

- 8) Si X es una variable aleatoria Hipergeométrica, $H(N, n, p)$, su distribución de probabilidad es:

$$\begin{array}{ll} \text{A)} \frac{\binom{Nq}{x} \binom{Np}{n-x}}{\binom{N}{n}} & \text{C)} \frac{\binom{Np}{x} \binom{Nq}{n-x}}{\binom{N}{x}} \\ \text{B)} \frac{\binom{Np}{x} \binom{Nq}{n-x}}{\binom{N}{n}} & \text{D)} \frac{\binom{Np}{x} \binom{Nq}{n}}{\binom{N}{n}} \end{array}$$

- 9) Si X es una variable aleatoria con distribución de probabilidad Binomial, $B(50; 0, 4)$, puede aproximarse por una distribución de probabilidad Poisson, $P(\lambda)$, con λ igual a:

- A) 20 C) 0,4
B) 50 D) **Todo es falso**

- 10) Si X es una variable aleatoria Poisson, $P(4)$:

- A) $E[X] = 4$ $\sigma[X] = 4$ C) $E[X] = 4$ $\sigma[X] = 2$
B) $E[X] = 2$ $\sigma[X] = 2$ D) $E[X] = 2$ $\sigma[X] = 4$

- 11) La probabilidad de que suba la libra es 0,3. La probabilidad de que suba el dólar es 0,8. La probabilidad de que ambas monedas suban es 0,2:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que, si sube el dólar, también suba la libra? **(1 pto.)**
b) ¿Cuál es la probabilidad de que suba solamente el dólar? **(1 pto.)**

- 12) Anna Wintour ha dicho en un comunicado oficial que la probabilidad anual de que Rosalía sea invitada a la MET Gala es del 75%. Ha construido una variable aleatoria X que cuenta el número de invitaciones que recibe la artista española en diez años.

- a) Qué probabilidad hay de que Rosalía sea invitada más de un par de veces en diez años. **(1 pto.)**
b) Por otro lado, C. Tangana tiene una probabilidad anual de ser invitado del 10% y se ha propuesto ir solo una vez en la vida, qué probabilidad hay de que lo consiga en los próximos cuatro años. **(1 pto.)**

- 13) Sea X una variable aleatoria con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{8}x + \frac{1}{8} & 0 \leq x \leq 2, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

- a) Calcular la función de distribución. **(1,5 ptos.)**
b) $P[0,5 \leq X \leq 1,5]$. **(0,5 ptos.)**
c) Calcular la esperanza. **(1 pto.)**

Apellidos:

Nombre:

DNI:

Cada pregunta tipo test vale 0,3 puntos. Cada pregunta tipo test incorrecta resta 0,1 puntos. Pueden dejarse preguntas sin responder (0 puntos). Haga una circunferencia alrededor de la letra de la respuesta elegida

1) ¿Cuál de las siguientes implicaciones es cierta?

- A) $A \subseteq B \Rightarrow \overline{B} \subseteq A$ C) $A \subseteq B \Rightarrow \overline{B} \subseteq \overline{A}$
B) $A \subseteq B \Rightarrow \overline{A} \subseteq \overline{B}$ D) $A \subseteq B \Rightarrow \overline{A} \supseteq B$

2) Señale la igualdad correcta:

- A) $A \cap (B \cup C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ C) $A \cap (B \cup C) = (A \cup B) \cup (A \cup C)$
B) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ D) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$

3) Sean A y B sucesos incompatibles. $P(A)=0,2$; $P(B)=0,6$. La probabilidad de $\overline{A} \cup \overline{B}$ es:

- A) 1 C) 0,32
B) 0,4 D) 0,88

4) Toda función de densidad cumple:

- A) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) = 1$ C) $F'(x) = f(x)$, siendo $F(x)$ su función de distribución
B) $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ D) Todas son correctas

5) La mediana Me siempre verifica $F(Me) = \frac{1}{2}$ para

- A) Variables aleatorias continuas con $F(x)$ continua C) A) y B) son ciertas
B) Variables aleatorias discretas D) Todas son falsas

6) La varianza puede calcularse como

- A) El momento centrado de orden 2 menos la esperanza
B) El momento centrado de orden 2 menos la esperanza al cuadrado
C) El momento no centrado de orden 2 menos la esperanza
D) El momento no centrado de orden 2 menos la esperanza al cuadrado

7) La variable aleatoria X tiene la siguiente distribución de probabilidad

x_i	-3	-2	-1	0
p_i	0,13	0,29	K	0,3

La probabilidad $P[X = -1] = K$ es:

- A) 0,54 C) 0,37
B) 0,28 D) 0,72

- 8) Si X es una variable aleatoria Hipergeométrica, $H(N, n, p)$, su distribución de probabilidad es:

A) $\frac{\binom{Nq}{x} \binom{Np}{n-x}}{\binom{N}{n}}$ C) $\frac{\binom{Np}{x} \binom{Nq}{n-x}}{\binom{N}{n}}$
 B) $\frac{\binom{Np}{x} \binom{Nq}{n-x}}{\binom{N}{x}}$ D) $\frac{\binom{Np}{x} \binom{Nq}{n}}{\binom{N}{n}}$

- 9) Si X es una variable aleatoria Poisson, $P(4)$:

A) $E[X] = 4$ $\sigma[X] = 4$ C) $E[X] = 4$ $\sigma[X] = 2$
 B) $E[X] = 2$ $\sigma[X] = 2$ D) $E[X] = 2$ $\sigma[X] = 4$

- 10) Si X es una variable aleatoria con distribución de probabilidad Binomial, $B(50; 0, 4)$, puede aproximarse por una distribución de probabilidad Poisson, $P(\lambda)$, con λ igual a:

A) 20 C) 0,4
 B) 50 D) **Todo es falso**

- 11) La probabilidad de que suba la libra es 0,3. La probabilidad de que suba el dólar es 0,8. La probabilidad de que ambas monedas suban es 0,2:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que, si sube el dólar, también suba la libra? **(1 pto.)**
 b) ¿Cuál es la probabilidad de que suba solamente el dólar? **(1 pto.)**

- 12) Anna Wintour ha dicho en un comunicado oficial que la probabilidad anual de que Rosalía sea invitada a la MET Gala es del 75%. Ha construido una variable aleatoria X que cuenta el número de invitaciones que recibe la artista española en diez años.

- a) Qué probabilidad hay de que Rosalía sea invitada más de un par de veces en diez años. **(1 pto.)**
 b) Por otro lado, C. Tangana tiene una probabilidad anual de ser invitado del 10% y se ha propuesto ir solo una vez en la vida, qué probabilidad hay de que lo consiga en los próximos cuatro años. **(1 pto.)**

- 13) Sea X una variable aleatoria con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{8}x + \frac{1}{8} & 0 \leq x \leq 2, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

- a) Calcular la función de distribución. **(1,5 ptos.)**
 b) $P[0,5 \leq X \leq 1,5]$. **(0,5 ptos.)**
 c) Calcular la esperanza. **(1 pto.)**

Apellidos:

Nombre:

DNI:

Cada pregunta tipo test vale 0,3 puntos. Cada pregunta tipo test incorrecta resta 0,1 puntos. Pueden dejarse preguntas sin responder (0 puntos). Haga una circunferencia alrededor de la letra de la respuesta elegida .

1) El suceso $B - A$ es igual a

- A) $B - A = \bar{A} \cup B$ C) $B - A = \bar{A} \cap B$
B) $B - A = A \cap \bar{B}$ D) $B - A = A \cup \bar{B}$

2) Señale la igualdad correcta:

- A) $A \cup (B \cap C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ C) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cup (A \cup C)$
B) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ D) $A \cup (B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$

3) Sean A y B sucesos incompatibles. $P(A)=0,2$; $P(B)=0,6$. La probabilidad de $\bar{A} \cap \bar{B}$ es:

- A) 0,2 C) 0,4
B) 0,88 D) 0,32

4) La variable aleatoria X tiene la siguiente distribución de probabilidad

x_i	-3	-2	-1	0
p_i	0,17	0,31	K	0,05

La probabilidad $P[X = -1] = K$ es:

- A) 0,54 C) 0,47
B) 0,28 D) 0,72

5) Toda función de densidad cumple:

- A) $0 \leq \int_a^b f(x) \leq 1, \forall a, b \in \mathbb{R}, a \leq b$ C) $f(0) = \frac{1}{2}$
B) $f'(x) = F(x)$, siendo $F(x)$ su función de distribución D) Todas son correctas

6) Definir la mediana Me como el valor más pequeño que verifica $F(Me) \geq \frac{1}{2}$ es útil para

- A) Variables aleatorias continuas con $F(x)$ continua C) A) y B) son ciertas
B) Variables aleatorias discretas D) Todas son falsas

7) Para calcular el coeficiente de curtosis necesito conocer

- A) $E[(X - E[X])^3]$ C) $E[X^3]$
B) $E[X^4]$ D) $E[(X - E[X])^4]$

8) Si X es una variable aleatoria Geométrica, $G(p)$, su distribución de probabilidad es:

- A) $p^x q$ C) $q^{n-x} p^x$
B) $q^x p$ D) $q^x p^{n-x}$

9) Si X es una variable aleatoria con distribución de probabilidad Hipergeométrica, $H(100000, 9, 1/3)$, puede aproximarse por una distribución de probabilidad Binomial:

- A) $B(100000, 1/3)$ C) $B(3, 1/3)$
B) $B(100000, 3)$ D) $B(9, 1/3)$

10) Si X es una variable aleatoria Geométrica, $G(\frac{1}{2})$:

- A) $E[X] = 1$ $Var[X] = \sqrt{2}$ C) $E[X] = 1$ $Var[X] = 2$
B) $E[X] = 1$ $Var[X] = 4$ D) $E[X] = \frac{1}{2}$ $Var[X] = 2$

11) La probabilidad de que suba la libra es 0,3. La probabilidad de que suba el dólar es 0,6. La probabilidad de que ambas monedas suban es 0,1:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que no suba ninguna de estas monedas? **(1 pto.)**
b) ¿Cuál es la probabilidad de que, si no sube el dólar, tampoco suba la libra?
(1 pto.)

12) El Draft de la NBA es el evento en el cual los equipos van seleccionando de uno en uno los jugadores jóvenes para que se incorporen a sus plantillas. Este año hay 200 jugadores en el Draft de los cuales 50 son europeos. En la primera ronda del Draft los 30 equipos de la NBA van seleccionando por orden un jugador.

- a) Qué probabilidad hay de que haya al menos tres jugadores europeos seleccionados en la primera ronda del Draft. **(1 pto.)**
b) Si el primer jugador del Draft promedia 5 triples por partido, qué probabilidad hay de que en un partido no meta ningún triple. **(1 pto.)**

13) Sea X una variable aleatoria con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6}x + \frac{1}{12} & 0 \leq x \leq 3, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

- a) Calcular la función de distribución. **(1,5 ptos.)**
b) $P[1 \leq X \leq 2]$. **(0,5 ptos.)**
c) Calcular la esperanza. **(1 pto.)**

Apellidos:

Nombre:

DNI:

Cada pregunta tipo test vale 0,3 puntos. Cada pregunta tipo test incorrecta resta 0,1 puntos. Pueden dejarse preguntas sin responder (0 puntos). Haga una circunferencia alrededor de la letra de la respuesta elegida

1) Señale la igualdad correcta:

- A) $A \cup (B \cap C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ C) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cup (A \cup C)$
B) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ D) $A \cup (B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$

2) Sean A y B sucesos incompatibles. $P(A)=0,2$; $P(B)=0,6$. La probabilidad de $\bar{A} \cap \bar{B}$ es:

- A) 0,2 C) 0,4
B) 0,88 D) 0,32

3) El suceso $B - A$ es igual a

- A) $B - A = \bar{A} \cup B$ C) $B - A = \bar{A} \cap B$
B) $B - A = A \cap \bar{B}$ D) $B - A = A \cup \bar{B}$

4) Toda función de densidad cumple:

- A) $0 \leq \int_a^b f(x) \leq 1, \forall a, b \in \mathbb{R}, a \leq b$ C) $f(0) = \frac{1}{2}$
B) $f'(x) = F(x)$, siendo $F(x)$ su función de distribución D) Todas son correctas

5) Definir la mediana Me como el valor más pequeño que verifica $F(Me) \geq \frac{1}{2}$ es útil para

- A) Variables aleatorias continuas con $F(x)$ continua C) A) y B) son ciertas
B) Variables aleatorias discretas D) Todas son falsas

6) Para calcular el coeficiente de curtosis necesito conocer

- A) $E[(X - E[X])^3]$ C) $E[X^3]$
B) $E[X^4]$ D) $E[(X - E[X])^4]$

7) Si X es una variable aleatoria Geométrica, $G(p)$, su distribución de probabilidad es:

- A) $p^x q$ C) $q^{n-x} p^x$
B) $q^x p$ D) $q^x p^{n-x}$

8) Si X es una variable aleatoria con distribución de probabilidad Hipergeométrica, $H(100000, 9, 1/3)$, puede aproximarse por una distribución de probabilidad Binomial:

- A) $B(100000, 1/3)$ C) $B(3, 1/3)$
B) $B(100000, 3)$ D) $B(9, 1/3)$

9) Si X es una variable aleatoria Geométrica, $G(\frac{1}{2})$:

- A) $E[X] = 1$ $Var[X] = \sqrt{2}$ C) $E[X] = 1$ $Var[X] = 2$
B) $E[X] = 1$ $Var[X] = 4$ D) $E[X] = \frac{1}{2}$ $Var[X] = 2$

10) La variable aleatoria X tiene la siguiente distribución de probabilidad

x_i	-3	-2	-1	0
p_i	0,17	0,31	K	0,05

La probabilidad $P[X = -1] = K$ es:

- A) 0,54 C) 0,47
B) 0,28 D) 0,72

11) La probabilidad de que suba la libra es 0,3. La probabilidad de que suba el dólar es 0,6. La probabilidad de que ambas monedas suban es 0,1:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que no suba ninguna de estas monedas? **(1 pto.)**
b) ¿Cuál es la probabilidad de que, si no sube el dólar, tampoco suba la libra? **(1 pto.)**

12) El Draft de la NBA es el evento en el cual los equipos van seleccionando de uno en uno los jugadores jóvenes para que se incorporen a sus plantillas. Este año hay 200 jugadores en el Draft de los cuales 50 son europeos. En la primera ronda del Draft los 30 equipos de la NBA van seleccionando por orden un jugador.

- a) Qué probabilidad hay de que haya al menos tres jugadores europeos seleccionados en la primera ronda del Draft. **(1 pto.)**
b) Si el primer jugador del Draft promedia 5 triples por partido, qué probabilidad hay de que en un partido no meta ningún triple. **(1 pto.)**

13) Sea X una variable aleatoria con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6}x + \frac{1}{12} & 0 \leq x \leq 3, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

- a) Calcular la función de distribución. **(1,5 ptos.)**
b) $P[1 \leq X \leq 2]$. **(0,5 ptos.)**
c) Calcular la esperanza. **(1 pto.)**

**SOLUCIONES SEGUNDO PARCIAL TÉCNICAS CUANTITATIVAS I.
DOBLE GRADO ADE-DERECHO. GRUPO A.**

Problema 11)

a)

$$P(L/D) = \frac{P(L \cap D)}{P(D)} = \frac{0,2}{0,8} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

b)

$$P(\bar{L} \cap D) = P(D) - P(L \cap D) = 0,8 - 0,2 = 0,6.$$

Problema 12)

a) $X \sim B(10; 0,75)$ luego

$$\begin{aligned} P[X > 2] &= 1 - P[X \leq 2] \\ &= 1 - (P[X = 0] + P[X = 1] + P[X = 2]) \\ &= 1 - \frac{109}{262144} = \frac{262035}{262144} = 0,9996. \end{aligned}$$

- $P[X = 0] = \binom{10}{0} 0,75^0 0,25^{10} = \frac{1}{1048576}.$
- $P[X = 1] = \binom{10}{1} 0,75^1 0,25^9 = \frac{15}{524288}.$
- $P[X = 2] = \binom{10}{2} 0,75^2 0,25^8 = \frac{405}{1048576}.$

b) $Y \sim G(0,1)$

$$P[Y \leq 3] = P[Y = 0] + P[Y = 1] + P[Y = 2] + P[Y = 3] = 0,3439.$$

- $P[Y = 0] = 0,9^0 0,1 = 0,1.$
- $P[Y = 1] = 0,9^1 0,1 = 0,09.$
- $P[Y = 2] = 0,9^2 0,1 = 0,081.$
- $P[Y = 3] = 0,9^3 0,1 = 0,0729.$

Problema 13)

a) • Si $x < 0$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt = \int_{-\infty}^x 0dt = 0.$$

• Si $0 \leq x \leq 2$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt = \int_{-\infty}^0 0dt + \int_0^x \frac{3}{8}t + \frac{1}{8}dt = \frac{3}{16}t^2 + \frac{1}{8}t \Big|_0^x = \frac{3}{16}x^2 + \frac{1}{8}x.$$

• Si $2 < x$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt = \int_{-\infty}^0 0dt + \int_0^2 \frac{3}{8}t + \frac{1}{8}dt + \int_2^x 0dt = 1.$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0, \\ \frac{3}{16}x^2 + \frac{1}{8}x & 0 \leq x \leq 2, \\ 1 & 2 < x. \end{cases}$$

b)

$$P[0,5 \leq X \leq 1,5] = F(1,5) - F(0,5) = \frac{39}{64} - \frac{7}{64} = \frac{1}{2}.$$

c)

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = \int_{-\infty}^0 0dx + \int_0^2 \frac{3}{8}x^2 + \frac{1}{8}xdx + \int_2^{\infty} 0dx = \frac{1}{8}x^3 + \frac{1}{16}x^2 \Big|_0^2 = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}.$$

**SOLUCIONES SEGUNDO PARCIAL TÉCNICAS CUANTITATIVAS I.
DOBLE GRADO ADE-DERECHO. GRUPO B.**

Problema 11)

a)

$$P(\bar{L} \cap \bar{D}) = P(\overline{L \cup D}) = 1 - P(L \cup D) = 1 - 0,8 = 0,2.$$

$$P(L \cup D) = P(L) + P(D) - P(L \cap D) = 0,3 + 0,6 - 0,1 = 0,8.$$

b)

$$P(\bar{L} / \bar{D}) = \frac{P(\bar{L} \cap \bar{D})}{P(\bar{D})} = \frac{0,2}{1 - 0,6} = \frac{0,2}{0,4} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

Problema 12)

a) $X \sim H(200, 30, 1/4)$ luego

$$P[X \geq 3] = 1 - P[X < 3] = 1 - (P[X = 0] + P[X = 1] + P[X = 2]) = 0,9933.$$

$$\bullet P[X = 0] = \frac{\binom{50}{0} \binom{150}{30}}{\binom{200}{30}} = 0,0000786.$$

$$\bullet P[X = 1] = \frac{\binom{50}{1} \binom{150}{29}}{\binom{200}{30}} = 0,0009743.$$

$$\bullet P[X = 2] = \frac{\binom{50}{2} \binom{150}{28}}{\binom{200}{30}} = 0,005674.$$

b) $Y \sim P(5)$

$$P[Y = 0] = \frac{e^{-5} 5^0}{0!} = e^{-5} = 0,006738.$$

Problema 13)

a) • Si $x < 0$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt = \int_{-\infty}^x 0dt = 0.$$

• Si $0 \leq x \leq 3$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt = \int_{-\infty}^0 0dt + \int_0^x \frac{1}{6}t + \frac{1}{12}dt = \frac{1}{12}t^2 + \frac{1}{12}t \Big|_0^x = \frac{1}{12}x^2 + \frac{1}{12}x.$$

• Si $3 < x$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt = \int_{-\infty}^0 0dt + \int_0^3 \frac{1}{6}t + \frac{1}{12}dt + \int_3^x 0dt = 1.$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0, \\ \frac{1}{12}x^2 + \frac{1}{12}x & 0 \leq x \leq 3, \\ 1 & 3 < x. \end{cases}$$

b)

$$P[1 \leq X \leq 2] = F(2) - F(1) = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}.$$

c)

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = \int_{-\infty}^0 0dx + \int_0^3 \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{12}xdx + \int_3^{\infty} 0dx = \frac{1}{18}x^3 + \frac{1}{24}x^2 \Big|_0^3 = \frac{3}{2} + \frac{3}{8} = \frac{15}{8}.$$