

8. Decisión en ambiente de incertidumbre

- 8.1 Elementos de un problema de decisión.
- 8.2 Tablas de decisión.
- 8.3 Valoración de los resultados.
- 8.4 Clasificación de los problemas de decisión.
- 8.5 Toma de decisiones en ambiente de incertidumbre.
 - 8.5.1 Criterio de Laplace.
 - 8.5.2 Criterio de Wald (maximin).
 - 8.5.3 Criterio de Hurwicz.
 - 8.5.4 Criterio de Savage (minimax).

1

8. Decisión en ambiente de incertidumbre

8.2 Tabla de decisión

tablas de decisión o matriz de pagos

| | | <i>Estados de la Naturaleza</i> | | | | |
|---------------------|-------|---------------------------------|-----|----------|-----|----------|
| | | e_1 | ... | e_j | ... | e_n |
| <i>Alternativas</i> | a_1 | x_{11} | ... | x_{1j} | ... | x_{1n} |
| | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| | a_i | x_{i1} | ... | x_{ij} | ... | x_{in} |
| | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| | a_m | x_{m1} | ... | x_{mj} | ... | x_{mn} |

2

8. Decisión en ambiente de incertidumbre

8.3 Valoración de los resultados

Ejemplo 8.1 En cierta ciudad se va a construir un Centro de Congresos en una de dos posibles localizaciones X e Y , que será decidido el próximo año. Una cadena de restaurantes está interesada en abrir un restaurante cerca del nuevo Centro de Congresos, para lo cual tiene que decidir qué inmueble comprar. La siguiente tabla muestra el precio de los inmuebles, el beneficio estimado que obtendrá el restaurante en cada posible localización, si el Centro de Congresos se localiza allí, y el valor de venta de cada inmueble si finalmente el Centro de Congresos no se construye en ese lugar. ¿Cuál es la decisión más adecuada?

| | en X | en Y |
|------------------------------------|--------|--------|
| Precio del inmueble | 126 | 84 |
| Beneficio estimado del restaurante | 217 | 161 |
| Valor de venta del inmueble | 42 | 28 |

3

8. Decisión en ambiente de incertidumbre

8.3 Valoración de los resultados

| Alternativas Inmueble comprado en: | Estados de la Naturaleza | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| | Centro de Congresos en X | Centro de Congresos en Y |
| X | | |
| Y | | |
| X e Y | | |
| Ninguno | | |

| | en X | en Y |
|------------------------------------|--------|--------|
| Precio del inmueble | 126 | 84 |
| Beneficio estimado del restaurante | 217 | 161 |
| Valor de venta del inmueble | 42 | 28 |

| Alternativas Inmueble comprado en: | Estados de la Naturaleza | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| | Centro de Congresos en X | Centro de Congresos en Y |
| X | $-126+217 = 91$ | $-126+42 = -84$ |
| Y | $-84+28 = -56$ | $-84+161 = 77$ |
| X e Y | $-126-84+217+28 = 35$ | $-126-84+161+42 = -7$ |
| Ninguno | 0 | 0 |

4

8. Decisión en ambiente de incertidumbre

8.3 Valoración de los resultados

| Alternativas Inmueble comprado en: | Estados de la Naturaleza | |
|---------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| | Centro de Congresos en X | Centro de Congresos en Y |
| X | 91 | - 84 |
| Y | - 56 | 77 |
| X e Y | 35 | - 7 |
| Ninguno | 0 | 0 |

Estados de la Naturaleza

| | | e_1 | ... | e_j | ... | e_n |
|--------------|-------|----------|-----|----------|-----|----------|
| Alternativas | a_1 | x_{11} | ... | x_{1j} | ... | x_{1n} |
| | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| | a_i | x_{i1} | ... | x_{ij} | ... | x_{in} |
| | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| | a_m | x_{m1} | ... | x_{mj} | ... | x_{mn} |

5

8. Decisión en ambiente de incertidumbre

8.4 Clasificación de los problemas de decisión

| Alternativas Inmueble comprado en: | Estados de la Naturaleza | |
|---------------------------------------|--------------------------|--|
| | Centro de Congresos en X | |
| X | 91 | |
| Y | -56 | |
| X e Y | 35 | |
| Ninguno | 0 | |

| Alternativas Inmueble comprado en: | Estados de la Naturaleza | |
|---------------------------------------|--------------------------|------|
| | Centro de Congresos en Y | |
| X | | - 84 |
| Y | | 77 |
| X e Y | | - 7 |
| Ninguno | | 0 |

- Problemas de decisión en ambiente de certeza o certidumbre
- Problemas de decisión en ambiente de riesgo.
- Problemas de decisión en ambiente de incertidumbre.

| Alternativas Inmueble comprado en: | 80% | 20% |
|---------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| | Centro de Congresos en X | Centro de Congresos en Y |
| X | 91 | - 84 |
| Y | - 56 | 77 |
| X e Y | 35 | - 7 |
| Ninguno | 0 | 0 |

6

8. Decisión en ambiente de incertidumbre

8.5 Toma de decisiones en ambiente de incertidumbre

- Criterio de Laplace
- Criterio de Wald
- Criterio Maximax
- Criterio de Hurwicz
- Criterio de Savage

7

8. Decisión en ambiente de incertidumbre

8.5.1 Criterio de Laplace

| Alternativas Inmueble comprado en: | Estados de la Naturaleza ($n = 2$) | | $\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij}$ Resultado esperado |
|---------------------------------------|--------------------------------------|-----------------------------|--|
| | Centro de Congresos en X | Centro de Congresos en Y | |
| X | 91 | - 84 | 3,5 |
| Y | - 56 | 77 | 10,5 |
| X e Y | 35 | - 7 | 14 |
| Ninguno | 0 | 0 | 0 |

$$3,5 = \frac{1}{2}(91 - 84)$$

$$10,5 = \frac{1}{2}(-56 + 77)$$

$$14 = \frac{1}{2}(35 - 7)$$

$$\max_{a_i} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij} \right\}$$

8

8. Decisión en ambiente de incertidumbre

8.5.1 Criterio de Laplace

| Alternativas | Estados de la Naturaleza | | Resultado esperado |
|--------------|--------------------------|-------|--------------------|
| | e_1 | e_2 | |
| a_1 | 30 | -10 | 10 |
| a_2 | 10 | 8 | 9 |

9

8. Decisión en ambiente de incertidumbre

8.5.2 Criterio de Wald (maximin)

| Alternativas Inmueble comprado en: | Estados de la Naturaleza | | Nivel de seguridad $\min_{e_j} \{x_{ij}\}$ |
|---------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|---|
| | Centro de Congresos en X | Centro de Congresos en Y | |
| X | 91 | - 84 | -84 |
| Y | - 56 | 77 | -56 |
| X e Y | 35 | - 7 | -7 |
| Ninguno | 0 | 0 | 0 |

$$\max_{a_i} \min_{e_j} \{x_{ij}\}$$

10

8. Decisión en ambiente de incertidumbre

8.5.2 Criterio de Wald (maximin)

Criterio pesimista

| Alternativas | Estados de la Naturaleza | | $\min_{e_j} \{x_{ij}\}$ |
|--------------|--------------------------|-------|-------------------------|
| | e_1 | e_2 | |
| a_1 | 3000 | 199 | 199 |
| a_2 | 200 | 200 | 200 |

$$\max_{a_i} \min_{e_j} \{x_{ij}\}$$

Criterio optimista

| Alternativas | Estados de la Naturaleza | | $\max_{e_j} \{x_{ij}\}$ |
|--------------|--------------------------|-------|-------------------------|
| | e_1 | e_2 | |
| a_1 | -3000 | 201 | 201 |
| a_2 | 200 | 200 | 200 |

$$\max_{a_i} \max_{e_j} \{x_{ij}\}$$

11

8. Decisión en ambiente de incertidumbre

8.5.3 Criterio de Hurwicz

optimista (criterio maximax): $\max_{a_i} \max_{e_j} \{x_{ij}\}$

$\max_{e_j} \{x_{ij}\}$ se le denomina *nivel optimista* de la acción a_i .

pesimista (Wald, criterio maximin): $\max_{a_i} \min_{e_j} \{x_{ij}\}$

$\min_{e_j} \{x_{ij}\}$ se le denomina *nivel de seguridad* de la acción a_i .

Criterio de Hurwicz.

$$\max_{a_i} \left\{ \alpha \max_{e_j} \{x_{ij}\} + (1 - \alpha) \min_{e_j} \{x_{ij}\} \right\}$$

α se conoce como *índice de optimismo*.

12

8. Decisión en ambiente de incertidumbre

8.5.3 Criterio de Hurwicz

| Alternativas Inmueble comprado en: | Estados de la Naturaleza | | $\max_{e_j} \{x_{ij}\}$ | $\min_{e_j} \{x_{ij}\}$ | Media ponderada $\alpha=0,4 \quad 1-\alpha=0,6$ $\alpha \max_{e_j} \{x_{ij}\} + (1-\alpha) \min_{e_j} \{x_{ij}\}$ |
|---|--------------------------------|--------------------------------|-------------------------|-------------------------|---|
| | Centro de Congresos en X | Centro de Congresos en Y | | | |
| X | 91 | -84 | 91 | -84 | $-14 = 0,4 \times 91 - 0,6 \times 84$ |
| Y | -56 | 77 | 77 | -56 | $-2,8 = 0,4 \times 77 - 0,6 \times 56$ |
| X e Y | 35 | -7 | 35 | -7 | $9,8 = 0,4 \times 35 - 0,6 \times 7$ |
| Ninguno | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

$$\max_{a_i} \left\{ \alpha \max_{e_j} \{x_{ij}\} + (1-\alpha) \min_{e_j} \{x_{ij}\} \right\}$$

13

8. Decisión en ambiente de incertidumbre

8.5.4 Criterio de Savage (minimax)

pérdida relativa o pérdida de oportunidad: $p_{ij} = \max_{a_k} \{x_{kj}\} - x_{ij}$

| Alternativas Inmueble comprado en: | Estados de la Naturaleza | | $\max_{e_j} \{p_{ij}\}$ |
|--|--------------------------------|--------------------------------|-------------------------|
| | Centro de Congresos en X | Centro de Congresos en Y | |
| X | $91-91=0$ | $77-(-84)=161$ | 161 |
| Y | $91-(-56)=147$ | $77-77=0$ | 147 |
| X e Y | $91-35=56$ | $77-(-7)=84$ | 84 |
| Ninguno | $91-0=91$ | $77-0=77$ | 91 |

$$\max_{a_k} \{x_{k1}\} = 91 \quad \max_{a_k} \{x_{k2}\} = 77$$

$$\min_{a_i} \max_{e_j} \{p_{ij}\}$$

14

8. Decisión en ambiente de incertidumbre

8.5.4 Criterio de Savage (minimax)

| Alternativas | Estados de la Naturaleza | |
|--------------|--------------------------|-------|
| | e_1 | e_2 |
| a_1 | 45 | 10 |
| a_2 | 20 | 30 |

$$\max_{a_i} \{x_{k1}\} = 45 \quad \max_{a_i} \{x_{k2}\} = 30$$

| Alternativas | Estados de la Naturaleza | | $\max_{e_j} \{p_{ij}\}$ |
|--------------|--------------------------|-------|-------------------------|
| | e_1 | e_2 | |
| a_1 | 0 | 20 | 20 |
| a_2 | 25 | 0 | 25 |

| Alternativas | Estados de la Naturaleza | |
|--------------|--------------------------|-------|
| | e_1 | e_2 |
| a_1 | 45 | 10 |
| a_2 | 20 | 30 |
| a_3 | 15 | 45 |

$$\max_{a_i} \{x_{k1}\} = 45 \quad \max_{a_i} \{x_{k2}\} = 45$$

| Alternativas | Estados de la Naturaleza | | $\max_{e_j} \{p_{ij}\}$ |
|--------------|--------------------------|-------|-------------------------|
| | e_1 | e_2 | |
| a_1 | 0 | 35 | 35 |
| a_2 | 25 | 15 | 25 |
| a_3 | 30 | 0 | 30 |

15

8. Decisión en ambiente de incertidumbre

Una cafetería debe planificar su nivel de abastecimiento para satisfacer la demanda de sus clientes en un día de fiesta. El número exacto de clientes no se conoce, pero se espera que esté en una de cuatro categorías: 300, 400, 600 y 650 clientes. Se plantean, por lo tanto, cuatro niveles de abastecimiento. La desviación respecto del número de clientes esperado resulta en costes adicionales, ya sea por un abastecimiento excesivo sin necesidad o porque la demanda no puede satisfacerse. La tabla que sigue recoge estos costes en cientos de euros:

| GASTOS | | $e_1(300)$ | $e_2(400)$ | $e_3(600)$ | $e_4(650)$ |
|-------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Nivel de abastecimiento | $a_1(300)$ | 15 | 30 | 54 | 75 |
| | $a_2(400)$ | 24 | 21 | 24 | 69 |
| | $a_3(600)$ | 63 | 54 | 36 | 63 |
| | $a_4(650)$ | 90 | 66 | 57 | 45 |

16

8. Decisión en ambiente de incertidumbre

Criterio de Laplace:

$$E(a_1) = (15 + 30 + 54 + 75) / 4 = 43,5$$

$$E(a_2) = (24 + 21 + 24 + 69) / 4 = 34,5$$

$$E(a_3) = (63 + 54 + 36 + 63) / 4 = 54$$

$$E(a_4) = (90 + 66 + 57 + 45) / 4 = 64,5$$

| | | $e_1(300)$ | $e_2(400)$ | $e_3(600)$ | $e_4(650)$ | Valor esperado |
|-------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|----------------|
| Nivel de abastecimiento | $a_1(300)$ | 15 | 30 | 54 | 75 | 43,5 |
| | $a_2(400)$ | 24 | 21 | 24 | 69 | 34,5 |
| | $a_3(600)$ | 63 | 54 | 36 | 63 | 54 |
| | $a_4(650)$ | 90 | 66 | 57 | 45 | 64,5 |

17

8. Decisión en ambiente de incertidumbre

Criterio de Wald:

| | | $e_1(300)$ | $e_2(400)$ | $e_3(600)$ | $e_4(650)$ | $\max_{e_j} \{x_{ij}\}$ |
|-------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|-------------------------|
| Nivel de abastecimiento | $a_1(300)$ | 15 | 30 | 54 | 75 | 75 |
| | $a_2(400)$ | 24 | 21 | 24 | 69 | 69 |
| | $a_3(600)$ | 63 | 54 | 36 | 63 | 63 |
| | $a_4(650)$ | 90 | 66 | 57 | 45 | 90 |

18

8. Decisión en ambiente de incertidumbre

$$\alpha \min_{e_j} \{x_{ij}\} + (1-\alpha) \max_{e_j} \{x_{ij}\}$$

Criterio de Hurwicz:

| | | $\alpha=1/2$ | | | | Nivel de seguridad: | Nivel optimista: | Media ponderada |
|-------------------------|------------|--------------|------------|------------|------------|-------------------------|-------------------------|-----------------|
| | | $e_1(300)$ | $e_2(400)$ | $e_3(600)$ | $e_4(650)$ | $\max_{e_j} \{x_{ij}\}$ | $\min_{e_j} \{x_{ij}\}$ | |
| Nivel de abastecimiento | $a_1(300)$ | 15 | 30 | 54 | 75 | 75 | 15 | 45 |
| | $a_2(400)$ | 24 | 21 | 24 | 69 | 69 | 21 | 45 |
| | $a_3(600)$ | 63 | 54 | 36 | 63 | 63 | 36 | 49,5 |
| | $a_4(650)$ | 90 | 66 | 57 | 45 | 90 | 45 | 67,5 |

En el caso de beneficios: $\alpha \max_{e_j} \{x_{ij}\} + (1-\alpha) \min_{e_j} \{x_{ij}\}$

19

8. Decisión en ambiente de incertidumbre

$$\alpha \min_{e_j} \{x_{ij}\} + (1-\alpha) \max_{e_j} \{x_{ij}\}$$

Criterio de Hurwicz:

| | | $\alpha=0,7$ | | | | Nivel de seguridad: | Nivel optimista: | Media ponderada |
|-------------------------|------------|--------------|------------|------------|------------|-------------------------|-------------------------|-----------------|
| | | $e_1(300)$ | $e_2(400)$ | $e_3(600)$ | $e_4(650)$ | $\max_{e_j} \{x_{ij}\}$ | $\min_{e_j} \{x_{ij}\}$ | |
| Nivel de abastecimiento | $a_1(300)$ | 15 | 30 | 54 | 75 | 75 | 15 | 33 |
| | $a_2(400)$ | 24 | 21 | 24 | 69 | 69 | 21 | 35,4 |
| | $a_3(600)$ | 63 | 54 | 36 | 63 | 63 | 36 | 44,1 |
| | $a_4(650)$ | 90 | 66 | 57 | 45 | 90 | 45 | 58,5 |

20

8. Decisión en ambiente de incertidumbre

Criterio de Savage:

$$p_{ij} = x_{ij} - \min_{a_k} \{x_{kj}\}$$

| | | $e_1(300)$ | $e_2(400)$ | $e_3(600)$ | $e_4(650)$ | $\max_{e_j} \{p_{ij}\}$ |
|-----------------|------------|------------|------------|------------|------------|-------------------------|
| <i>Nivel de</i> | $a_1(300)$ | 0=15-15 | 9=30-21 | 30=54-24 | 30=75-45 | 30 |
| | $a_2(400)$ | 9=24-15 | 0=21-21 | 0=24-24 | 24=69-45 | 24 |
| | $a_3(600)$ | 48=63-15 | 33=54-21 | 12=36-24 | 18=63-45 | 48 |
| | $a_4(650)$ | 75=90-15 | 45=66-21 | 33=57-24 | 0=45-45 | 75 |

$$\min_{a_k} \{x_{k1}\} = 15 \quad \min_{a_k} \{x_{k2}\} = 21 \quad \min_{a_k} \{x_{k3}\} = 24 \quad \min_{a_k} \{x_{k4}\} = 45$$

En el caso de beneficios: $p_{ij} = \max_{a_k} \{x_{kj}\} - x_{ij}$