

4. Muestreo sistemático

- 4.1 Selección de una muestra sistemática. Usos. Ventajas.
- 4.2 Estimación de la media, proporción y total poblacionales.
- 4.3 Comparación con el muestreo aleatorio simple: Poblaciones ordenadas, aleatorias y periódicas.
- 4.4 Determinación del tamaño muestral.

1

1

4. Muestreo sistemático

4.1 Selección de una muestra sistemática. Usos. Ventajas

Muestra Sistemática de 1 en k:

1. Ordenar los elementos de la población
2. Seleccionar aleatoriamente un elemento i (llamado punto de inicio) de los primeros k elementos de la población.
3. Después seleccionar cada k -ésimo elemento hasta conseguir una muestra de tamaño n .

k se toma como el número entero menor o igual que $\frac{N}{n}$

Ventajas del muestreo sistemático frente al muestreo aleatorio simple:

- En la práctica, el muestreo sistemático es más fácil de llevar a cabo y está expuesto a menos errores del encuestador.
- Frecuentemente, con igual tamaño de muestra el muestreo sistemático proporciona mejor información que el muestreo aleatorio simple.

2

2

4. Muestreo sistemático

4.2 Estimación de la media, proporción y el total poblacionales

- ESTIMADOR DE LA MEDIA POBLACIONAL: $\hat{\mu} = \bar{y}_{sy} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_{i+(j-1)k}$
- VARIANZA ESTIMADA DEL ESTIMADOR: $\hat{V}(\bar{y}_{sy}) = \frac{S^2}{n} \left(\frac{N-n}{N} \right)$

$$V(\bar{y}) = \frac{\sigma^2}{n} \frac{N-n}{N-1} \quad V(\bar{y}_{sy}) = \frac{\sigma^2}{n} [1 + (n-1)\rho]$$

ρ = coef. Correlación entre los elementos de la muestra sistemática
- ESTIMADOR DEL TOTAL POBLACIONAL: $\hat{\tau} = N\bar{y}_{sy}$
- VARIANZA ESTIMADA DEL ESTIMADOR: $\hat{V}(\hat{\tau}) = N^2 \hat{V}(\bar{y}_{sy}) = N^2 \frac{S^2}{n} \left(\frac{N-n}{N} \right)$
- ESTIMADOR DE LA PROPORCIÓN POBLACIONAL: $\hat{p}_{sy} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_{i+(j-1)k}$
- VARIANZA ESTIMADA DEL ESTIMADOR: $\hat{V}(\hat{p}_{sy}) = \frac{\hat{p}_{sy}\hat{q}_{sy}}{n-1} \left(\frac{N-n}{N} \right)$

3

3

4. Muestreo sistemático

4.3 Comparación con el muestreo aleatorio simple: Poblaciones ordenadas, aleatorias y periódicas

$$V(\bar{y}) = \frac{\sigma^2}{n} \frac{N-n}{N-1} \quad V(\bar{y}_{sy}) = \frac{\sigma^2}{n} [1 + (n-1)\rho]$$

1. **Población ordenada:** cuando los elementos que la constituyen están ordenados de acuerdo con los valores, crecientes o decrecientes, de una determinada característica.

$$\rho \leq 0 \longrightarrow V(\bar{y}_{sy}) \leq V(\bar{y}) \longrightarrow \text{m.s. es preferible al m.a.s.}$$

2. **Población aleatoria:** cuando los elementos están ordenados al azar.

$$\rho \cong 0 \longrightarrow V(\bar{y}_{sy}) \cong V(\bar{y}) \longrightarrow \text{Es indiferente usar m.s. ó m.a.s.}$$

3. **Población periódica:** cuando los elementos tienen una variación cíclica.

$$\rho \geq 0 \longrightarrow V(\bar{y}_{sy}) > V(\bar{y}) \longrightarrow \text{m.a.s. es preferible al m.s.} \quad 4$$

4

POBLACIÓN ORDENADA	POBLACIÓN ALEATORIA	POBLACIÓN PERIÓDICA		POBLACIÓN ORDENADA	POBLACIÓN ALEATORIA	POBLACIÓN PERIÓDICA	
1	32	6		31	43	6	
2	49	24		32	4	24	
3	35	60		33	31	60	
4	18	6		34	19	6	
5	13	24		35	10	24	
6	6	60		36	24	60	
7	22	6		37	2	6	
8	55	24		38	53	24	
9	57	60		39	44	60	
10	1	6		40	16	6	
11	59	24		41	52	24	
12	50	60		42	27	60	
13	8	6		43	25	6	
14	12	24		44	7	24	
15	46	60		45	41	60	
16	20	6		46	21	6	
17	26	24		47	39	24	
18	14	60		48	30	60	
19	11	6		49	58	6	
20	3	24		50	51	24	
21	23	60		51	40	60	
22	34	6		52	37	6	
23	15	24		53	42	24	
24	47	60		54	29	60	
25	36	6		55	33	6	
26	54	24		56	45	24	
27	56	60		57	5	60	
28	60	6		58	28	6	
29	48	24		59	38	24	
30	9	60		60	17	60	
sigue . . .			N	60	60	60	
			MEDIA	30,5	30,5	30	
			VARIANZA	299,92	299,92	504	5

5

		POBLACIÓN ORDENADA						
$k=6$	$n=10$	muestra 1	muestra 2	muestra 3	muestra 4	muestra 5	muestra 6	
1		1	2	3	4	5	6	
2		7	8	9	10	11	12	
3		13	14	15	16	17	18	
4		19	20	21	22	23	24	
5		25	26	27	28	29	30	
6		31	32	33	34	35	36	
7		37	38	39	40	41	42	
8		43	44	45	46	47	48	
9		49	50	51	52	53	54	
10		55	56	57	58	59	60	En el m.a.s. $V(\bar{y}) = 25,42$
\bar{y}_{sy}		28	29	30	31	32	33	$E(\bar{y}_{sy}) = 30,5$ $V(\bar{y}_{sy}) = 2,92$
$k=6$	$n=10$	POBLACIÓN ALEATORIA						
		muestra 1	muestra 2	muestra 3	muestra 4	muestra 5	muestra 6	
1		32	49	35	18	13	6	
2		22	55	57	1	59	50	
3		8	12	46	20	26	14	
4		11	3	23	34	15	47	
5		36	54	56	60	48	9	
6		43	4	31	19	10	24	
7		2	53	44	16	52	27	
8		25	7	41	21	39	30	
9		58	51	40	37	42	29	
10		33	45	5	28	38	17	En el m.a.s. $V(\bar{y}) = 25,42$
\bar{y}_{sy}		27	33,3	37,8	25,4	34,2	25,3	$E(\bar{y}_{sy}) = 30,5$ $V(\bar{y}_{sy}) = 23,35$

6

		POBLACIÓN PERIÓDICA								
		muestra	muestra	muestra	muestra	muestra	muestra			
$k=6$	$n=10$	1	2	3	4	5	6	En el m.a.s. $V(\bar{y}) = 42,71$		
1	2	3	4	5	6	6	24			60
2	3	4	5	6	6	24	60			
3	4	5	6	6	24	60	60			
4	5	6	6	24	60	60	60			
5	6	6	24	60	60	60	60			
6	6	24	60	60	60	60	60			
7	6	24	60	60	60	60	60			
8	6	24	60	60	60	60	60			
9	6	24	60	60	60	60	60			
10	6	24	60	60	60	60	60			
\bar{y}_{sy}		6	24	60	6	24	60	$E(\bar{y}_{sy}) = 30$	$V(\bar{y}_{sy}) = 504$	

7

7

		POBLACIÓN ORDENADA						
		muestra	muestra	muestra	muestra	muestra		
$k=5$	$n=12$	1	2	3	4	5	En el m.a.s. $V(\bar{y}) = 20,33$	
1	2	3	4	5	6	7		
2	3	4	5	6	7	8		
3	4	5	6	7	8	9		
4	5	6	7	8	9	10		
5	6	7	8	9	10	11		
6	7	8	9	10	11	12		
7	8	9	10	11	12	13		
8	9	10	11	12	13	14		
9	10	11	12	13	14	15		
10	11	12	13	14	15	16		
11	12	13	14	15	16	17		
12	13	14	15	16	17	18		
\bar{y}_{sy}		28,5	29,5	30,5	31,5	32,5	$E(\bar{y}_{sy}) = 30,5$	$V(\bar{y}_{sy}) = 2$
		POBLACIÓN ALEATORIA						
		muestra	muestra	muestra	muestra	muestra		
$k=5$	$n=12$	1	2	3	4	5	En el m.a.s. $V(\bar{y}) = 20,33$	
1	2	3	4	5	6	7		
2	3	4	5	6	7	8		
3	4	5	6	7	8	9		
4	5	6	7	8	9	10		
5	6	7	8	9	10	11		
6	7	8	9	10	11	12		
7	8	9	10	11	12	13		
8	9	10	11	12	13	14		
9	10	11	12	13	14	15		
10	11	12	13	14	15	16		
11	12	13	14	15	16	17		
12	13	14	15	16	17	18		
\bar{y}_{sy}		34,92	29,25	33	32,33	23	$E(\bar{y}_{sy}) = 30,5$	$V(\bar{y}_{sy}) = 17,39$

8

8

		POBLACIÓN PERIÓDICA						
$k=5$	$n=12$	muestra	muestra	muestra	muestra	muestra		
		1	2	3	4	5		
1		6	24	60	6	24		
2		60	6	24	60	6		
3		24	60	6	24	60		
4		6	24	60	6	24		
5		60	6	24	60	6		
6		24	60	6	24	60		
7		6	24	60	6	24		
8		60	6	24	60	6		
9		24	60	6	24	60		
10		6	24	60	6	24		
11		60	6	24	60	6		
12		24	60	6	24	60		
	\bar{y}_{sy}	30	30	30	30	30	$E(\bar{y}_{sy}) = 30$	$V(\bar{y}_{sy}) = 0$

En el m.a.s. $V(\bar{y}) = 34,17$

9

9

4. Muestreo sistemático

4.4 Determinación del tamaño muestral

Tamaño muestral necesario para estimar la media y el total poblacionales con un límite B para el error de estimación

$$n = \frac{N\sigma^2}{(N-1)D + \sigma^2} \quad D = \begin{cases} \frac{B^2}{4} & \text{para estimar la media} \\ \frac{B^2}{4N^2} & \text{para estimar el total} \end{cases}$$

Tamaño muestral necesario para estimar la proporción poblacional con un límite B para el error de estimación

$$n = \frac{Npq}{(N-1)D + pq} \quad D = \begin{cases} \frac{B^2}{4} & \text{para estimar la proporción} \\ \frac{B^2}{4N^2} & \text{para estimar el total} \end{cases}$$

10

10