# Teoría de colisiones

*Ejercicio 1: Sección eficaz*

Se hace incidir un flujo de $10^{24}$ partículas cm$^{-2}$ s$^{-1}$ con un momento $p = 200$ MeV$/c$ sobre un blanco fijo. Calcula, sabiendo que la amplitud de difusión elástica es

$$f(p, \theta, \varphi) = \frac{3\hbar}{2p}(\sin\theta \sin\varphi + i\cos\theta) \ ,$$

*i)* La sección eficaz diferencial $\dfrac{d\sigma}{d\Omega}$ y la total $\sigma$. Exprésalas en barn.

*ii)* La amplitud hacia delante. Exprésala en fm. Comprueba el teorema óptico.

*iii)* El número de partículas dispersadas con un ángulo sólido $d\Omega$ y el número total que se desvían.

*iv)* El número de partículas desviadas hacia el hemisferio frontal/trasero.

*v)* El número de partículas desviadas hacia el hemisferio derecho/izquierdo.

*Ejercicio 2: Aplicación del teorema óptico*

Electrones de $p = 10$ keV$/c$ son difundidos elásticamente por cierto potencial. Se encuentra que la sección eficaz diferencial hacia delante es $\sigma(\theta = 0) = 1$ mbarn/sr y la total $\sigma = 15$ mbarn. Calcúlese la amplitud de difusión hacia delante. ¿Basta con la onda $s$?

*Ejercicio 3: Aproximación de Born y defasajes. Comportamiento a bajas energías*

*i)* Calcúlense los defasajes asociados a un potencial central en la aproximación de Born, a partir de la amplitud de dispersión $f(\vec{k}', \vec{k})$ en la misma aproximación.

*ii)* Compruébese que el comportamiento a bajas energías de los defasajes es $\delta_l \sim k^{2l+1}$.

*Ejercicio 4: Teorema óptico y ondas parciales a bajas energías*

Un haz de neutrones ($mc^2 = 940$ MeV) de energía cinética $E = 0.2$ MeV es dispersado por cierto potencial central repulsivo de alcance finito $a = 3 \times 10^{-13}$ cm. Se sabe que la dispersión es prácticamente elástica, y se han medido la sección eficaz total $\sigma = 2.75$ barn y diferencial hacia delante $\sigma(\theta = 0) = 0.58$ barn/sr. Estímese la sección eficaz diferencial $\sigma(\theta = \pi/2)$.
*Ayuda*: Considerar sólo la contribución de las ondas parciales $l = 0,\ 1$.

*Ejercicio 5: Validez de la aproximación de Born: potencial central*

Considérese la dispersión de partículas de masa $m$ por un potencial $V(r) = A\exp(-ar)$.

*i)* Calcúlese la amplitud de dispersión en aproximación de Born.

*ii)* Estúdiese la validez de la aproximación de Born.

*iii)* Calcúlese, mediante dicha aproximación, el defasaje en onda $s$ y compárese la amplitud de dispersión correspondiente con la obtenida en el primer apartado.

*Ejercicio 6: Validez de la aproximación de Born: potencial sin simetría esférica*

Un haz de neutrones de energía cinética $E$ dirigido según el eje $\hat{z}$ incide sobre una molécula diatómica, de átomos idénticos. Supóngase que el potencial de interacción es $V(\vec{r}) = A\delta(x)\delta(z)[\delta(y-b)+\delta(y+b)]$, donde $y = \pm b$ representa la posición de los núcleos de los correspondientes átomos. Calcúlese en aproximación de Born la amplitud de dispersión así como la validez de dicha aproximación.

*Ejercicio 7: Sección eficaz diferencial de partículas lentas y sin espín*

Demuéstrese que la sección eficaz diferencial de dispersión de partículas *lentas* sin espín por un potencial se puede expresar de la forma

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = A + B\cos\theta,$$

donde $A$ y $B$ dependen de la energía. Encuéntrese una fórmula que concida con la anterior en el límite de baja energía y además verifique el teorema óptico.

*Ejercicio 8: Sección eficaz diferencial para partículas idénticas y sin espín*

Supóngase la difusión $\pi^0 + \pi^0 \to \pi^0 + \pi^0$, considerando únicamente ondas $s$ y $p$, por lo que en el sistema CM:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = k^{-2}(A + B\cos\theta + C\cos^2\theta).$$

¿Qué puede afirmarse de los coeficientes $B$ y $C$?

*Ejercicio 9: Sección eficaz diferencial para partículas idénticas*

Calcúlese la seccón eficaz diferencial no polarizada para la dipersión de dos bosones idénticos de espín 1 en el sistema centro de masas (CM). Supóngase que el potencial de interacción entre ellos es central y no depende de espín.

### *Ejercicio 10: Sección eficaz para partículas idénticas y límite de bajas energías*

Calcúlese la seccón eficaz total no polarizada para la dipersión en el sistema CM de dos partículas de igual masa que interactúan mediante un potencial de corto alcance $V(r)$ independiente de espín, suponiendo que:

*i)* No son partículas idénticas.

*ii)* Son bosones idénticos.

*iii)* Son fermiones idénticos.

Repítase el ejercicio en el caso clásico, suponiendo que:

*i)* Son partículas distinguibles.

*ii)* Son partículas indistinguibles.

### *Ejercicio 11: Sección eficaz protón–neutrón a muy baja energía*

La difusión $p - n$ a muy baja energía tiene lugar predominantemente en onda $s$. Según el espín total del sistema, se encuentra experimentalmente que las secciones eficaces totales en estado singlete y triplete son, respectivamente,

$$\sigma_s = 70.7 \text{ barn}, \quad \sigma_t = 3.64 \text{ barn}.$$

Determínese la sección eficaz $p - n$ a muy bajas energías cuando el protón está en un estado de espín $|S_p\rangle = \exp(-i\alpha)\cos\beta\,|\uparrow\rangle + \exp(i\alpha)\sin\beta\,|\downarrow\rangle$, mientras que el neutrón tiene $|S_n\rangle = |\uparrow\rangle$.

### *Ejercicio 12: Potencial dependiente de espín*

Un haz de partículas de espín 1/2 y masa $m$ es dispersado por un núcleo pesado, también de espín 1/2. El potencial de interacción es

$$V = c\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2 \delta(\vec{x}_1 - \vec{x}_2),$$

donde $c$ es una constante pequeña, $\vec{x}_1$ y $\vec{x}_2$ son los espines de la partícula de prueba y el núcleo, respectivamente, y $\vec{x}_1$ y $\vec{x}_2$ son sus respectivas posiciones.

*i)* Calcúlense las secciones eficaces diferencial y total en la aproximación de Born, promediando sobre los espines iniciales y sumando sobre espines finales.

*ii)* Si las partículas de prueba iniciales tienen espín hacia arriba a lo largo del eje $z$ y el núcleo no está polarizado, ¿cuál es la probabilidad de que las partículas de prueba dispersadas tengan también el espín hacia arriba a lo largo del eje $z$?

*Ejercicio 13: Cálculo explícito de defasajes: potencial de esfera rígida*

*i)* Calcúlense los defasajes en función del número de ondas $k$, para el potencial esféricamente simétrico que es infinitamente repulsivo dentro de un radio $r_0$ y es nulo fuera de $r_0$ (esfera rígida).

*ii)* Estúdiese el comportamiento de los defasajes en el límite $k \to 0$.

*iii)* Hállese la contribución en onda $s$ a la sección eficaz total.

*Ejercicio 14: Defasaje y sección eficaz en onda $s$ para un potencial dado*

Una partícula de masa $m$ es dispersada por el potencial central

$$V(r) = -\frac{\hbar^2}{ma^2}\frac{1}{\cosh^2(r/a)},$$

donde $a$ es una constante. Sabiendo que la ecuación diferencial

$$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2} + c^2 y + \frac{2}{\cosh^2 x} y = 0$$

tiene como soluciones $y = \mathrm{e}^{\pm icx}(\tanh x \mp ic)$, calcúlese el defasaje y la contribución en onda $s$ a la sección eficaz total en función de la energía $E$.