

Parte I

Relatividad Especial

Tema 1

Constancia de la velocidad de la luz

1.1 Naturaleza y velocidad de la luz

Ya en los tiempos de Pitágoras (siglo VI a. de C.) la luz se consideraba un chorro de partículas, lo que explica que se progague en línea recta (como evidencia el contorno de las sombras o el hecho de no poder ver detrás de las esquinas) y justifica fácilmente el fenómeno de la reflexión.

I. Newton (1642-1726) afianza el *modelo corpuscular*, con el que fue capaz de explicar la refracción: las partículas eran atraídas hacia la superficie de separación de los dos medios aumentando su velocidad normal y dejando la tangencial inalterada, lo que conducía a la relación de Descartes $\sin \varepsilon / \sin \varepsilon' = v' / v$ pero implicaba erróneamente que la luz viajaba más rápido en el medio más denso.^a Para Newton la luz blanca se descomponía en luces simples de distintos colores, consecuencia de partículas de diferentes masas con las que explicaba la dispersión en los prismas.

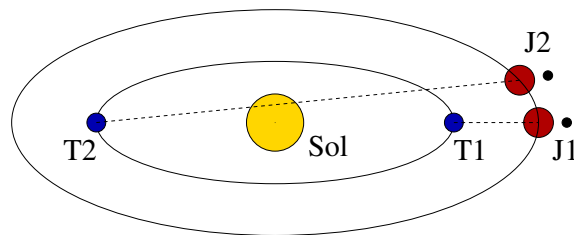


Figura 1.1: Mientras Júpiter y la Tierra se mueven de 1 a 2, la distancia que la luz debe recorrer desde Júpiter hasta la Tierra aumenta una distancia igual al diámetro de la órbita terrestre.

El astrónomo danés O. Roemer en 1675 fue el primero en medir la velocidad de la luz al observar el retraso en las ocultaciones de las lunas de Júpiter (cuyas órbitas son muy regulares) que llegaba a ser de unos 16 minutos, lo que atribuyó a la mayor distancia que la luz tiene que recorrer: en seis meses la Tierra completa la mitad de su órbita (de diámetro bien conocido) mientras Júpiter apenas avanza una pequeña fracción de la suya (Fig. 1).^b

^aEsto último se desmintió en 1849 cuando Foucault midió la velocidad de la luz en distintos medios.

^bHoy en día la velocidad de la luz se mide muy fácilmente y con gran precisión tomando el tiempo que tarda en regresar la luz láser enviada desde la Tierra a un reflector de esquina situado sobre la Luna.

Contemporáneo de Newton y enemigo acérrimo suyo, R. Hooke propuso en 1667 que la luz es una vibración que se propaga a través de un medio, igual que el sonido. Fue Ch. Huygens (1629-1695) quien desarrolló la *teoría ondulatoria* y mostró cómo podía explicarse la reflexión y la refracción. La gran autoridad científica de Newton impidió que la teoría ondulatoria progresara y no fue hasta el primer cuarto del s. XIX cuando, basándose en ella, T. Young explicó el fenómeno de las interferencias (brillantes colores de finas películas de aire comprendidas entre superficies de cristal) midiendo por primera vez las longitudes de onda de los distintos colores, y A. Fresnel explicó la difracción (penetración de la luz en zona de sombra geométrica) y la polarización de la luz en medios anisótropos.

En 1846 J.C. Maxwell ratificó la teoría ondulatoria al describir la luz como una onda electromagnética, cuya velocidad en el vacío viene *predicha* correctamente en función de las propiedades eléctricas y magnéticas del medio ($c = 1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$) y es independiente de la longitud de onda para el vacío. La velocidad de las ondas electromagnéticas debía ser independiente del movimiento de la fuente, en contraste con un modelo corpuscular o balístico, pero se suponía relativo al medio en el que se propagaba. Las ondas electromagnéticas fueron descubiertas experimentalmente por Hertz en 1888.

Al mismo tiempo aparecían otros fenómenos, como la radiación del cuerpo negro, el efecto fotoeléctrico y los espectros atómicos, que no podían explicarse con el modelo ondulatorio clásico. La teoría de M. Planck en 1900, que suponía la propagación de la luz en cuantos discretos de energía $h\nu$, sirvió a A. Einstein en 1905 para explicar el efecto fotoeléctrico. N. Bohr, ampliando las condiciones de cuantización, explicó el espectro del átomo de hidrógeno en 1912 y A.H. Compton en 1922 el efecto que lleva su nombre. La incomodidad que causaba la *doble naturaleza de la luz, ondulatoria y corpuscular*, fue resuelta por L. de Broglie en 1925 quien propuso que *todo* corpúsculo lleva asociado una onda de longitud $\lambda = h/p$. Así surgió la mecánica cuántica, pero ésta es otra historia.

1.2 El “éter luminífero”

Las propiedades ondulatorias de la luz son irrefutables: difracción, interferencia, polarización, etc. Pero si la luz es una onda, *¿qué está vibrando?* Era natural suponer la existencia de un *medio* por el que se propagaran las ondas de luz, del mismo modo que se necesita aire o cualquier otro medio comprimible para que se propague el sonido. El sonido viaja más rápido en aquellos medios que son más difíciles de comprimir. Así que se suponía que la luz era simplemente una onda propagándose en un material misterioso, llamado *éter*, que lo rodeaba y lo permeaba todo (los cuerpos transparentes), incluyendo el vacío interplanetario. El éter debía tener unas propiedades muy extrañas: muy ligero y a la vez muy difícil de comprimir (muy rígido), porque la velocidad de la luz es muy alta, y además debía ser muy tenue, pues opone una resistencia casi nula al paso de cuerpos sólidos, como los planetas. Podemos imaginarnos el éter como un viento fantasmal que sopla sobre la Tierra.

Veamos algunos intentos de detectar este viento etéreo, hasta que finalmente la idea hubo de desecharse porque no estaba de acuerdo con los experimentos.

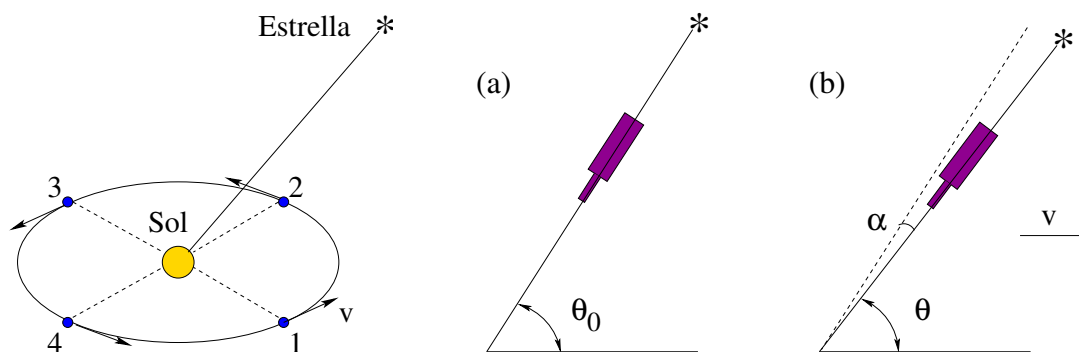


Figura 1.2: Fundamento de la aberración estelar.

1.3 Primeros experimentos

1.3.1 Aberración estelar

La aberración estelar fue descubierta en 1725 por el astrónomo británico J. Bradley cuando intentaba medir la distancia a algunas estrellas aplicando el método del paralaje (ver Fig. 2). Debido a la variación en la posición de la Tierra cabría esperar que la altitud θ de la estrella (ángulo respecto al plano de la eclíptica) fuera mayor (menor) en el punto 2 (4), sin embargo θ era máximo (mínimo) en 3 (1). Para entender el fenómeno nótese que el telescopio de la Fig. 2 situado en una Tierra en reposo (a) debería apuntar según la altitud verdadera θ_0 , pero si la Tierra se mueve en (b) con velocidad v el telescopio debe inclinarse un ángulo diferente θ . La diferencia $\alpha = \theta_0 - \theta$ es la *aberración*. Asistimos a un fenómeno comparable cuando observamos la inclinación de las gotas de lluvia desde un vehículo en movimiento. El efecto neto es que en el transcurso de un año la estrella parece describir una pequeña elipse alrededor de su posición fija cuyo semieje vertical es proporcional a v/c .

El modelo corpuscular de la luz podía dar una explicación inmediata al fenómeno (exactamente como las gotas de lluvia) pero el modelo ondulatorio es válido solamente si el éter es completamente insensible al movimiento de la Tierra. Si por el contrario el éter próximo a la Tierra fuese arrastrado por ella la aberración no se observaría.

1.3.2 Arrastre del éter: experimento de Fizeau

En 1851 Fizeau llevó a cabo un famoso experimento. Envío luz a través de tuberías de agua que fluían en direcciones diferentes. El agua, puesto que es transparente debía arrastrar algo de éter, según había postulado Fresnel en 1818, lo que por tanto alteraría la velocidad de la luz. Los resultados fueron positivos.

Nos encontramos por tanto ante una gran contradicción: la aberración estelar requiere que la Tierra y la atmósfera terrestre no arrastren nada de éter, mientras que el experimento de Fizeau muestra que los medios transparentes arrastran una cantidad mensurable de éter.

Había que seguir buscando una manera de detectar el movimiento de la Tierra a través del éter.

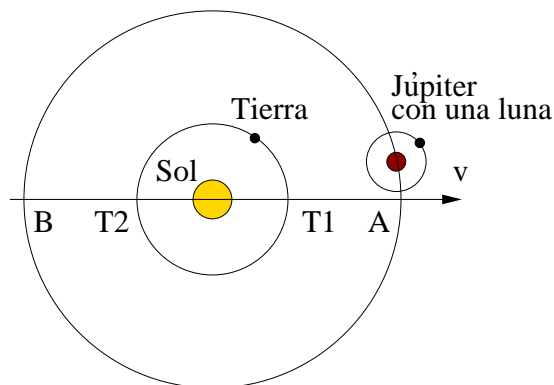


Figura 1.3: Órbitas de la Tierra, Júpiter y una luna de Júpiter.

1.3.3 Preludio del experimento de Michelson-Morley

En 1879 Maxwell propuso volver a utilizar las lunas de Júpiter, esta vez para un experimento diferente: intentar medir la velocidad del sistema solar a través del éter (Fig. 3). Júpiter tiene un periodo de 12 años terrestres, así que en medio año la Tierra pasa de T1 a T2 mientras que Júpiter no avanza mucho en su órbita. Si observamos los tiempos aparentes de los eclipses con la Tierra en T1 y en T2 (seis meses más tarde) podemos medir el tiempo t_0 que tarda la luz en recorrer una distancia igual al diámetro l de la órbita terrestre, $t_0 = l/c \approx 16$ min (método usado por Roemer para medir c). Pero si se mide ese tiempo cuando Júpiter se encuentra en A (t_A) y luego en B (t_B), seis años después, podríamos descubrir si el sistema solar se mueve a través del éter con velocidad v . En efecto, como $v \ll c$,

$$\left. \begin{aligned} t_A &= \frac{l}{c-v} \approx t_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right) \\ t_B &= \frac{l}{c+v} \approx t_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta t = t_A - t_B \approx \frac{2lv}{c^2} = \frac{2v}{c}t_0. \quad (1.1)$$

Nótese que si pudiésemos medir la diferencia de tiempos Δt con la precisión de 0.1 s detectaríamos velocidades del éter desde $v = 15$ km/s. Recordando que la velocidad de orbitación de la Tierra es de unos 30 km/s, parece que Maxwell tuvo una buena idea. Sin embargo conocer Δt con esa precisión en un intervalo de 6 años no era posible, pues los datos astronómicos no eran lo suficientemente exactos.

Este tipo de experimentos se llaman de primer orden (el efecto es proporcional a la primera potencia de v/c) y se distinguen de los experimentos terrestres para medir la velocidad de luz, que son de segundo orden (efecto proporcional a v^2/c^2), en los que el rayo va y vuelve a su punto de partida (en seguida veremos esto). Maxwell pensaba que no sería posible detectar estos efectos de segundo orden en el laboratorio. Sin embargo, sólo dos años después, en 1887, A.A. Michelson inventó un instrumento con una sensibilidad sin precedentes para buscar el efecto que Maxwell había despreciado: el *interferómetro de Michelson*. Sus experimentos le hicieron merecedor del premio Nobel en 1907.

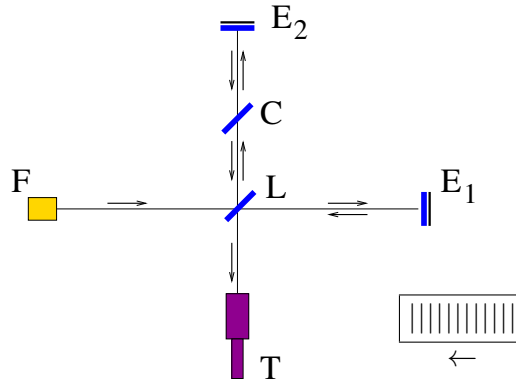


Figura 1.4: El interferómetro de Michelson y franjas de interferencia.

1.4 El experimento de Michelson-Morley

En la Fig. 4 se presenta un esquema del interferómetro de Michelson. Luz monocromática procedente de una fuente F incide sobre una lámina de cristal L inclinada a 45° que posee una capa de metal semirreflectante. Ésta divide a la luz en dos partes. Una atraviesa la lámina y alcanza un espejo E_1 . A continuación recorre el camino inverso hasta llegar al punto en donde el haz se desdobló inicialmente, y una fracción de él se refleja en la lámina llegando hasta el telescopio T . La otra parte del haz original es enviada por reflexión al espejo E_2 , vuelve y, tras atravesar la lámina L , llega hasta el telescopio. Una lámina de compensación C hace pasar este segundo haz a través del mismo espesor de cristal que el primero, para conseguir simetría óptica. Llamaremos brazo 1 (2) al que tiene en su extremo el espejo 1 (2).

Supongamos que el aparato de Michelson se encuentra orientado de forma que el hipotético viento de éter sopla en la dirección E_1L con velocidad v . Entonces la luz viaja primero en contra y luego a favor de la “corriente” de éter por el brazo 1 pero cruza transversalmente la corriente por el brazo 2, como si de un río se tratara.^c Entonces los tiempos de ida y vuelta en cada brazo, en función de los respectivos caminos ópticos l_1 y l_2 , son

$$t_1^0 = \frac{l_1}{c-v} + \frac{l_1}{c+v} = \frac{2l_1c}{c^2-v^2} = \frac{2l_1}{c} \frac{1}{1-v^2/c^2} \quad (1.2)$$

$$t_2^0 = \frac{2l_2}{\sqrt{c^2-v^2}} = \frac{2l_2}{c} \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \quad (1.3)$$

Por tanto, tomando $v \ll c$, la diferencia de tiempos viene dada por

$$\Delta t^0 = t_1^0 - t_2^0 \approx \frac{2(l_1 - l_2)}{c} + \frac{(2l_1 - l_2)v^2}{c^3} \quad \uparrow v \quad (1.4)$$

Si ahora giramos el interferómetro un ángulo de 90° obtenemos fácilmente

$$t_1^{90} = \frac{2l_1}{c} \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad (1.5)$$

^cEs fácil ver que remando a velocidad c cruzando un río de corriente v se alcanza la orilla de enfrente como si se remara a una velocidad más pequeña $v' = \sqrt{c^2 - v^2}$, pues la trayectoria no es perpendicular a la orilla. Véase Problema 1.1.

$$t_2^{90} = \frac{2l_2}{c} \frac{1}{1 - v^2/c^2} \quad (1.6)$$

y por tanto,

$$\Delta t^{90} = t_1^{90} - t_2^{90} \approx \frac{2(l_1 - l_2)}{c} + \frac{(l_1 - 2l_2)v^2}{c^3} \quad \leftarrow v \quad (1.7)$$

En ambos casos observamos por el telescopio una *figura de interferencia*: patrón de franjas claras y oscuras (circulares si la fuente es puntual) debidas a la interferencia de ondas coherentes que recorren caminos ópticos diferentes con máximos en $\Delta l \approx 2(l_1 - l_2) = n\lambda$ (siendo n un entero). Lo más interesante es que si comparamos las franjas que se obtienen en cada caso podríamos *observar si toda la figura de interferencia se ha desplazado* una cantidad

$$\Delta d = \Delta l^0 - \Delta l^{90} \approx c(\Delta t^0 - \Delta t^{90}) \approx (l_1 + l_2) \frac{v^2}{c^2}. \quad (1.8)$$

Un desplazamiento de δ franjas corresponde a $\Delta d = \lambda\delta$, es decir

$$\delta = \frac{l_1 + l_2}{\lambda} \frac{v^2}{c^2}, \quad (1.9)$$

donde ahora podemos tomar l_1 y l_2 como las longitudes de los brazos del interferómetro. Se trata de un efecto de segundo orden en v/c , como habíamos anticipado, y por tanto muy pequeño, pues el objetivo era detectar el movimiento del Tierra respecto al éter ($v \approx 30$ km/s) lo que significa $v/c \approx 10^{-4}$.

En el primer experimento de Michelson (1881) se usó una fuente de $\lambda = 6 \times 10^{-7}$ m (lámpara de sodio) y un interferómetro de brazos iguales $l \equiv l_1 = l_2 = 1.2$ m, con lo que se esperaba $\delta = 0.04$ franjas, pequeño pero suficiente, pues Michelson se las había ingeniado para detectar separaciones de hasta $\delta_{\min} = 0.02$ franjas. Sin embargo no se observó *ningún desplazamiento apreciable*.

Este resultado inesperado condujo a renovados intentos en busca de su explicación teórica, en especial por parte de Lorentz, como veremos a continuación. Era necesaria también una repetición más precisa del experimento, así que Michelson, esta vez en colaboración con E.W. Morley, invirtió gran esfuerzo en mejorar el aparato montándolo sobre una plataforma de mármol que flotaba sobre mercurio (el tráfico de los carruajes introducía vibraciones problemáticas) y haciendo más largos los brazos del interferómetro, $l = 11$ m. En esta versión refinada del experimento, llevada a cabo en 1887, se esperaba $\delta = 0.4$ franjas pero no se observó ningún corrimiento superior a $\delta_{\min} = 0.005$ franjas.

Este experimento se considera uno de los pilares básicos sobre los que se asienta la relatividad especial. Sucesivos experimentos similares se han realizado con resultados igualmente negativos (tabla 1.1). El último y más preciso es el de Joos (1930) con $l = 21$ m, $\delta = 0.75$ y $\delta_{\min} = 0.002$.

1.5 La hipótesis de contracción de Lorentz-Fitzgerald

En 1892, H.A. Lorentz y G.F. Fitzgerald, independientemente, propusieron una explicación para el resultado nulo del experimento de Michelson-Morley. Sugirieron que sí había

Año	Experimento	$l_1 = l_2$ [m]	δ	δ_{\min}	δ/δ_{\min}
1881	Michelson	1.2	0.04	0.02	2
1887	Michelson-Morley	11.0	0.40	0.005	40
1902-04	Morley-Miller	32.2	1.13	0.015	80
1927	Illingworth	20.0	0.07	0.0004	175
1930	Joos	21.0	0.75	0.002	375

Tabla 1.1: Resultados de los experimentos de Michelson-Morley y sucesores.

una diferencia en la velocidad de la luz en los dos brazos pero sucedía que uno de los brazos se contraía de modo tal que se cancelaba el efecto de las diferentes velocidades.

Sea el brazo 1 el que se mueve paralelamente al éter. Entonces su longitud queda contraída por un factor

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (1.10)$$

mientras que el brazo 2 no cambia, de modo que

$$l'_1 = l_1/\gamma \quad \Rightarrow \quad t_1^0 = \frac{2l'_1}{c} \frac{1}{1 - v^2/c^2} = \frac{2l_1}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (1.11)$$

$$l'_2 = l_2 \quad \Rightarrow \quad t_2^0 = \frac{2l'_2}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{2l_2}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (1.12)$$

Si giramos 90° el interferómetro entonces es el brazo 2 el que se contrae por el mismo factor, con lo que ahora

$$l'_1 = l_1 \quad \Rightarrow \quad t_1^{90} = \frac{2l'_1}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{2l_1}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (1.13)$$

$$l'_2 = l_2/\gamma \quad \Rightarrow \quad t_2^{90} = \frac{2l'_2}{c} \frac{1}{1 - v^2/c^2} = \frac{2l_2}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (1.14)$$

Por tanto,

$$\Delta t^0 = \Delta t^{90} = \frac{2(l_1 - l_2)}{c\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (1.15)$$

y *no hay desplazamiento de las franjas* según (1.8). Se puede demostrar que el resultado es el mismo para cualquier ángulo.

Por extraña que parezca esta hipótesis, fue muy difícil refutarla experimentalmente. Hubo que esperar 40 años para que la situación quedara totalmente aclarada por E.J. Kennedy y E.M. Thorndike.

1.6 El experimento de Kennedy-Thorndike

La esencia del experimento de Kennedy-Thorndike (1932) no está en rotar el interferómetro, sino en dejarlo fijo al laboratorio durante mucho tiempo y mirar las potenciales variaciones día-noche o estacionales en el movimiento de la Tierra respecto al éter.

Consideremos la Tierra en la orientación A . Si la contracción de Lorentz-Fitzgerald fuera cierta entonces uno esperaría

$$\Delta t_A = \frac{2(l_1 - l_2)}{c\sqrt{1 - v_A^2/c^2}}, \quad (1.16)$$

mientras que en otra orientación B :

$$\Delta t_B = \frac{2(l_1 - l_2)}{c\sqrt{1 - v_B^2/c^2}}. \quad (1.17)$$

La clave está en que usando un *interferómetro de brazos desiguales* ($l_1 \neq l_2$) se debería observar un desplazamiento de las franjas $\Delta t_A \neq \Delta t_B$ ya que $v_A \neq v_B$ para dos orientaciones cualesquiera. Sin embargo *no se observó ningún desplazamiento* dentro de la precisión experimental, que permitía distinguir diferencias de velocidades de hasta 3 m/s.

1.7 Otros experimentos

El uso de láseres y máseres ha mejorado mucho la precisión con la que se conoce la isotropía de la propagación de la luz. El experimento más preciso es el de A. Brillet y J.L. Hall (1979) que ponen un límite en la anisotropía de 3 partes en 10^{15} , rotando el interferómetro en diferentes direcciones, al estilo de Michelson-Morley. D. Hils and J.L. Hall llevaron a cabo en 1990 un experimento del tipo de Kennedy-Thorndike (láseres fijos y medidas realizadas durante un año) en el que no encontraron variaciones al nivel de 2 partes en 10^{13} .

Todas las pruebas de la constancia de la velocidad de la luz que hemos visto hasta ahora se basan en fuentes estáticas con observador en movimiento. Si la luz es una onda que se propaga en un medio, la situación anterior es diferente a si son las fuentes las que están en movimiento (un sonido no viaja más rápido cuando se emite por una fuente en movimiento). En ausencia de un medio de propagación la constancia de la velocidad de la luz debe darse en ambas situaciones. La evidencia experimental de la invariancia de la velocidad de la luz emitida por fuentes en movimiento constituye una prueba directa del segundo postulado y fue más difícil de conseguir: fue en 1964 en el CERN (Laboratorio Europeo de Física de Partículas, en Ginebra), cuando se midió por primera vez la velocidad de los fotones emitidos en la desintegración del pión neutro.

El pión neutro vive sólo 8×10^{-17} s y se desintegra principalmente en dos fotones (rayos gamma): $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$. Los piones se producen a una elevadísima velocidad en el laboratorio cuando protones de muy alta energía colisionan contra un blanco fijo, $v_\pi = 0.99975c$ (casi a la velocidad de la luz). Los piones recorren una distancia pequeñísima antes de desintegrarse, unos pocos μm , así que la distancia que recorren los fotones producidos hasta llegar al detector se conoce muy bien. A partir del tiempo de vuelo se pudo medir $v_{\text{fotón}} = (2.9977 \pm 0.0004) \times 10^8$ m/s. Esta es *la misma velocidad de la luz emitida por una fuente en reposo*, dentro del error experimental. De hecho, si hiciéramos la hipótesis de que $c_{\text{movimiento}} = c_{\text{reposo}} + kv_{\text{fuente}}$ tendríamos que admitir que $k < 10^{-4}$.

1.8 El segundo postulado de Einstein

En 1905 Einstein propone la Relatividad Especial, basada en dos postulados. El primero es el *principio de relatividad* (invariancia de Galileo) y el segundo es la *constancia de la velocidad de la luz en el vacío* (idéntica para todos los observadores, independientemente de la localización, época, orientación o velocidad uniforme de la fuente).

La luz es una onda esencialmente diferente al sonido o a una ola, pues no necesita ningún medio para su propagación. El éter no existe.

El primer postulado puede ser digerido con facilidad pero el segundo constituye una innovación dramática, de la que ya hemos dado pruebas experimentales: exigirá revisar nuestras nociones de conceptos fundamentales como espacio, tiempo o energía. Éste será el objeto del resto del curso.

Ejercicios

1.1 Supongamos que nos desplazamos en una barca remando a velocidad c respecto a un río cuya corriente tiene una velocidad v . Demuestra que nuestra velocidad v' respecto a un observador en tierra firme es:

a) $v' = c + v$, si remamos corriente abajo.

b) $v' = c - v$, si remamos en contra de la corriente.

c) $v' = \sqrt{c^2 - v^2}$, si remamos perpendicularmente a la corriente.

Nótese que, en la teoría del éter, c juega el papel de la velocidad de la luz respecto al éter, v es la velocidad del viento de éter respecto al observador y v' es la velocidad de luz según ese observador.

