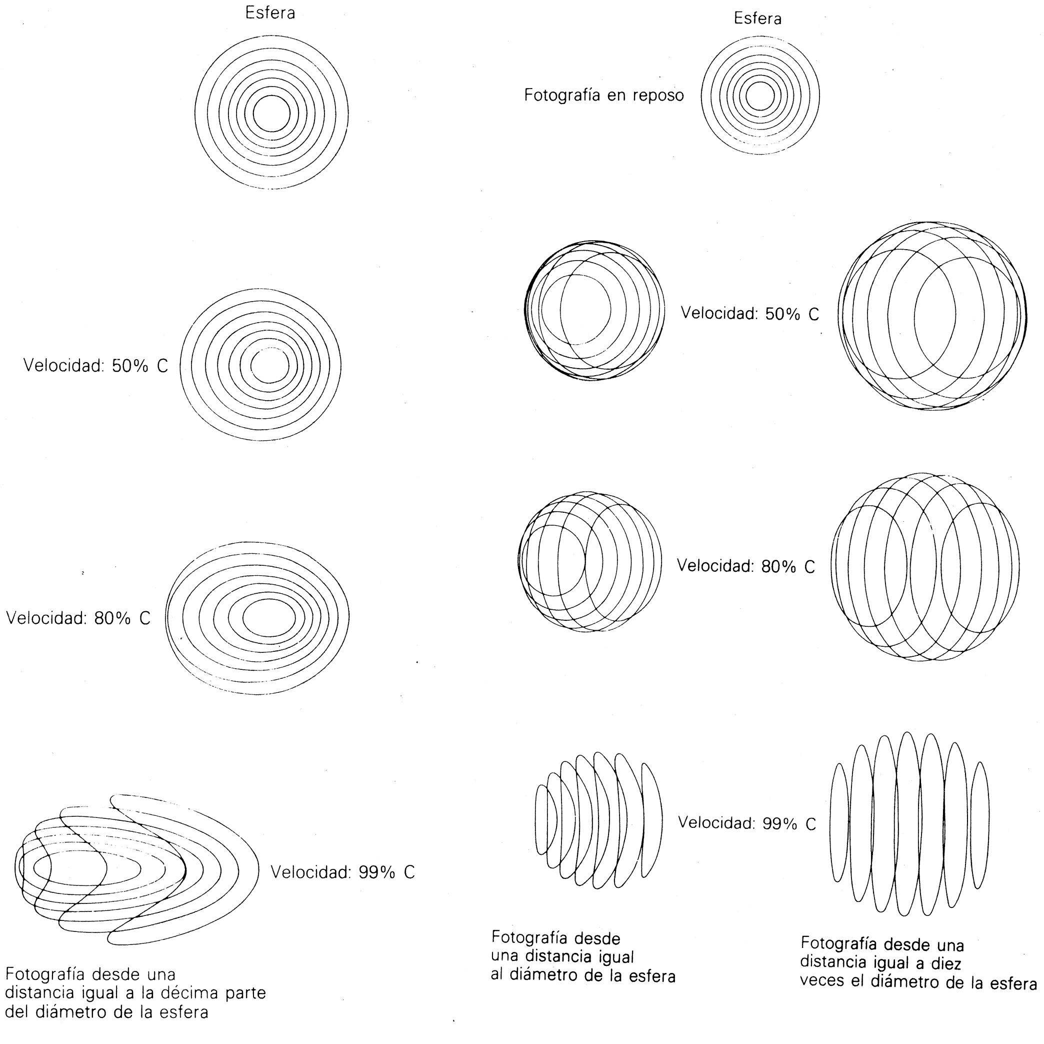

Figura 5.6: Esfera.

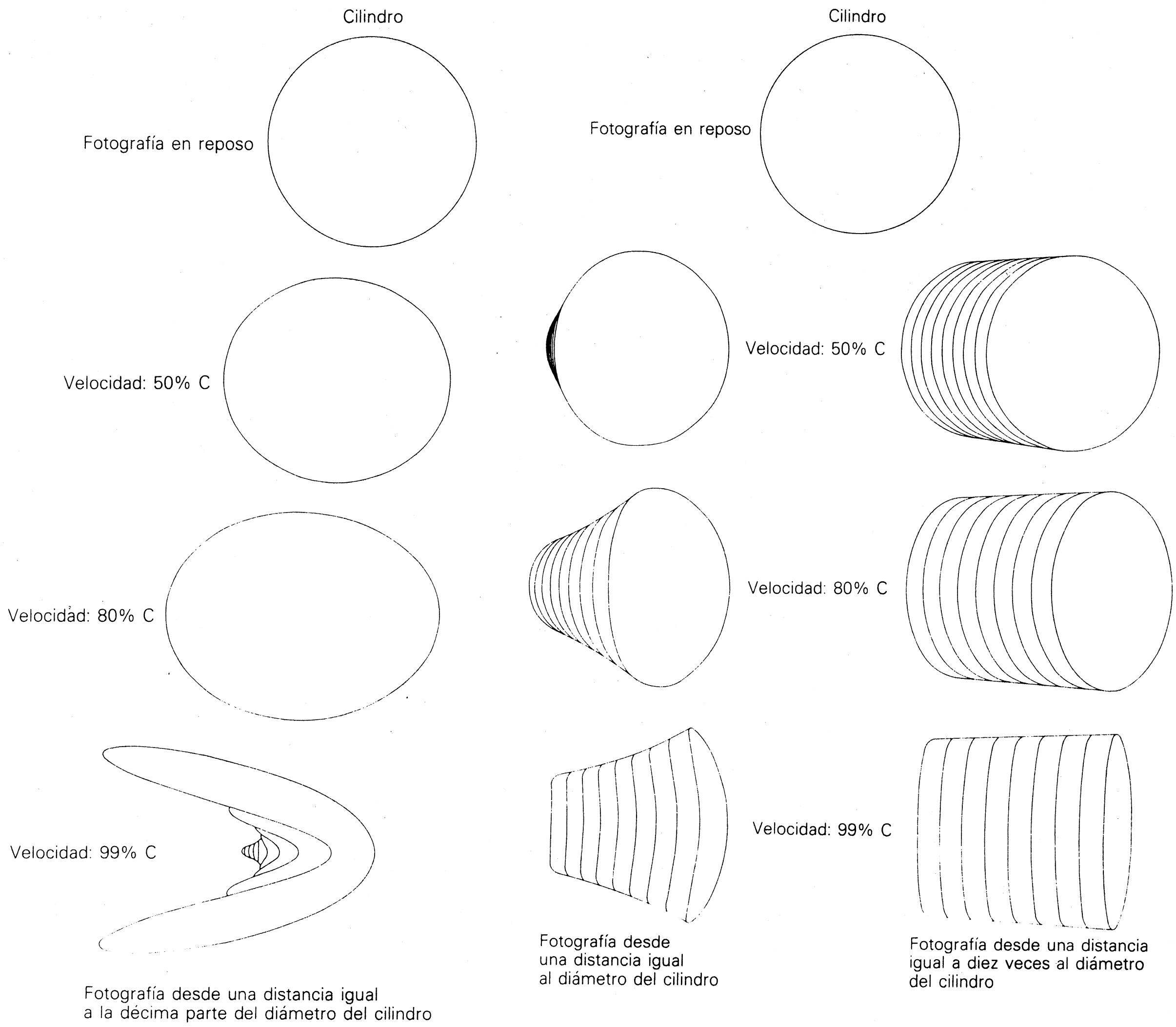

Figura 5.7: Cilindro.

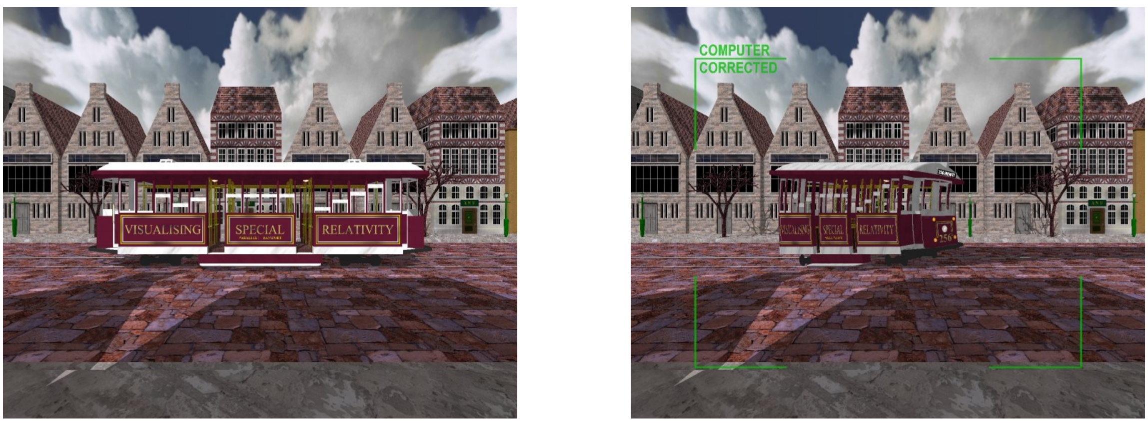

Figura 5.8: Simulación de la contracción de Lorentz y la rotación de Terrell [?].

5.3 San Jorge y el dragón

5.3.1 Historia

San Jorge, portando una lanza de 2 m, cabalga a la increíble velocidad de $(\sqrt{3}/2)c$ hacia un dragón frente al que hay un foso de 3 m de anchura. Según cuenta la conocida leyenda, *San Jorge mata al dragón*. ¿Cómo es posible?

Estudiemos el correspondiente diagrama espacio-tiempo (Fig. 5.9).

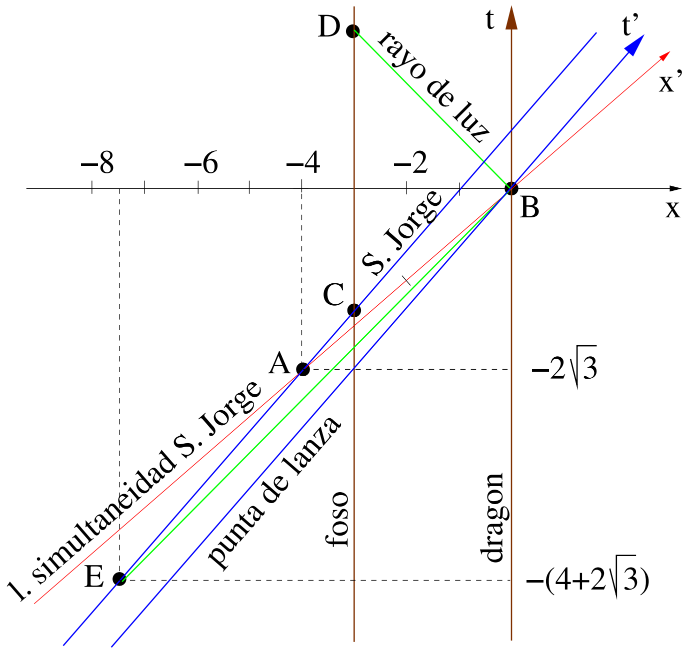

Figura 5.9: Diagrama espacio-tiempo con origen común en el instante en que muere el dragón.

5.3.2 Sucesos importantes

- Suceso A: Posición de San Jorge cuando *para él* la punta de su lanza hiere al dragón. Él no sabe todavía que ha matado al dragón pero ésa es la *posición fatídica*: 0.5 m antes del foso para San Jorge y 1 m detrás del foso para el dragón. San Jorge no se ha caído al foso, de eso no hay duda.
- Suceso B: La punta de la lanza hiere de muerte al dragón. Este suceso es simultáneo al suceso A para San Jorge (lo que no quiere decir que él se entere en ese instante) pero ocurre $2\sqrt{3}$ m-luz, es decir 11.5 ns, después que el primero para el dragón.
- Suceso C: San Jorge se cae el foso si sigue en línea recta a la misma velocidad. La punta de su lanza ya había matado al dragón pero él aún no lo ha visto: moriría sin saber que ha logrado su objetivo.
- Suceso D: San Jorge *vería* que ha matado al dragón si él mismo sobrevive en su caída al foso y se queda justo allí, o bien *vería* muerto al dragón si frena a tiempo desde la posición fatídica y se queda junto al muro a esperar la imagen de la muerte del dragón, que llega en ese instante. Para frenar justo después de la posición

fatídica San Jorge tiene que haber hecho previamente los cálculos de dónde está esa posición, pues él no ve que ha matado al dragón hasta este instante en que le llega la imagen. Además el caballo de San Jorge debe ser capaz de pararse en un tiempo record ... pero no importa, todo es fantástico en esta historia.

- Suceso E: Sale el último rayo de luz que, procedente de San Jorge, llega al dragón antes de morir.

Suceso [m]	Para San Jorge (x', t')	Para el dragón (x, t)
A	$(-2, 0)$	$(-4, -2\sqrt{3})$
B	$(0, 0)$	$(0, 0)$
C	$(-2, 1/\sqrt{3})$	$(-3, -4/\sqrt{3})$
D	$(-6-3\sqrt{3}, 6+3\sqrt{3})$	$(-3, 3)$
E	$(-2, -2)$	$(-4-2\sqrt{3}, -4-2\sqrt{3})$

$$
\begin{aligned}
x &= \gamma(x' + vt') \\
t &= \gamma(vx' + t') \\
& v = \sqrt{3}/2 \\
& \gamma = 2
\end{aligned}
$$

5.3.3 Versión de San Jorge

Para San Jorge su lanza mide 2 m y hay un foso de 1.5 m delante del dragón. Por tanto, 0.5 m antes de llegar al foso la punta de su lanza toca al dragón y éste muere. *Realmente* la lanza que él lleva es lo bastante larga como para alcanzar al dragón por encima del foso, gracias a la contracción de Lorentz.

Lo que ve San Jorge: Como ya hemos dicho, San Jorge no ve que ha matado al dragón hasta un rato después de haberlo atravesado con su lanza, haber frenado y haber esperado junto al foso. Suponemos que San Jorge había hecho los cálculos y sabía dónde tenía que empezar a frenar, de modo que ha evitado caerse al foso. Debe tener cuidado porque la luz que le informa de su distancia al borde del foso le llega con retraso, así que visualmente le parece que está más lejos de lo que en realidad está. Recordemos una vez más que las imágenes distorsionan la realidad. De hecho, a él le parece que el foso tiene una longitud (aparente) de $6 + 3\sqrt{3} \approx 11.2$ m y su lanza es de sólo 2 m (véase el Ejercicio 5.1), así que, si se fía de sus sentidos, le parecerá imposible alcanzar al dragón.

5.3.4 Versión del dragón ... si pudiera contarlo

Para el dragón, San Jorge se acerca con una lanza de 1 m, así que se cree a salvo porque le protege un foso de 3 m. Éstas son *sus medidas*. Así que se echa a dormir y se olvida de San Jorge. Cuando San Jorge está a 4 m de él (1 m detrás del foso) se firma su sentencia de muerte. Eso ocurre $2\sqrt{3}$ m-luz, es decir 11.5 ns, antes de sentir una punzada en el corazón.

Lo que ve el dragón: Al igual que San Jorge, el dragón *ve con retraso* la posición de los objetos más alejados. Así que si, en vez de dormir, mirara lo que va ocurriendo vería que éste *aparenta* tener una lanza de $4 + 2\sqrt{3} \approx 7.46$ m (véase el Ejercicio 5.1).

¿Cómo es que una lanza que, para el dragón, *mide realmente* 1 m puede cruzar un foso que *mide realmente* 3 m, sin que San Jorge la suelte? *La punta de la lanza no está conectada causalmente con la empuñadura* (está fuera de su cono de luz), es decir, no puede "saber" que San Jorge frena antes de caer al foso hasta un momento posterior y por tanto la punta avanza alcanzando al dragón. La lanza se romperá o se deformará (recordemos que no existen sólidos rígidos en Relatividad), pues San Jorge se queda al otro lado del foso.

Moraleja

¡¡Desconfía de objetos peligrosos que se acerquen a tí a velocidades relativistas!!

Ejercicios

5.1 Demuestra que la longitud aparente de un objeto al que nos aproximamos (longitudinalmente) con velocidad $\beta = v/c$ es

$$L_{\text{aparente}} = \gamma(1+\beta)L_0$$

donde L_0 es la longitud propia del objeto y γ es el correspondiente factor de Lorentz. ¿Y si nos alejamos del objeto? ¿Y si es el objeto el que se acerca o aleja?

Aplicando este resultado al ejemplo de San Jorge y el dragón:

a) ¿Cuáles son las longitudes real y aparente de la lanza y el foso para San Jorge?

b) ¿Cuáles son las longitudes real y aparente de la lanza y el foso para el dragón?