

Grupos continuos: $SO(2)$ y T_1

Ejercicio 1: Rotaciones en el plano

Muestra que

$$R(\phi) = \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix}$$

es una matriz ortogonal y tiene determinante unidad. Prueba que cada matriz de $SO(2)$ representa una rotación en el plano.

Ejercicio 2: Vectores propios del generador de las rotaciones

Muestra que $\vec{e}_{\pm} = (\mp \vec{e}_1 - i \vec{e}_2) / \sqrt{2}$ son vectores propios de

$$J = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

con valores propios ± 1 respectivamente.