Representaciones de S_n sobre espacios tensoriales

Ejercicio 1: Tableros de Young estándar de S_4 y S_5

Encuentra los tableros de Young estándar de S_4. Deduce el número de irreps no equivalentes y su dimensión. Repite lo anterior para el grupo S_5.

Ejercicio 2: Representaciones tensoriales

Prueba que

$$D(p)^{\{j\}}_{\{i\}} = \delta^{j_1}_{i_{p_1^{-1}}} \cdot \ldots \cdot \delta^{j_n}_{i_{p_n^{-1}}} = \delta^{j_{p_1}}_{i_1} \cdot \ldots \cdot \delta^{j_{p_n}}_{i_n}$$

define una representación de S_n.

Ejercicio 3: Clases de simetría de tensores

Demuestra que en un espacio m–dim no existe ningún tensor de rango $n > m$ totalmente antisimétrico.

Ejercicio 4: Tensores de simetría mixta

Comprueba que los tensores de simetría mixta $\{|m,\alpha,a\rangle, \;\; a = 1,2, \;\; \alpha = |++-\rangle\}$ generan un subespacio $T_m(1)$ de V_2^3 invariante bajo S_3.

Ejercicio 5: Tensores invariantes

Prueba que los dos tensores

$$|m,1,1\rangle \equiv e_m|++-\rangle \;\text{ y }\; |m,2,1\rangle \equiv e_m|--+\rangle$$

generan un subespacio $T'_m(1) \subset V_2^3$ invariante e irreducible bajo G_2.

Ejercicio 6: Bariones

Un *quark* puede encontrarse en dos estados de spin ($|+\rangle$, $|-\rangle$) y tres estados de *sabor* ($|u\rangle$, $|d\rangle$, $|s\rangle$). Encuentra los posibles estados de spin y sabor de la combinación de tres quarks. Se encuentra experimentalmente que tres quarks se combinan para formar 10 hadrones (bariones) de spin 3/2. Determina la simetría de esos estados bajo permutaciones. Se postulan 3 estados de *color* para los quarks ($|R\rangle$, $|G\rangle$, $|B\rangle$). ¿Cuál debe ser el color del barión para que su estado sea antisimétrico bajo permutaciones?